

На правах рукописи

СТЕПАНОВА Евгения Вячеславовна

**ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ
ТОНКОЙ СТРУКТУРЫ ВИХРЕВОГО ТЕЧЕНИЯ
В ЖИДКОСТИ СО СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ**

Специальность 01.02.05 – Механика жидкости, газа и плазмы

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
д. ф.-м. н. Чашечкин Ю.Д.

Москва – 2009

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	4
Глава 1. Периодические течения в однородной жидкости со свободной поверхностью	11
1.1. Поверхностные волны	11
1.2. Теоретические и лабораторные исследования вихревых течений в контейнере.....	14
1.3. Некоторые вязкие эффекты в теории вихревого движения.....	20
1.4. Численное моделирование вихря в цилиндрическом контейнере	21
Глава 2. Теоретические модели вихревых и волновых течений в жидкости	26
2.1. Уравнения движения и граничные условия	26
2.2. Критические условия перестройки течения	32
2.3. Оценка формы поверхностной каверны	36
2.4. Требования к методике эксперимента	38
Глава 3. Методика лабораторных экспериментов	40
3.1. Экспериментальные исследования закрученных течений в цилиндрической геометрии	40
3.2. Экспериментальная установка для визуализации течений в составном вихре	46
3.3. Методика сбора и обработки экспериментальных данных.	50
Глава 4. Основные результаты экспериментальных исследований	56
4.1. Схема течения в экспериментальной установке. Течение, индуцированное вращающимся диском.....	56
4.2. Классификация режимов течения в цилиндрическом контейнере	59
4.3. Форма поверхностной каверны в тонком слое жидкости.....	61
4.4. Форма поверхностной каверны в глубокой жидкости.....	63

4.5. Геометрия поверхностной каверны.....	66
4.6. Сравнение формы наблюдаемой каверны с результатами расчетов	71

Глава 5. Перенос вещества в покоящейся и вовлеченной в вихревое движение жидкости.....	73
5.1. Образование каскада вихрей при падении окрашенной капли на свободную поверхность покоящейся жидкости	74
5. 2. Трансформация следа окрашенной капли в спиральные рукава на поверхности вращающейся жидкости	81
5.2.1. Перенос маркирующей примеси из центрального пятна.....	82
5.2.1.1. Перенос краски из капли, окрашенной уранилом	82
5.2.1.2. Перенос краски из капли, окрашенной чернилами	87
5.2.2. Перенос маркирующей примеси при произвольном расположении пятна	88
5.2.2.1. Перенос краски из капли, окрашенной уранилом	88
5.2.2.2. Перенос краски из капли, окрашенной чернилами	93
5.3. Перенос вещества из следа окрашенной капли в толщу вращающейся жидкости	96
5.3.1. Перенос краски из капли, окрашенной уранилом	96
5.3.2. Перенос краски из капли, окрашенной чернилами	101
5.4. Эволюция размеров областей окрашенной жидкости.....	105
Заключение.....	108
Благодарности.....	110
Литература.....	111

Приложение 1. Листинг программы в среде MatLab применявшейся для первичной обработки экспериментальных данных.....	119
---	------------

Введение

Актуальность темы

Исследованию вихрей, специфической формы течения жидкостей, с (почти) замкнутыми линиями тока и ненулевой завихренностью в ограниченной области пространства посвящено огромное число теоретических (аналитических и численных) и экспериментальных исследований. Интерес к изучению данной формы течений обусловлен несколькими взаимно дополняющими факторами. Основным из них является распространенность данной формы течений в природных условиях и наблюдается широкий динамический диапазон изменчивости их параметров. В земных условиях наблюдаются вихри с масштабами в несколько сотен километров, и в атмосфере (спиральные облачные системы и их крайние формы – тайфуны или ураганы) [1], и в океане (мезомасштабные вихри и кольцевые течения) [2]. Запас кинетической энергии в вихрях может быть достаточно большим, компактные вихри в атмосфере (торнадо) наносят большой экономический ущерб и являются одной из распространенных природных причин гибели людей.

Вихревая форма течений часто организуется в промышленных устройствах для стабилизации физико-химических процессов (например, горения), охраны окружающей среды путем разделения компонент и извлечения твердых и жидких примесей [3].

Завихренностью течения объясняется формирование подъемной силы на крыльях, пропеллерах, лопатках турбин, судовых винтах [4]. Детальные данные по влиянию картины обтекания на гидродинамическое сопротивление и подъемную силу, действующую на тело, движущееся в потоке жидкости или газа приведены в монографиях [5, 6].

Стекание вихревой пелены с крыльев и фюзеляжа самолета приводит к формированию протяженных вихревых жгутов, влияющих на безопасность

полетов и ограничивающих пропускную способность взлетно-посадочных полос [7]. Данное краткое перечисление далеко не исчерпывает все проявления вихревых течений в природе и технике. Более подробное описание истории исследований вихревых движений и их влияния на эволюцию представлений в гидродинамике дано в монографии [8].

Выраженность формы и стабильность вихревых течений, их заметное влияние на сопротивление движению тел в жидкости или газе стимулировали проведение глубоких теоретических исследований. Среди первых работ, оказавших большое влияние на развитие гидродинамики, следует указать статью Г. Гельмгольца “Основы вихревой теории”, опубликованную в 1858 году. Работа Г. Гельмгольца была переведена на многие иностранные языки и неоднократно переиздавалась на русском языке с разъяснениями и комментариями [9]. Она инициировала большой цикл теоретических исследований, среди которых следует отметить книги А. Пуанкаре [10], академика В.В. Козлова [11] и последователей [12].

Метод построения малопараметрических моделей (систем гидродинамического типа) путем аппроксимации уравнений гидродинамики для описания геофизических течений различной природы развит в монографиях [13, 14]. Введение систем гидродинамического типа позволяет адекватно описать широкий круг лабораторных исследований систем вихрей, в том числе с учетом диссипации, и экстраполировать некоторые результаты на природные системы.

Теоретическое описание динамики топографических вихрей в морской среде с учетом эффектов глобального вращения и стратификации согласуется с данными лабораторных экспериментов и наблюдениями вихрей за горами в океане [15]. В натуральных условиях и в лабораторных установках с вращающейся жидкостью формируется специфическая тонкая структура термохалинных полей, характерный масштаб которой существенно меньше размеров вихря [16]. В течении вращающейся жидкости в сосуде с наклонным дном и каньоном

наблюдалось формирование спиральных рукавов, вытягиваемых в антициклоническом направлении из центрального пятна окрашенной жидкости [17].

Для проведения детальных расчетов картин вихревого течения за плохо обтекаемыми телами разработаны специальные программы, реализующие прогрессивный метод расщепления по физическим переменным [18]. Картины течений в следе за сферой в однородной жидкости, приведенные в [19], позволили идентифицировать физический механизм формирования вихрей [20] и составить диаграмму режимов в широком диапазоне параметров задачи [21], часть из которых наблюдается в лабораторном эксперименте.

Среди большого числа работ по теории вихрей в жидкости следует выделить обзорные монографии Л.М. Милн-Томсона, Г.Вилля, Бэтчелора, Лаврентьева и Шабата, Сэффмэна и Люгта [8, 22-26]. Наглядные картины вихревых течений приведены в распространенном альбоме [27] и других атласах по визуализации течений [28-30].

Перечисленные работы характеризуют многие важные особенности вихревого течения, но не позволяют полностью описать механизмы формирования вихрей, прогнозировать эволюцию их развития и распада. К группе наименее изученных относятся задачи переноса вещества. Хотя визуализация является одним из основных инструментов экспериментального изучения вихревых течений, динамика переноса и перераспределения примесей в вихрях описана далеко не полностью. До настоящего времени отсутствуют математические модели формирования спиральных структур во вращающихся жидкостях, которые неоднократно наблюдались в физическом эксперименте [17, 31, 32], и компактных вихрях.

Основные теоретические исследования выполнены в предположении об идеальности жидкости, хотя реальные жидкости характеризуются диссипацией. Для визуализации течений используются растворы красок, обладающие собственными коэффициентами диффузии, т.е. в экспериментах реально

используется многокомпонентная неоднородная жидкость. Эффекты влияния вязкости на диссипацию движения и перенос завихренности изучены достаточно полно [33-35], роль других диссипативных факторов остается недооцененной.

Вихревые течения имеют различную структуру в толще и на свободной поверхности жидкости, где они сосуществуют и взаимодействуют с волнами различной природы. Хотя факт существования вихрей различного типа, контактирующих со свободной поверхностью (таких как вертикальный вихрь Рэнкина [22] или полукольца Гельмгольца [9]), известен достаточно давно, важные вопросы их динамики и влияния на перенос вещества требуют более глубокого анализа.

Одна из трудностей экспериментального изучения вихревых течений обусловлена их нестационарностью в “абсолютной” (лабораторной или связанной с жидкостью) системе координат. Вязкость тормозит вихри, диффузия импульса и вещества в след модифицирует их структуру. В этой связи особый интерес представляет создание стационарных вихревых течений, изучение их свойств в широком диапазоне параметров. Интерес, в первую очередь, представляют геометрические параметры вихревых течений. Для их изучения могут использоваться жидкости со свободной поверхностью, форма которой служит идентифицируемым параметром, и хорошо развитые методы визуализации с помощью подкраски растворимым красителем.

Цель работы

В диссертации приведены результаты экспериментального изучения составного вихря в жидкости со свободной поверхностью в ограниченном цилиндрическом объеме; выявлению управляющих параметров течения и закономерностей его эволюции; детальному исследованию поверхностных возмущений и процессов переноса красителя, введенного через свободную поверхность.

В число конкретных задач входят следующие:

- разработка и реализация методики создания стационарного вихревого движения и определения его динамических и структурных особенностей,
- исследование формы и размеров каверны, возникающей на свободной поверхности под действием композиционного вихря в цилиндрической полости,
- изучение переноса примеси композиционным вихрем из локализованной области на поверхности жидкости.

Методы исследований

Экспериментальные исследования проводились в лабораторном бассейне оптическими методами. Полученные фото- и видеоматериалы вводились и обрабатывались на персональном компьютере при помощи специализированного программного обеспечения.

Научная новизна

В работе получены следующие результаты:

- По результатам масштабного анализа уравнений движения сформулированы требования к методике эксперимента, позволяющей регистрировать крупно- и мелкомасштабные элементы вихревого течения.
- Создана оригинальная экспериментальная установка, позволяющая создавать стационарное вихревое течение, деформирующее свободную поверхность; проводить оптическую регистрацию картины течения, контролируемо вносить примесь и изучать процессы ее переноса.
- Исследована геометрия течения, определены условия формирования различного типа возмущений свободной поверхности, которая трансформируется из гладкой в возмущенную инерциальными волнами и более мелкими спиральными волнами. Определена зависимость формы

воронки, возникающей на поверхности жидкости, от основных параметров процесса.

- Впервые выявлен анизотропный перенос краски из компактного пятна на поверхности составного вихря в спиральные рукава на поверхности и цилиндрические области в толще жидкости.

Практическое значение

Полученные результаты вошли в отчеты по проектам, входящим в межсекционные программы ОЭМПУ РАН “Динамика и акустика неоднородных жидкостей, газожидкостных систем и суспензий” 2003 – 2006 гг., “Динамика многокомпонентных и неоднородных жидкостей” 2006 – 2008 г.г., а также по плановым темам ИПМех РАН “Динамика формирования периодических течений и тонких структур неоднородных жидкостей” гос. рег. № 0120.0 806 740 (2008-2010 г.г.), в отчет по контракту с ЦКБ МТ “Рубин” “Разработка требований к испытательному стенду по моделированию структуры трехмерных вихревых движений в гидродинамических насосах” 2003 г и грантам РФФИ.

Достоверность подтверждается воспроизводимостью результатов в пределах точности эксперимента, согласием результатов проведенных экспериментов с данными независимых опытов в диапазоне совпадения параметров, а также удовлетворительным согласием с расчетами по моделям, основанным на фундаментальных уравнениях механики жидкостей.

На защиту выносятся:

- Методика создания и экспериментальных исследований структуры составного вихря со свободной поверхностью в цилиндрическом

контейнере, который создается равномерно вращающимся гладким или ребренным диском.

- Результаты экспериментальных исследований формы свободной поверхности жидкости с составным вихрем в широком диапазоне определяющих параметров задачи.
- Результаты визуализации процессов переноса окрашенной жидкости из компактного пятна на свободной поверхности.

Апробация работы

Основные результаты были представлены в виде докладов на конференциях: “Потоки и структуры в жидкостях” (Москва, 2005, Санкт-Петербург, 2007), “Chaotic modeling and simulation” (Греция, 2008), “2-nd International symposium on shallow flows” (Гонконг, 2008), “Тепломассообмен и гидродинамика в закрученных потоках” (Москва, 2008), “Физические проблемы экологии” (Москва, 2004, 2007), “Ломоносовские чтения” (Москва, 2004, 2006).

Публикации

По результатам работы опубликованы две статьи в реферируемых изданиях, препринт ИПМех РАН, статьи в сборниках трудов научных конференций и тезисы докладов, одна статья представлена в печать.

Глава 1. Экспериментальные и теоретические исследования периодических течений жидкости со свободной поверхностью.

К периодическим течениям традиционно относят колебания, волны и вихри в жидкостях. Пространственная структура колебаний задается геометрией сосуда, в котором они развиваются. Временные и пространственные характеристики волн связаны дисперсионным соотношением. Вихревые течения характеризуются наличием областей с (почти) замкнутыми линиями тока.

1.1. Поверхностные волны

Сильнейший интерес вызывают и вызывали на протяжении всей истории человечества, волновые движения жидкости на свободной поверхности и. границе раздела сред. Наблюдения поверхностного волнения ведутся на протяжении долгого времени, в то время как регулярные теоретические исследование волнения поверхности жидкости начались только в XVIII веке в работах Эйлера и Лагранжа [36, 37], а экспериментальные еще позднее. Волны на поверхности жидкости разделяют по признаку восстанавливающих сил на гравитационные, капиллярные и гибридные (гравитационно-капиллярные). Каждый из типов волн описывается специфической системой уравнений, которая выводится из общей системы уравнений механики жидкости. Свойства гармонических волн отражают дисперсионное соотношение [34].

Первые модели волнового движения были получены при рассмотрении идеальной несжимаемой однородной жидкости. Такая система обладает естественным направляющим вектором — направлением ускорения силы тяжести, в поле которого рассматриваются все волновые движения, вызванные гравитационными силами.

Кинематика и динамика волн зависят от геометрии области, занимаемой жидкостью и типа источника, большое внимание уделяется изучению плоских

периодических волн в безграничной среде, волновых пакетов и кольцевых волн в цилиндрических сосудах [38].

Уравнения Эйлера и Даламбера, применяемые для описания течений идеальной несжимаемой однородной жидкости имеют вид:

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} = \mathbf{F} - \frac{1}{\rho} \nabla p \quad (1.1)$$

$$\operatorname{div} \rho \mathbf{v} = 0$$

где \mathbf{v} – скорость жидкости, p – добавочное давление, вызывающее возмущение, \mathbf{F} – массовые силы, ρ – плотность жидкости с кинематическим и динамическим граничными условиями.

Большая часть исследований затрагивает один из “простых” случаев, когда амплитуда волны пренебрежимо мала, вследствие чего можно в граничном условии на свободной поверхности пренебречь изменениями ее уровня. Теория таких волн известна под названием “теории волн бесконечно малой амплитуды”. Уравнения движения становятся линейными, а следовательно могут быть разрешены. Для такого типа волн получено, что при малой глубине жидкости H и большой длине волны λ (условие “мелкой воды” $H/\lambda \ll 1$) отсутствует дисперсия, т.е. фазовая скорость волн зависит только от глубины жидкости $c = \sqrt{gH}$. Такие длинные волны называются гравитационными, т.к. в их формировании основную роль играет сила тяжести.

При уменьшении длины поверхностной волны возрастающую роль начинают играть силы поверхностного натяжения. Для коротких волн при их формировании основным является поверхностное натяжение. По сложившейся классификации волны длиной более 20 см относят к гравитационным, длиной от 0,2 до 20 см – к гравитационно-капиллярным, а при длине менее 0,2 см волны принято рассматривать как капиллярные. Фазовая скорость

гравитационно-капиллярных волн
$$c = \left(\frac{g}{\omega} + \frac{\alpha k^2}{\rho \omega} \right) \operatorname{th} kH \quad (\alpha - \text{коэффициент}$$

поверхностного натяжения, k – волновое число). Два слагаемых имеют

гравитационную и капиллярную природу, соответственно, капиллярное слагаемое уменьшается с ростом длины волны. Гравитационно-капиллярные волны обладают дисперсией, минимальную фазовую скорость имеют волны, для которых выполняется условие $dc/d\lambda = 0$.

Важной характеристикой волн является их групповая скорость, которая в общем случае не совпадает с фазовой. Дисперсия считается нормальной, когда $dc/d\lambda > 0$ и соответственно групповая скорость меньше фазовой ($c > c_g$, $c_g = d\omega/dk = d(ck)/dk$). Для волн на глубокой воде ($H/\lambda \gg 1$, $\omega^2 = gk$) групповая скорость вдвое меньше фазовой. В случае жидкости конечной глубины зависимость групповой скорости от фазовой выражается соотношением $c_g = \frac{c}{2} \left(1 + \frac{2kH}{\operatorname{sh} 2kH} \right)$ [Показеев]. При учете вязкости, дисперсионное соотношение усложняется, его решения описывают волны и тонкоструктурные возмущения, которые трактуются как пограничные слои [ландау].

В случае малой глубины ($kH \ll 1$) групповая и фазовая скорости совпадают, соответственно для длинных волн на мелкой воде имеет место равенство фазовой и групповой скоростей.

Для создания поверхностных колебаний и волн обычно используется механические волнопродукторы. Возбуждение регулярных автоколебаний двухслойной жидкости в цилиндрическом канале под действием постоянного электрического поля наблюдалось в [38, 39]

1.2. Теоретические и лабораторные исследования вихревых течений в контейнере

Вихревые течения можно наблюдать в природных системах – в атмосфере и океане. На практике наблюдаются изолированные вихри различных масштабов, иногда отличающихся на несколько порядков. Самыми крупными вихрями являются синоптические – атмосферные циклоны, вихри в открытом океане, достигающие размеров 100-200 км в поперечнике, сравнительно более мелкие вихревые образования развиваются за топографическими особенностями, такими как горы на суше и острова в океане. Образовавшиеся вихри взаимодействуют один с другим, а также с границами раздела различных сред. Взаимодействие вихря с границей раздела сред порождает пограничные течения. Природные вихревые системы, как правило, не сохраняют азимутальную симметрию, и состоят из отдельных спиралевидных рукавов [1].

Постоянный интерес к экспериментальному изучению вихрей в жидкости дополнился в XIX веке, с появлением уравнений Навье-Стокса, теоретическими работами Гельмгольца [9], Рэнкина [40], Пуанкаре [10], Рейнольдса [41]. Позднее часть исследований вихревых течений стала связываться со статистическим описанием сложных течений и понятием турбулентности. Экспериментальное изучение в большей мере касалось распространения вихревых колец в свободном пространстве [34, 42] и вихревых систем в замкнутых объемах. Ряд работ, начиная с [43] посвящен исследованию крупномасштабных вихрей в жидкости со свободной поверхностью.

Основы теории вихревых движений были заложены в ранних работах [9, 10], где в основном обсуждались возможности получения точных решений уравнений Навье-Стокса для непотенциальных течений, а также выяснялись основные закономерности поведения вихревых элементов течения.

Одним из важных элементов в теории вихрей является понятие вихревой линии и трубки. Вихревая линия – такая линия, во всякой точке которой вихрь скорости направлен по касательной к этой линии [34]. Вихревая трубка –

совокупность вихревых линий, проведенных через все точки малого замкнутого контура. Вихревой нитью называется вихревая трубка малой толщины. Касательные к вихревой нити определяют направление угловой скорости в точке касания [10, 23].

В ряде работ рассмотрена динамика одной или нескольких прямолинейных вихревых нитей и поведение вихревого кольца в толще жидкости [Кочин]. Г. Гельмгольц рассмотрел движение «вихревой пары» по поверхности жидкости, которая при детальном рассмотрении оказалась полукольцом, замыкающимся на свободную поверхность.

Г. Гельмгольц считал, что вихревая линия не может начинаться или заканчиваться в толще идеальной жидкости, а только на границе раздела двух сред или твердой границе [9]. Более тщательное изучение топологии вихревых линий и вихревых трубок показало, что существует два типа вихревых линий: *плотные* – линии простирающиеся на бесконечность или замкнутые сами на себя, и *расщепленные* – вихревые линии, которые начинаются в толще жидкости в точке с нулевой завихренностью [44]. Вихревые трубки, образованные из плотных вихревых линий продолжают на бесконечность и могут самопересекаться пересекаться бесконечное число раз. Расщепленные вихревые трубки заостряются в точках с нулевой завихренностью. Они могут заканчиваться на поверхности и в толще жидкости, или собираться в точку [44]. Поскольку новые представления существенно меняют методику традиционного анализа структуры сложных вихревых течений, на первом этапе большой интерес представляет экспериментальное исследование вихрей простой природы, что и составляет предмет данной работы.

В последние годы интенсивно развивается теория винтовых вихрей в идеальной жидкости – тонких (точечных) вихревых нитей, навитых с равномерным шагом на цилиндрическую поверхность [3]. Такие нити могут образовывать дублеты и триплеты (аналоги многозаходной резьбы) или располагаться она внутри другой. Внимание уделяется расчету картины

течения, образованной наложением нескольких винтовых вихрей, расчету устойчивости конфигурации. В серии тонких опытов с использованием современных оптико-компьютерных методов эксперимента, вихревые дуплеты и триплеты зарегистрированы в вихревых течениях в замкнутых цилиндрических контейнерах [45].

Существенное достижение в области теоретического описания вихря, примыкающего к свободной поверхности полубесконечной идеальной жидкости принадлежит В.Дж.М. Рэнкину [22]. Распределение тангенциальной компоненты скорости течения в вихре Рэнкина и профиль поверхности жидкости, взятые из [22] приведены на рис. 1.1. Область твердотельного вращения обычно называется ядром вихря, внешняя область потенциального течения – оболочкой вихря.

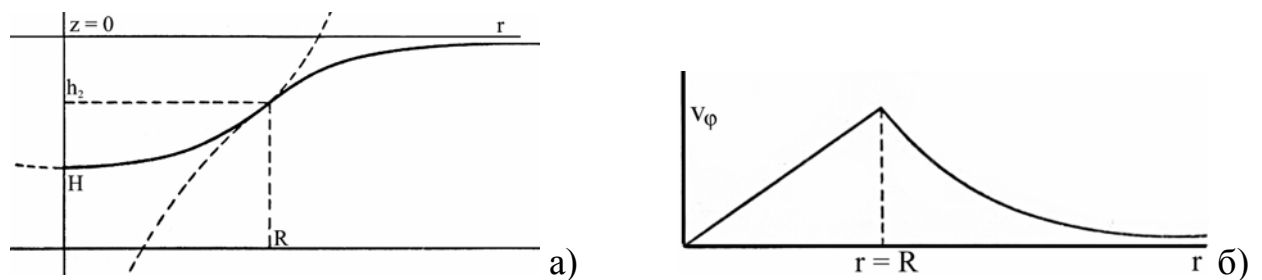


Рис. 1.1. Форма поверхности (а) и распределение тангенциальной скорости жидких частиц (б) от центра вращения вихря Рэнкина вдоль радиальной координаты.

Форма каверны на свободной поверхности и закономерность изменения ее характеристик в зависимости от параметров течения рассчитаны в [10]. Для расчета формы поверхностной каверны используется стационарная система гидродинамических уравнений, имеющая вид [35]

$$(\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v} = -\nabla p \quad (1.2)$$

$$\nabla \mathbf{v} = 0 ,$$

где \mathbf{v} – скорость, а p – нормированное на плотность давление. Граничные условия состоят из условия непрерывности давления на поверхности жидкой среды и равенстве нулю нормальной к поверхности компоненты поля

скоростей. Завихренность ($\text{rot } \mathbf{v}$) не должно обращаться в нуль во всем полупространстве, занимаемом жидкой средой. Течение считается независимым от азимутального угла, радиальная и вертикальная компоненты скорости сразу полагаются равными нулю.

На основе этого решения получен профиль давления вдоль свободной поверхности над вихрем, который можно считать формой поверхности жидкости. Глубина прогиба свободной поверхности зависит от частоты вращения и радиального размера ядра вихря, в котором вращение предполагается твердотельным. Над этой областью форма поверхности параболическая. В области, где вращение затухает вдоль радиальной координаты, меняется знак кривизны свободной поверхности и ее уровень приближается к уровню невозмущенной жидкости.

Распределение давления на поверхности жидкости в вихре Рэнкина имеет вид [46]

$$p = p_0 + gz - \frac{\Omega^2 a^2}{2} \left(\left(2 - \frac{r^2}{a^2} \right) \theta(a - r) + \left(\frac{a^2}{r^2} \right)^2 \theta(r - a) \right) \quad (1.3)$$

где p_0 – атмосферное давление, g – ускорение силы тяжести, a – радиус «твердотельного» ядра вихря, Ω – частота вращения ядра вихря, r – радиальная координата в цилиндрической системе координат, θ – функция Хэвисайда.

В большинстве экспериментальных работ по изучению вихревого движения рассматривается течение жидкости в замкнутом объеме, обычно простой формы (цилиндр с плоским дном и крышкой, куб, параллелепипед) с регулируемыми геометрическими и динамическими параметрами [3]. Для создания вихревого движения используется тангенциальный ввод струи жидкости или газа или внутрь камеры помещается неподвижный или равномерно вращающийся вихреобразующий элемент (вращающийся диск, улитка, система профилированных лопаток). Для целей данного исследования

наибольший интерес представляет исследование вихревых течений в цилиндрических камерах с плоскими торцами.

В экспериментах вихревое движение создавалось в неподвижном цилиндре вращающейся твердой крышкой [47, 48] или дном [48]. В этих работах приведены фотографии, на которых отражаются изменения, которые претерпевает течение при возрастании отношения высоты контейнера к радиусу и при увеличении числа Рейнольдса. Выяснилось, что существует неоднозначная зависимость между управляющими параметрами (числом Рейнольдса и отношением высоты цилиндра к радиусу) и параметрами потока. Внутри регулярного вихря на оси потока образуются дополнительные вихревые структуры – компактные области возвратного течения (т.н. «вихревые пузыри»). В условиях лабораторного эксперимента отмечено появление одного, двух и даже трех «пузырей», в поведении которых проявляется гистерезис при изменении числа Рейнольдса.

Численное моделирование вихревого течения в камере с учетом формирования области возвратного течения на оси потока выполнено в [49, 50]. В последней работе отмечено важное свойство «вихревых пузырей» – способность сохранять свойства попавшей в них жидкости. То есть область возвратного течения («вихревой пузырь») обтекается потоком как твердое тело и смешивания жидкостей изнутри и снаружи такого вихря не происходит. Следовательно, такие вихревые структуры могут служить жидкими контейнерами, сохраняющими свойства находящейся в них жидкости. В ряде работ проведено сравнение данных, численного моделирования с экспериментом [49]. Потеря осевой симметрии течения в цилиндрической камере исследована численными методами в работе [51], где показано, что при возрастании числа Рейнольдса до критической величины, появляются два различных состояния, в общем случае неустойчивые по отношению к трехмерным возмущениям.

Вихревые течения в цилиндрической камере часто моделируются совокупностью винтовых течений. Систематическое изложение основных положений механики винтовых и циркуляционных течений дается в монографии [52]. Обзор точных решений уравнений Навье – Стокса, представляющих винтовые течения, дан в [53, 54]. В последнее время успешно развиваются численные методы решения задач вихреобразования в вязкой жидкости. Общие подходы к решению подобных задач в различной постановке даны в [55].

Аналитико-численная модель хаотизации вихревых линий в цилиндрической камере, ориентированная на интерпретацию экспериментальных исследований динамики вихря современными дискретными методами измерения скорости (PIV, LIF velocimetry) с учетом нестационарности картины положения частиц предложена в [56].

В ряде опытов для создания вихревого течения использовался диск, расположенный параллельно дну, на уровне дна или на некотором расстоянии от него. Такое способ содержит еще один регулируемый параметр – отношение диаметров диска и камеры.

Общий вид профиля скоростей вблизи вращающегося диска, находящегося около неподвижной стенки [57], получен как обобщение известного решения Кармана [58]

$$\mathbf{v}_r = \alpha r(\Omega - \beta) \left(\frac{z}{\delta}\right)^{\frac{1}{7}} \left(1 - \frac{z}{\delta}\right) \text{ и } \mathbf{v}_\varphi = r(\Omega - \beta) \left[1 - \left(\frac{z}{\delta}\right)^{\frac{1}{7}}\right] + r\beta \quad (1.4)$$

где δ – толщина пограничного слоя на вращающемся диске, α – эмпирический параметр, β – угловая скорость, с которой вращается «твердотельная» прослойка между двумя пограничными слоями $\delta = \beta r^{\frac{3}{5}}$.

Многие исследования посвящены потокам Тэйлора-Куэтта – потокам между двумя соосными цилиндрами, один или оба из которых вращаются по заданному закону. Поток между двумя соосными вращающимися цилиндрами,

неизменно является канонической физической системой, которая служит инструментом развития представлений нелинейной динамики [59], примером развития хаоса, моделью динамических систем, обладающих осевой симметрией.

1.3. Некоторые вязкие эффекты в теории вихревого движения

Действие вязкости жидкости приводит к затуханию собственно вихревого движения и формированию пограничных слоев на контактных поверхностях, также вызывающих диссипацию движения. При изучении динамики вихрей в вязкой покоящейся жидкости, система уравнений Навье-Стокса-Даламбера приводится к виду [34]

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{\Omega} \times \mathbf{v} = -\text{grad } H - \nu \text{rot } \mathbf{\Omega} \quad (1.5)$$

где $H = \frac{p}{\rho} + \Phi + \frac{\mathbf{v}^2}{2}$, силы потенциальны $\mathbf{F} = -\text{grad } \Phi$, завихренность $\mathbf{\Omega} = \text{rot } \mathbf{v}$, жидкость несжимаема $\text{div } \rho \mathbf{v} = 0$, ν – кинематическая вязкость, $\Delta \mathbf{v} = -\text{rot } \mathbf{\Omega}$.

Из анализа уравнения (1.5) методами теории аналитических функций следует, что вязкость приводит к «размыванию» завихренности, выравниванию ее значения во всей жидкости.

Концепция периодического пограничного слоя на осциллирующем диске впервые была сформулирована Дж.Г. Стоксом, в результате решения линеаризованной системы уравнений движения в основополагающей работе по теории однородной вязкой жидкости [60]. Позднее Л.Прандтль [61] предложил нелинейную модель стационарного пограничного слоя, которая получила широкое развитие в большом цикле работ по аэрогидромеханике [58]. Толщина пограничного слоя служит важной характеристикой любого течения.

Масштаб периодического пограничного слоя (масштаб Стокса) определяется кинематической вязкостью ν и характерной частотой (вращения $\mathbf{\Omega}$ или осцилляций ω), а именно $\delta_\nu = \sqrt{2\nu/\omega}$.

В модели Прандтля задана характерная скорость и масштаб пограничного слоя равен $\delta_U = \nu/U$.

В частных случаях масштабы пограничных слоев могут совпадать. На пластине, обтекаемой равномерным потоком вязкой жидкости масштабы пограничных слоев Прандтля и Стокса совпадают с точностью до постоянного множителя с учетом вида дисперсионного соотношения $\omega = kU$, что иллюстрирует общую природу этих элементов течений. В настоящее время приближение пограничного слоя обычно рассматривается как удобное упрощение при решении практических задач гидродинамики [58]. Связь пограничных слоев с регулярными компонентами периодических течений (волнами и вихрями) в толще жидкости в полной мере не проанализирована, описание образования вихрей и их связи с пограничными слоями носит качественный и отрывочный характер.

1.4. Численное моделирование вихря в цилиндрическом контейнере

В настоящий момент все существующие численные модели описания и динамики природных систем можно условно разделить на три основных:

1. *Метод конечных разностей*, где уравнения гидродинамики заменяются конечно-разностными уравнениями, которые сводятся к системе алгебраических уравнений различных типов, в зависимости от выбранной схемы. Для реалистичного результата требуется учет в схеме всего набора движений – волн, пограничных слоев и вихрей.
2. *Метод конечных элементов (МКЭ)*, заменяющий задачу отыскания функции на задачу отыскания конечного числа ее приближенных значений в отдельных точках-узлах. Вместо того чтобы искать требуемую функцию среди бесконечного множества разнообразных функций, задача упрощается. Рассматривается некоторое семейство функций, определяемых конечным числом параметров. Метод конечных элементов дает очень хороший результат в основном в задачах упругости, устойчивости конструкций.

3. *Метод конечных объемов (МКО)*, где каждая переменная определена в центре ячейки, а ее изменение определяется потоками через границы ячейки, как конвективными, так и диффузионными и работой объемных источников. Поскольку переменные определены только в центрах ячеек, то все многообразие методов пространственной дискретизации сводится к тому, как значения величин из центров ячеек интерполируется на границы для того, чтобы из них вычислять потоки. Для дальнейшего моделирования выбирается соответствующий метод интерполяции.

В последние десятилетия МКЭ занял ведущее положение и получил широкое применение. МКЭ позволяет построить удобную схему формирования системы алгебраических уравнений относительно узловых значений искомой функции. Приближенная аппроксимация решения при помощи простых полиномиальных функций и все необходимые операции выполняются на отдельном типовом элементе. Затем производится объединение элементов, что приводит к требуемой системе алгебраических уравнений. Такой алгоритм перехода от отдельного элемента к их полному набору особенно удобен для геометрически и физически сложных систем.

Первая работа, где рассматривалась схема типа МКЭ, принадлежит известному математику Р. Куранту [62]. Построение метода с использованием физических соображений и его название "метод конечных элементов" содержатся в [63]. МКЭ реализован в больших универсальных компьютерных пакетах программ, которые имеют широкое применение, таких как ANSYS, NASTRAN, PARTRAN.

МКО эффективен при расчете течений жидкости и газа, наиболее ценным является то, что метод основан на использовании макроскопических физических законов – уравнений движения в интегральной форме. На основе МКО разработаны большие универсальные пакеты программ CAE (Computer-Aided Engineering), которые нашли широкое применение: STAR-CD, CFX, FLOW3D, FLUENT.

При использовании методов вычислительной математики одним из основных является вопрос о дискретизации расчетной области, т.е. создании расчетной сетки. Для создания расчетной решетки в задачах со свободной поверхностью необходимо учитывать следующие обстоятельства:

требуется разрешать не только пространственную структуру свободной поверхности, но и возникающие при этом поверхностные, которые могут иметь малые размеры (около 10^{-2} м), следовательно для разрешения границы газ-жидкость необходимо вблизи этой границы использовать достаточно подробную сетку.

с учетом требования разрешения всех элементов течения не только на свободной поверхности в начальный момент, но и в процессе выполнения шагов по времени, необходимо, чтобы была возможность менять структуру сетки в процессе счета, или изначально создавать достаточно мелкую сетку во всей области занятой жидкостью.

Из сделанных замечаний следует, что размер решетки даже для бассейна 30×50 см должен быть около $5 \cdot 10^5$ элементов. Такой размер расчетной сетки не позволит использовать некоммерческие варианты САЕ-пакетов.

Соответственно, главной проблемой для научного использования вышеперечисленных пакетов САЕ является солидная стоимость полных версий, позволяющих создавать и рассчитывать модели любой сложности, в то время как усеченные бесплатные и временные версии программ часто ограничены по функциональным возможностям, что ведет к потере точности расчета параметров выбранного явления.

Индивидуальное создание численной модели по одному из перечисленных методов для расчета конкретной задачи может являться темой для отдельного исследования и содержит массу трудностей, которые уже успешно преодолены в имеющихся коммерческих пакетах САЕ.

Другим методом исследования любых течений жидкости, эффективным и проверенным, является лабораторный эксперимент, который лишен

большинства недостатков численного моделирования и позволяет достоверно и подробно проследить эволюцию явления, выяснить основные закономерности. Тем более, что при наличии экспериментального материала появляется возможность создавать, в дополнение к эксперименту, более точные численные модели не только для описания одного явления, но для моделирования схожих явлений.

Заключение.

Из проведенного обзора следует, что изучение динамики вихревого течения, индуцированного вращающимся диском в цилиндрическом контейнере, – одна из актуальных задач механики жидкости.

Следует отметить, что большинство упомянутых в данном разделе опытов выполнено в камере, полностью заполненной жидкостью, когда на всех ограничивающих поверхностях формируется пограничный слой. Ранее пограничный слой трактовался геометрически как область жидкости с особыми свойствами вблизи поверхности, затем его стали рассматривать как динамическое образование, а в последние годы появилось большое число работ, посвященных изучению неустойчивости течения в пограничных слоях, которая приводит к формированию дополнительных струй. Экспериментальные исследования выявили большое число типов неустойчивостей, затрудняющих однозначную интерпретацию тонких экспериментов. Экспериментально более удобно для исследования вихревое течение в камере, частично заполненной жидкостью. В этом случае профиль свободной поверхности определяет распределение давления в жидкости. Свободная поверхность открывает возможность использования большого числа методов визуализации течений.

Полученные различными группами ученых результаты экспериментальных исследований не приводятся к единым моделям, что затрудняет их сравнение и выделение общих свойств. Одной из причин недостаточной изученности вихрей является их нестационарность, сложность пространственных структур и

сравнительно быстрое затухание движения в целом или отдельных его компонент. В этой связи представляет интерес создание новых установок, расширяющих технические возможности эксперимента и допускающих генерацию установившихся вихревых течений.

Глава 2. Теоретические модели вихревых и волновых течений в однородной жидкости

2.1. Уравнения движения и граничные условия

Теоретическое описание всякой гидродинамической системы опирается на систему уравнений движения и граничные условия, соответствующие поставленной задаче.

Рассматривается течение в цилиндрическом контейнере радиуса R_0 , заполненном жидкостью до глубины H . Движение жидкости создается соосным диском радиуса R , расположенным в центральной части дна, который вращается с постоянной угловой скоростью Ω . Рассмотрение проводится в цилиндрических координатах, где вертикальная ось системы координат z направлена против действия силы тяжести и совпадает с осью цилиндрического контейнера, свободная поверхность в невозмущенном состоянии совпадает с плоскостью $z = 0$ (см. рис. 2.1).

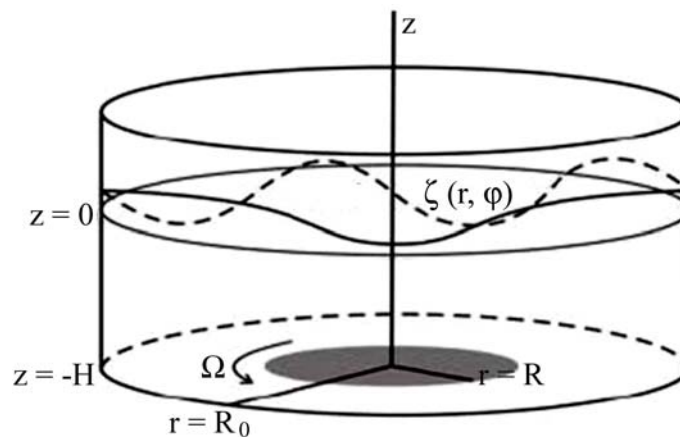


Рис. 2.1. Система координат и основные обозначения параметров экспериментальной системы.

Система фундаментальных уравнений для течения однородной несжимаемой вязкой жидкости включает уравнения Навье-Стокса и неразрывности Даламбера, а также граничные условия прилипания на твердых стенках и постоянства давления на свободной поверхности имеет вид

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} + 2\mathbf{\Omega} \times \mathbf{v} = -\nabla p / \rho + \nu \Delta \mathbf{v} - \mathbf{F} \quad (2.1),$$

$$\operatorname{div} \mathbf{v} = 0,$$

Для визуализации обычно используется водный раствор красителя, смешивающегося с жидкостью в бассейне. Изменение концентрации визуализирующего красителя описывается уравнением переноса вещества, учитывающим эффекты молекулярной диффузии

$$\frac{\partial(\rho S)}{\partial t} = -\operatorname{div}(\rho S \mathbf{v}) - \operatorname{div} \mathbf{i} \quad (2.2)$$

Замыкающим служит уравнение состояния

$$\rho = \rho(T, S, p). \quad (2.3)$$

В этих уравнениях введены обозначения: \mathbf{v} – скорость, p – давление, ρ – полная плотность жидкости, \mathbf{F} – массовые силы, T – температура, S – концентрация примеси, $\mathbf{i} = -\kappa_S \nabla S$ – плотность диффузионного потока [35], κ_S – коэффициент диффузии, который будет предполагаться постоянным.

Граничные условия в приближении вязкой жидкости состоят в равенстве нулю вектора скорости на твердой ограничивающей поверхности Σ :

$$\mathbf{v}|_{\Sigma} = 0 \quad (2.4)$$

В том случае, если гидродинамическая система имеет свободную поверхность S , должны выполняться также и граничные условия на ней

$$\left(p - p_0 - \alpha \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \right) n_i - \sigma'_{ik} n_k \Big|_S = 0 \quad (2.5)$$

$$u_n - \zeta'_t - \vec{u}_s \cdot \nabla_s \zeta \Big|_S = 0$$

Первое – условие взаимной компенсации всех сил, действующих на поверхность. Второе – условие, описывающее движение свободной поверхности во времени. В представленных граничных условиях p_0 – давление во внешней среде, α – коэффициент поверхностного натяжения жидкости, n_i обозначена i -тая компонента единичного вектора внешней нормали к

поверхности жидкости ζ , R_1 , R_2 – главные радиусы кривизны поверхности, σ'_{ik} – компоненты тензора напряжений.

Свойства жидкости характеризуются коэффициентом кинематической вязкости ν и коэффициентом поверхностного натяжения α . Возмущение уровня свободной поверхности жидкости описывается функцией $\zeta(r, \varphi, t)$. Поскольку отклонение ζ от невозмущенной поверхности нельзя считать малым, граничные условия, входящие в состав системы не допускают разложения вблизи уровня $z = 0$. Этот факт в совокупности с нелинейностью и нестационарностью уравнений движения не позволяет получить точное решение поставленной задачи.

С учетом геометрии контейнера и инициирующего движения диска, динамическая часть системы уравнений обычно представляется в цилиндрической системе координат (r, φ, z) , центр которой обычно помещают в центре диска или на свободной поверхности. В последнем случае система уравнений для компонент скорости (v_r, v_φ, v_z) и граничные условия принимают вид

$$\frac{\partial v_r}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) v_r - \frac{v_\varphi^2}{r} = -\frac{\partial p}{\partial r} + \nu \left(\Delta v_r - \frac{v_r}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} \right) \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial v_\varphi}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) v_\varphi + \frac{v_r v_\varphi}{r} = -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \varphi} + \nu \left(\Delta v_\varphi - \frac{v_\varphi}{r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_r}{\partial \varphi} \right)$$

$$\frac{\partial v_z}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) v_z = -\frac{\partial p}{\partial z} + \nu \Delta v_z - g$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(\rho v_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0,$$

$$v_r = v_z = 0, \quad v_\varphi = \Omega r \Big|_{z=-H, r \in [0, R]}, \quad v_r = v_\varphi = v_z = 0 \Big|_{z=-H, r \in [r, R_0]} \quad (2.7)$$

$$v_r = v_\varphi = v_z = 0 \Big|_{r=R_0, z \in [-H, \zeta]}, \quad v_z - \zeta'_t - v_r \zeta'_r - \frac{v_\varphi \zeta'_\varphi}{r} \Big|_{z=\zeta, r \in [0, R_0]} = 0$$

$$\left(p - p_0 - \alpha \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \right) n_i - \sigma'_{ik} n_k \Big|_{z=\zeta, r \in [0, R_0]} = 0$$

$$\text{где } \Delta f = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}, \quad (\mathbf{v} \nabla) f = v_r \frac{\partial f}{\partial r} + \frac{v_\varphi}{r} \frac{\partial f}{\partial \varphi} + v_z \frac{\partial f}{\partial z}.$$

Здесь давление нормировано на плотность жидкости, диск радиуса R , установленный на дне, вращается с угловой скоростью Ω .

Прежде чем переходить к приближенным методам исследования системы (2.1-2.4) необходимо определить характерные критические частотные и пространственные масштабы возникающего течения.

Основное течение создается вращением диска, которое характеризуется угловой скоростью Ω и линейной скоростью кромки диска $U_\varphi = R\Omega$. На диске формируется пограничный слой Стокса толщиной $\delta_\Omega = \sqrt{\frac{\nu}{\Omega}}$.

В контейнере формируется составное вихревое течение, образованное наложением двух вихрей. Непосредственно над поверхностью диска частицы вращаются вокруг вертикальной оси с угловой скоростью ω_c и одновременно смещаются от центра к его кромке. В контейнере также образуется тороидальный вихрь, в котором частицы жидкости вращаются с угловой скоростью ω_t вокруг кольцевой оси, охватывающей вертикальную ось симметрии. В целом вихревое течение характеризуется суммарной частотой $\omega = \omega_c + \omega_t$. Положение оси вращения зависит от всех параметров задачи (в частности радиусов R , R_0 , глубины H , частоты Ω).

В гидродинамической системе могут развиваться неустойчивости, которые вызывают колебания поверхности жидкости с характерной частотой ω_W , которая определяется ускорением свободного падения, коэффициентом поверхностного натяжения и размерами контейнера. В зависимости от глубины слоя жидкости в нем могут возбуждаться поверхностные волны различных типов (капиллярные, капиллярно-гравитационные, гравитационные на мелкой

или на глубокой воде). Совпадение характерных частот может приводить к возникновению резонансных эффектов, качественный анализ которых проводится методами теории размерности путем сравнения характерных временных и пространственных масштабов.

Граница одного из частотных диапазонов связана с собственными вертикальными колебаниями слоя жидкости в поле внешней силы тяжести. Математический маятник длиной $2H$ характеризуется частотой $\Omega_H = \sqrt{g/2H}$, которая совпадает с частотой основной моды вертикальных колебаний слоя жидкости глубиной H .

Следующие частотные масштабы вводятся на основе инерциальных и энергетических свойств малых жидких элементов. Жидкие частицы, находящиеся на краю диска, отрываются от вращающегося узкого слоя и разлетаются от диска по спиральным траекториям, приобретая радиальную и вертикальную компоненты скорости. Поскольку характерные инерциальные свойства таких частиц характеризуются величинами ускорений g (для вертикального направления) и $\Omega^2 R$ (для радиального), то можно ввести характерное отношение этих ускорений $\Omega^2 R/g$. Обращение этого соотношения в единицу при заданном радиусе вращающегося диска определяет инерциальное критическое значение частоты вращения $\Omega_I = \sqrt{g/R}$.

В рамках энергетического подхода определяется энергетическая критическая частота $\Omega_E = \sqrt{gH}/R$. Полученные критические частоты не являются независимыми, поскольку выполняется соотношение $\Omega_I^2 = \Omega_H \Omega_E$, откуда следует, что инерциальная критическая частота всегда принимает промежуточное значение между двумя остальными критическими частотами.

Критическая частота Ω_H является характеристикой инерциальных свойств жидких частиц в вертикальном направлении, и ее можно назвать вертикальной инерциальной критической частотой, в то время как частоте Ω_E можно присвоить название радиальной критической частоты. Отношение этих частот

связано с понятиями мелкого и глубокого бассейна. Поскольку $\Omega_H / \Omega_I = \sqrt{R/2H}$, то при $R \gg 2H$ бассейн определяется как мелкий, а при $R \ll 2H$ имеет место случай глубокого бассейна.

В число размерных параметров задачи входят плотность ρ_f и кинематическая вязкость жидкости ν , коэффициент диффузии окрашивающей примеси, ускорение свободного падения g , радиус контейнера R_0 , высота слоя жидкости H , радиус R и частота вращения диска Ω . Вихревое течение жидкости характеризуется локальной частотой ω .

Из размерного анализа определяющей системы уравнений и граничных условий следует, что, помимо геометрических масштабов (R_0 , H , R), течение характеризуется набором макро- и микромасштабов динамической природы. Определяющими служат инерциальные масштабы, задаваемые отношением

ускорения свободного падения к угловой скорости вращения диска – $\Delta_\Omega = \frac{g}{\Omega^2}$

и частиц жидкости – $\Delta_\omega = \frac{g}{\omega^2}$ и микромасштабы, характеризующие сингулярно

возмущенные компоненты (пограничные слои Стокса) на диске – $\delta_\Omega = \sqrt{\frac{\nu}{\Omega}}$ и

других контактных поверхностях – $\delta_\omega = \sqrt{\frac{\nu}{\omega}}$, в том числе и на свободной

поверхности. Процесс переноса красителя характеризуется масштабом

$\delta_S = \sqrt{\frac{\kappa_S}{\omega}}$. В капельных жидкостях обычно выполняется соотношение

$Sc = \frac{\nu}{\kappa_S} \ll 1$, т.е. число Шмидта мало и толщина диффузионного пограничного

слоя много меньше толщины динамического (скоростного) пограничного слоя.

Геометрию контейнера и индуктора движения характеризуют отношения

масштабов $\xi_H = \frac{H}{R}$ и $\xi_0 = \frac{R_0}{R}$. Степень выраженности гравитационного и

центробежных ускорений, обусловленных вращением диска, а также самой жидкости, характеризуют отношения геометрических и динамических масштабов: $R_d = \frac{\Delta_\Omega}{R} = \frac{g}{R\Omega^2}$ и $R_w = \frac{\Delta_\omega}{H} = \frac{g}{H\omega^2}$.

Традиционное число Рейнольдса или его аналог для данной задачи – число Экмана, определяется отношениями $Re_\Omega = \frac{R^2}{\delta_\Omega^2} = \frac{R^2\Omega}{\nu} = Ek_\Omega^{-1}$,

$Re_\omega = \frac{R^2}{\delta_\omega^2} = \frac{R^2\omega}{\nu} = Ek_\omega^{-1}$. Число Фруда $Fr = (R_i^1 \xi_H)^{-1} = \frac{R}{\Delta_\Omega} \frac{1}{\xi_H}$ выражается через

приведенные безразмерные отношения.

Большое число характерных масштабов задачи говорит о сложной структуре течения, включающей крупномасштабные регулярные компоненты и мелкомасштабные сингулярно-возмущенные компоненты, влияние которых может заметно проявиться в процессах переноса красителя.

2.2. Критические условия перестройки течения

При описании течений обычно выделяют несколько физических состояний, определяемых значениями геометрических и динамических условий.

Наряду с набором характеристических частот течение описывается также и системой пространственных масштабов. При фиксированной частоте Ω вращения диска из определяющих критические частоты соотношений следуют выражения для критических радиальных масштабов – энергетического и инерциального:

$$\rho_E = \frac{\sqrt{2gH}}{\Omega}, \quad \rho_I = \frac{g}{\Omega^2} \quad (2.8)$$

Смысл энергетического расстояния состоит в том, что если радиус R вращающегося диска существенно меньше ρ_E , то возбуждаемые в бассейне вертикальные и радиальные движения жидких частиц обладают существенно меньшим запасом кинетической энергии, нежели азимутальное движение.

Малость радиуса диска R по сравнению с инерциальным расстоянием ρ_I означает слабость радиального оттока жидкости от оси вращения, что, как следствие, влечет лишь слабые нарушения азимутальной симметрии течения.

Отношение энергетического масштаба к инерциальному определяется величиной

$$\frac{\rho_E}{\rho_I} = \Omega \sqrt{\frac{2H}{g}} = \frac{\Omega}{\Omega_H}, \quad (2.9)$$

которая зависит лишь от частоты вращения возбуждающего диска и частоты собственных вертикальных колебаний, следовательно, никак не зависит от размеров бассейна.

Глубокий бассейн. В этом случае $H \gg R$ и $\frac{\Omega_H}{\Omega_I} \equiv \frac{\Omega_I}{\Omega_E} \ll 1$. Критические частоты соотносятся как $\Omega_H < \Omega_I < \Omega_E$. В зависимости от величины частоты вращения диска Ω имеют место различные варианты взаимного расположения критических расстояний ρ_E , ρ_I и радиуса R возбуждающего диска, как это показано в табл. 2.1.

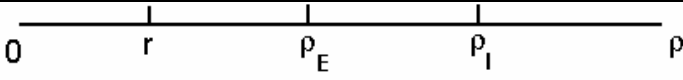
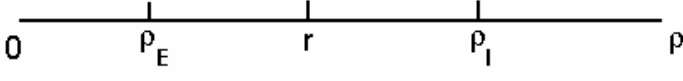
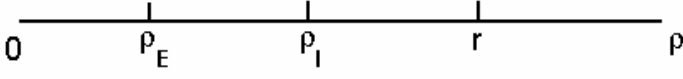
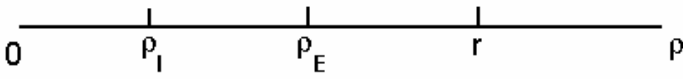
Таблица 2.1.

$\Omega < \Omega_H$	
$\Omega_H < \Omega < \Omega_I$	
$\Omega_I < \Omega < \Omega_E$	
$\Omega_E < \Omega$	

Мелкий бассейн. В этом случае $H \leq R$ и $\frac{\Omega_H}{\Omega_I} \equiv \frac{\Omega_I}{\Omega_E} \gg 1$.

Критические частоты соотносятся как $\Omega_E < \Omega_I < \Omega_H$. Как и в случае глубокого бассейна, в зависимости от величины частоты вращения диска Ω имеют место различные варианты взаимного расположения критических расстояний ρ_E , ρ_I и радиуса R возбуждающего диска, как это показано в табл. 2.2.

Таблица 2.2.

$\Omega < \Omega_E$	
$\Omega_E < \Omega < \Omega_I$	
$\Omega_I < \Omega < \Omega_H$	
$\Omega_H < \Omega$	

Помимо указанных характеристических масштабов в течении присутствуют и вязкие масштабы, размеры которых зависят от структуры течения в данной области пространства.

Поскольку над вращающимся диском течение характеризуется вязким масштабом $\delta_\Omega = \sqrt{\frac{\nu}{\Omega}}$, а для течения над неподвижным дном – $\delta_\omega = \sqrt{\frac{\nu}{\omega}}$ в области перехода могут развиваться дополнительные возмущения.

Оценки деформации свободной поверхности композиционным вихревым течением, создаваемым равномерно вращающимся диском в частично заполненном цилиндрическом контейнере, выполнены в [64].

В области $\rho < R$ форма центральной части каверны на свободной поверхности задается уравнением параболы (как и в вихре Рэнкина), а внешняя – логарифмической функцией. Радиус центральной части с винтовым течением близок к радиусу вращающегося диска.

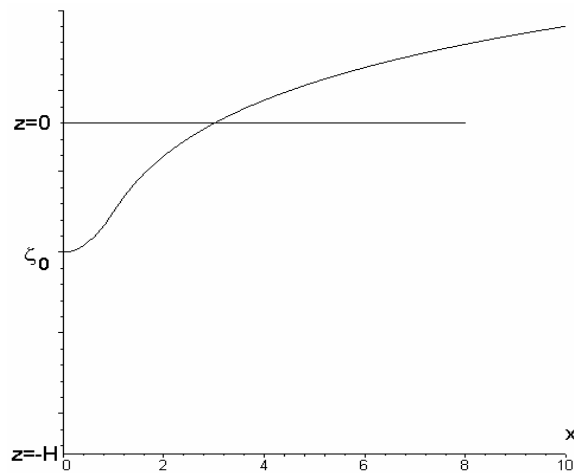


Рис. 2.2. Форма поверхности медленно вращающейся жидкости в приближении глубокой воды

Подобная картина свободной поверхности приближенно описывает реальную ситуацию лишь в том случае, когда можно пренебречь динамической частью давления \tilde{p} . В случаях мелкого и глубокого бассейнов это справедливо только тогда, когда $\Omega < \Omega_I$ и $\Omega < \Omega_E$. Далее эти случаи следует рассматривать по отдельности.

Для глубоко бассейна, как следует из табл. 1, при данном частотном ограничении имеет место соотношение $R < \rho_I$ и $R < \rho_E$, то есть радиус вращающегося диска меньше критических радиусов течения.

При повышении частоты вращения, при $\Omega_I < \Omega < \Omega_E$ (чему соответствует $\rho_I < R < \rho_E$) или $\Omega_E < \Omega$ ($\rho_I < \rho_E < R$), в качестве характерного масштабирующего радиального размера начинает выступать критический инерциальный радиус ρ_I . В этом случае радиус ядра вихря совпадает с критическим инерциальным радиусом ρ_I и меньше радиуса вращающегося диска. В этом случае, форма стационарной каверны на качественном уровне имеет вид, представленный на рис. 2.3. В таком течении практически отсутствует центральный участок каверны, характеризуемый параболоидом вращения.

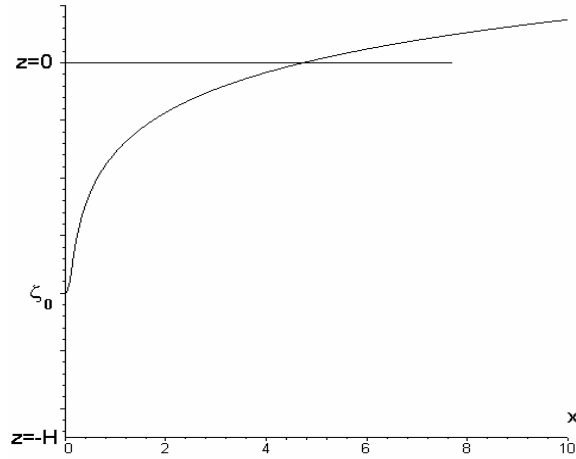


Рис. 2.3. Форма поверхности быстро вращающейся жидкости в приближении глубокой воды

Для мелкого бассейна, при $\Omega < \Omega_E$, наблюдаемая картина свободной поверхности будет подобна картине рис. 2.2. При повышении частоты, когда $\Omega_E < \Omega < \Omega_H$, наименьшим радиальным масштабом является критический энергетический радиус ρ_E , который и определит радиус ядра образующегося вихря. В случае дальнейшего увеличения частоты вращения, при $\Omega_H < \Omega$, радиус ядра определится критическим инерциальным радиусом ρ_I . В целом, форма свободной поверхности отражает распределение возмущения давления в среде при вращении индуктора, а следовательно качественно характеризует поле течения, индуцируемого диском и в замкнутой полости.

2.3. Оценка формы поверхностной каверны

Более детальный анализ свойств решений системы уравнений (2.6-2.7), определяющих форму поверхностной каверны для нескольких диапазонов параметров, типичных для условий лабораторного эксперимента, проведен в [64].

В глубокой жидкости и относительно медленно вращающийся диск формирует каверну, форма которой имеет вид

$$\zeta \approx b \left\{ 1 - \frac{(R/\rho_*)^2}{3/2 + \ln(R/\rho_*)^2} \left[\left(2 - \left(\frac{\rho}{\rho_*} \right)^2 \right) \vartheta(\rho_* - \rho) + \left(\frac{\rho_*}{\rho} \right)^2 \vartheta(\rho - \rho_*) \right] \right\} \quad (2.10)$$

где ρ_* – эмпирически определяемая величина, разграничивающая вогнутую и выпуклую части поверхности, b – параметр, характеризующий интенсивность течения, значение которого при неизменных параметрах задачи определяется угловой скоростью вращения диска. Полученное выражение применимо, когда глубина каверны меньше половины толщины слоя жидкости.

Если каверна подходит к диску, форма свободной поверхности описывается выражением

$$\zeta \approx -H \left\{ 1 - \frac{(R/\rho_*)^2}{(R/\rho_*)^2 - 1 - \ln(R/\rho_*)^2} \left(1 - \frac{\rho_*^2}{\rho^2} \right) \mathcal{G}(\rho - \rho_*) \right\}, \quad (2.11)$$

которое содержит только один эмпирический параметр ρ_* , имеющий смысл радиуса осушенной части диска.

В общем случае при расчете формы каверны необходимо учитывать действие как гравитационных, так и капиллярных сил, характеризуемых коэффициентом поверхностного натяжения α . При этом форма поверхности жидкости задается более сложным выражением [64]

$$\zeta = b(1 - \kappa f(r)), \text{ где} \quad (2.12)$$

$$\kappa = \frac{(R/\rho_*)^2}{3/2 + \ln(R/\rho_*)^2 + \frac{2\tilde{\rho}^2}{\lambda^2 \rho_*^4} \left(\frac{\lambda \tilde{\rho} I_0(\lambda \tilde{\rho})}{I_1(\lambda \tilde{\rho})} - \frac{\lambda^2 \tilde{\rho}^2}{4} - 2 \right)},$$

$$f(r) = \left[\frac{2\tilde{\rho}}{\lambda \rho_*^2 I_1(\lambda \tilde{\rho})} (I_0(\lambda \tilde{\rho}) - I_0(\lambda r)) + \frac{r^2 - \tilde{\rho}^2}{\rho_*^2} \right] \mathcal{G}(\tilde{\rho} - r) +$$

$$+ \left(2 - \frac{r^2}{\rho_*^2} \right) \mathcal{G}(\rho_* - r) + \frac{\rho_*^2}{r^2} \mathcal{G}(r - \rho_*)$$

здесь $\lambda^2 = g/\alpha$; $I_n(x)$ – модифицированная функция Бесселя порядка n , ρ_* и $\tilde{\rho}$ – эмпирические параметры, b – параметр, характеризующий интенсивность течения, значение которого при неизменных параметрах задачи определяется угловой скоростью вращения диска.

2.4. Требования к методике эксперимента

Анализ свойств решений системы уравнений движения позволяет сформулировать некоторые рекомендации к методике изучения динамики вихревого течения, индуцированного вращающимся диском в цилиндрическом контейнере, – одной из актуальных задач экспериментальной механики жидкости.

Прежде всего необходимо отметить, что применение полностью заполненного закрытого контейнера используемого в работах [47-51, 65, 66] ограничивает возможности эксперимента. Твердые стенки затрудняют регистрацию картины течения, введение маркирующей краски и частиц, применение оптических и зондовых методов.

Интерес представляет изучение течений, индуцируемых вращающимся диском, в прозрачном цилиндрическом контейнере, частично заполненном жидкостью. При этом форма свободной поверхности отражает картину распределения давления [3], ее возмущения – характеристики крупномасштабных (инерциальных) и коротких спиральных волн, особенно трудных для исследования в заполненных контейнерах, где они также устойчиво регистрируются, как в течении на поверхности диска [58], так и в толще жидкости [67].

Частично заполненная камера позволяет изучать процессы распространения пассивной примеси (краски) и применения оптических измерителей скорости течения различного типа (лазерных доплеровских анемометров, PIV-инструментов). Варьируемыми параметрами в таких задачах являются радиус цилиндрического контейнера, высота столба жидкости, радиус и угловая скорость вращения диска, его положение относительно дна и центра контейнера.

В силу сложности природы вихревого течения в жидкости со свободной поверхностью желательно изучать его свойства в установившемся или медленно меняющемся режиме в системе координат, связанной с жидкостью.

Визуализация картины течения должна проводиться методами, имеющими достаточное разрешение для регистрации всех компонент течения: структуры вихря, тонких прослоек, волн различной амплитуды и длины на поверхности жидкости. Разрешающая способность регистрирующей и обрабатывающей аппаратуры должна позволять идентифицировать структуры с наименьшими масштабами (порядка δ_ω и δ_S).

Продолжительность эксперимента должна позволять выявить долгопериодные возмущения, а экспозиция кадра – достаточно малой для сохранения контрастности и четкости изображения тонкоструктурных компонент.

Необходимость оценки влияния величины коэффициента диффузии примеси на картину течения обуславливает применение нескольких подкрашивающих веществ, например, чернил и флюоресцирующих растворимых солей (родамина 6Ж, уранила).

Глава 3. Экспериментальная установка и методика эксперимента

3.1. Экспериментальные исследования закрученных течений в цилиндрической геометрии

Набольший интерес исследователей вызывают вихревые течения, которые могут быть промоделированы в лабораторном эксперименте и одновременно имеют природные аналоги, а также позволяют проводить прямое сравнение с расчетами на основе фундаментальных уравнений. Одним из примеров такого сравнения служит течение, генерируемое вращающимся диском в свободном пространстве [58], также проводились исследования вихревых течений в цилиндрической камере ограниченного объема, полностью заполненной жидкостью [3].

Большинство исследований посвящено исследованиям течений в закрытых камерах ограниченного объема с различными поперечными сечениями, но чаще всего исследования ведутся в цилиндрической геометрии, поскольку структура вихря предполагает цилиндрическую симметрию движения. В ходе таких исследований основное внимание приковано к моделированию процесса “распада вихря” – образованию на оси течения “вихревого пузыря” – дрейфующего тороидального вихря сложной структуры, располагающегося на оси течения [68]. Такой вихрь дополняет существующую в сосуде циркуляцию, захватывающую весь объем жидкости в сосуде и, располагаясь на оси симметрии течения, имеет противоположное направление течения жидкости.

Явление “распада вихря” изучается в экспериментах с вращающейся верхней крышкой в закрытых цилиндрических полостях [47]. При такой организации циркуляции в сосуде характер “распада” зависит от числа Рейнольдса $Re_{\Omega} = \Omega R^2 / \nu$ и относительной высоты камеры $\xi = H / R$, где Ω – угловая скорость вращения крышки, R и H – радиус диска и высота камеры. Картина течения и условия “распада” в полностью заполненной камере

практически не зависят от положения диска, который в одних опытах служил верхней крышкой [47], а в других – нижней [68].

Эксперименты, сделанные в цилиндрическом сосуде ограниченного объема, где течение создавалось вращением как верхней, так и нижней крышек [45], дали результаты по структуре и основным особенностям схожие с полученными в работах, где источником завихренности являлся только один из торцов цилиндрической камеры [47, 48]. Полученные картины линий тока и общая схема течения приведены на рис. 3.1.

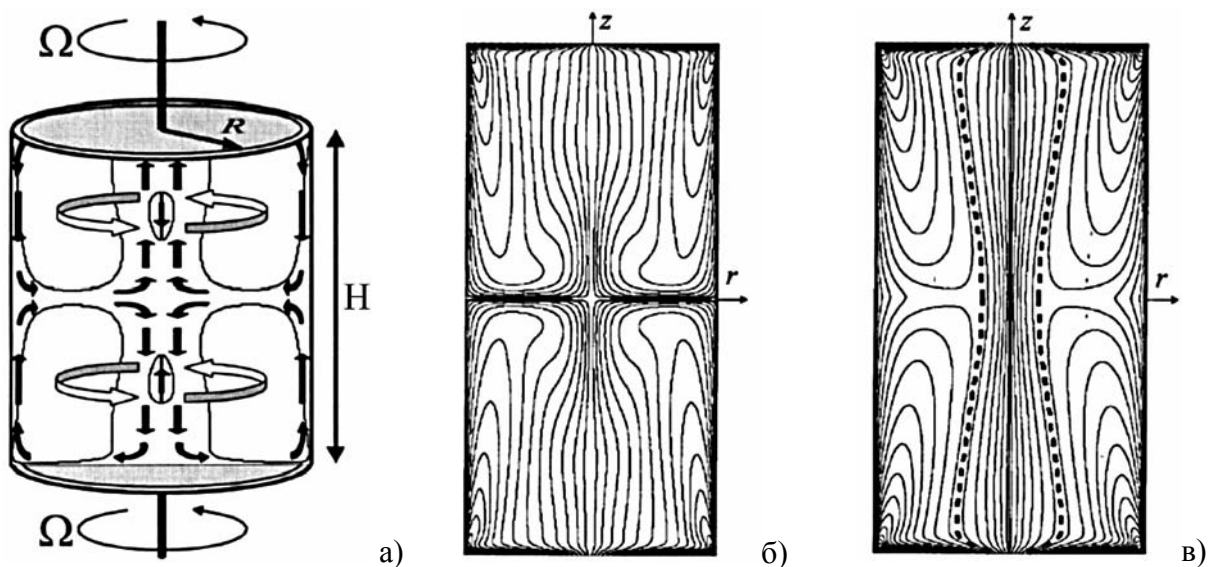


Рис. 3.1. Течение в цилиндрическом контейнере с вращающимися торцами ($Re=2000$): (а) – схема; сечения вихревых трубок при противоположном вращении торцов (б) и в одном направлении (в).

В случае когда оба торца вращаются с ненулевой скоростью, обнаружено возникновение замкнутых зон с противоположным основному движению жидкости – “вихревых пузырей”, – размер, положение и количество которых зависит от параметров системы: отношения и абсолютной величины угловых скоростей вращения торцов цилиндра, отношения радиуса камеры к ее высоте $\xi = H/R$. Схема течения, возникающего в сосуде, приведена на рис. 3.1 а. Типичная картина линий тока, возникающих при вращении обоих торцов цилиндра с одинаковыми по модулю угловыми скоростями, приведена для

значения числа Рейнольдса $Re_{\Omega} = 2000$, для вращения в противоположных направлениях на рис. 3.1 б и в одном направлении на рис. 3.1 в. При вращении торцов контейнера с равными угловыми скоростями, но в противоположных направлениях, обнаруживаются два зеркально отраженных семейства, вложенных друг в друга деформированных торов, замкнутых на поверхности вращающихся дисков (рис. 3.1 б).

Экспериментальные исследования “распада вихря” [47] положили начало исследованиям подобных систем с помощью численных методов. Численная модель распада вихря в цилиндрическом контейнере, развитая [50] позволила установить, что данный процесс инициируется стационарными инерциальными волнами, которые проявляются в искривлении линий тока в меридиональной плоскости в областях понижения давления. Расчеты показывают, что процесс распада чрезвычайно чувствителен к малым изменениям средней циркуляции и слабо чувствителен к температурным возмущениям крышки и боковых стенок. В целом рассчитанная и наблюдаемая картины течений хорошо согласуются между собой в широком диапазоне параметров.

В исследованиях процесса распада вихря [47, 51] показано, что важную роль в процессе реформирования структуры течения играет крупномасштабные инерциальные волны и мелкомасштабные спиральные волны, с которыми связаны отрицательные градиенты давления в ядре потока [8]. Распределение среднего давления и безразмерные профили донного давления в таких камерах носят сложный характер с выраженным минимумом в центре вихря [3]. Измерения возмущений, порождаемых инерциальными и тонкоструктурными спиральными волнами, представляют сложную техническую задачу [65], особенно в режимах высоких скоростей и больших значений числа Рейнольдса Re_{Ω} , когда течение теряет устойчивость. Переход к развитому турбулентному режиму в цилиндрической полости с вращающейся верхней крышкой изучен в [66].

Явления распада вихря наблюдаются в вихревых течениях, при срыве потока с передней кромки крыльев, в интенсивно закрученных потоках в трубах, в замкнутых цилиндрах с вращающимся торцом.

Характер распада зависит от числа Рейнольдса $Re_{\Omega} = \Omega R^2 / \nu$ и относительной высоты камеры $\xi = H / R$, где Ω – угловая скорость вращения диска, R , H , R_0 – соответственно радиус диска, высота и радиус камеры. Исследование течения в цилиндрическом контейнере, полностью заполненном жидкостью, с соосно вращающимися торцами привело к обнаружению нелинейных зависимостей в образовании особенностей на оси течения [45].

Распад вихря характеризуется возникновением на оси вихря внутренней критической точки, за которой обычно расположена прилегающая к оси ограниченная область возвратного течения (рециркуляционная зона, см. рис. 3.2 а). Наиболее часто встречаются два типа распада вихря. Один из них является осесимметричным (с образованием “вихревых пузырей”), другой – спиральным. В работе [69] произведено сравнение эволюции течения для контейнеров различной геометрии – проделаны эксперименты в цилиндрическом и кубическом контейнерах. Было установлено, что структуры закрученного потока в цилиндрическом и прямоугольном контейнерах существенно различаются. В кубическом контейнере отсутствует распад вихря с образованием “вихревых пузырей” и отсутствуют стационарные режимы течения при низких числах Рейнольдса. В цилиндрическом контейнере – напротив, при числах Рейнольдса $1520 \div 3200$ ярко выражен режим стационарного осесимметричного распада с одной или двумя циркуляционными зонами. Актуальность исследования вихревого потока в рабочей камере квадратного сечения обусловлена частым использованием подобных конструкций на практике. На (рис. 3.2) приведен пример осесимметричного распада вихревой структуры, содержащей “вихревые пузыри” (рис. 3.2 а), и воспроизведена диаграмма изменения структуры потока в цилиндрическом контейнере (рис. 3.2 б).

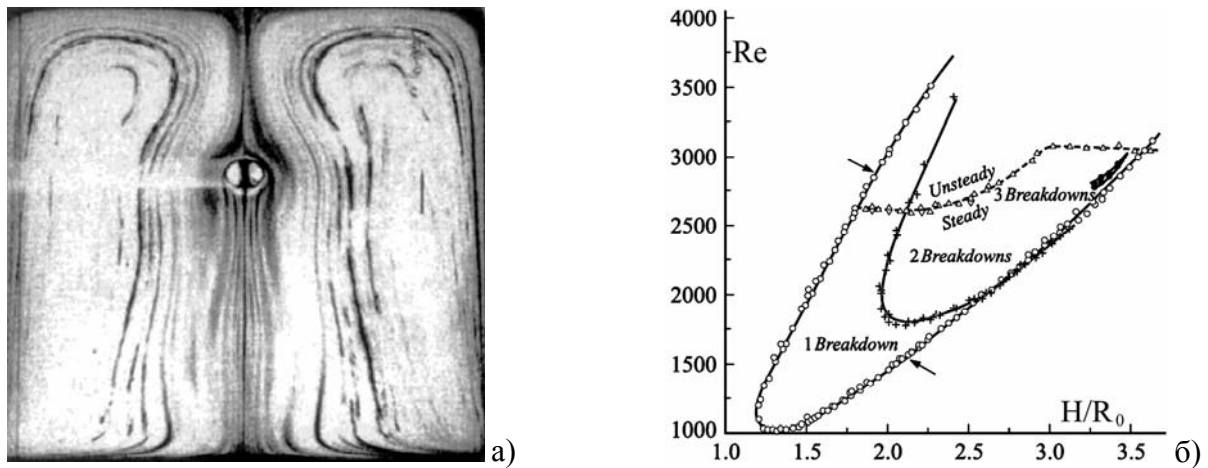


Рис 3.2. Структура течения (при $Re=1490$) (а) и диаграмма эволюции распада вихря в цилиндрическом контейнере [47] (б).

По причине значительного различия диапазона масштабов природных процессов и их лабораторных аналогов, перенос результатов на естественные условия представляет большие трудности.

Существующие результаты проверялись при помощи численных экспериментов [50]. Возможность многократного воспроизведения изучаемого явления в заданном диапазоне параметров позволяет выделить даже слабые влияющие факторы. Сочетание лабораторных и численных экспериментов с аналитическими исследованиями позволяет не только уточнить математические модели природных систем и условия их применимости, но и сформулировать критерии качественной и количественной экстраполяции на природные условия.

В части экспериментов изучалось вихревое течение жидкости со свободной поверхностью в цилиндрическом контейнере, источником движения в котором является вращающаяся центральная часть дна [70]. В опытах исследована структура течения при сравнительно малых частотах вращения центрального диска, прослежено появление возвратного течения, направленного вдоль дна от боковой стенки в центр, формирование вихря около боковой стенки цилиндрического контейнера с увеличением частоты вращения индуктора, определены критические условия перестройки потока. Методом подкраски были выделены области возвратного течения, в которых

долговременного удерживается краска. На поверхности областей возвратного течения выделены возмущения, которые носят волновой характер [70]. Численное моделирование задачи в той же постановке [71] показало, что расчет и эксперимент удовлетворительно согласуются при большом отношении радиусов цилиндрического контейнера и вращающейся части дна.

Форма свободной поверхности отражает картину распределения давления [3], ее возмущения – характеристики крупномасштабных (инерциальных) и коротких спиральных волн, особенно трудных для исследования в заполненных контейнерах, где они также устойчиво регистрируются, как в течении на поверхности диска [58], так и в толще жидкости [48, 65]. Такая методика особенно удобна для изучения процессов распространения пассивной примеси (краски) и применения оптических измерителей скорости течения различного типа (лазерных доплеровских анемометров, PIV-инструментов). Варьируемыми параметрами в таких задачах являются радиус цилиндрического контейнера, высота столба жидкости, радиус и угловая скорость вращения диска, его положение относительно дна и центра контейнера.

В сложной картине течения, индуцированного вращающимся диском на дне цилиндрического контейнера, выделяют два основных типа движений: вихри и волны. Вихри включают как общее вращение жидкости вокруг вертикальной оси, обусловленное собственным вращением диска, так и замыкающий тороидальный вихрь с кольцевой осью симметрии, располагающийся в толще жидкости. Схема такого течения близка к приведенной в [58], но является более сложной в окрестности диска, где частицы движутся в пограничном слое по спиральным траекториям. Формирование тороидального вихря обусловлено подсасывающим действием диска в окрестности оси и отбрасыванием жидкости с внешней кромки.

Таким образом, в объеме жидкости со свободной поверхностью, закручиваемой при помощи диска, находящегося на дне цилиндрической камеры, должен образовываться сложный составной вихрь, геометрические

особенности и характеристики распространения примеси в котором являются предметом исследования в данной работе.

Использование полностью заполненного контейнера ограничивает возможности эксперимента. Твердые стенки затрудняют регистрацию картины течения, введение маркирующей краски и частиц, применение оптических и зондовых методов. В этой связи представляет интерес изучение течений, индуцируемых вращающимся диском, в прозрачном цилиндрическом контейнере, частично заполненном жидкостью.

3.2. Экспериментальная установка для визуализации течений в составном вихре

Исследование вихревого течения проводилось на установке, схема которой представлена на рис. 3.3, а фотография – на рис. 3.4. Как и в работах [70] вихрь создавался диском, помещенным на дно цилиндрического контейнера. Для удобства наблюдения картины течения рабочий объем размещался внутри прозрачного открытого прямоугольного бассейна 1 размером 70×59×41 см. Внутри него располагалась цилиндрическая обечайка внутренним диаметром 29.4 см 2.

На одной из образующих обечайки располагается линейка для масштабирования элементов течения и набор шелковинок для визуализации характера течения (установившееся или нестационарное). И бассейн, и обечайка изготовлены из полиметилметакрилата толщиной 18 и 3 мм соответственно.

В центр обечайки через уплотнительный сальник входит ось, на которую насаживается гладкий рабочий диск 3 толщиной 2 мм и диаметром 5, 10, 15, 20 и 28 см или модель другой формы. Верхняя кромка диска располагается на расстоянии 2 см от дна бассейна. В ряде опытов на уровне верхней кромки устанавливается фальш-дно 4. На оси под бассейном располагается диск-маска 5 измерителя угловой скорости. Диск приводится во вращение электромотором

6, работа которого управляется блоком 7. Частота вращения диска плавно регулируется в диапазоне от 200 до 2500 об/мин и регистрируется с помощью оптического датчика 8 и блока преобразования сигнала 9.

Картина течения регистрируется с помощью фото или видеоаппаратуры 10. Управление экспериментом и регистрация данных ведется с помощью ЭВМ 11. Для визуализации течения используется подкрашенная жидкость, которая вводится в выбранную часть объема исследуемой жидкости через свободную поверхность при помощи дозирующей пипетки 12. Освещение для фото- и видеосъемки картины вихревого течения производится источником белого света 13 через рассеивающий экран 14 и лампой ультрафиолетового света 15 (при подкрашивании флуоресцентным красителем). Заполнение и осушение бассейна производится с помощью гидравлической системы 16.

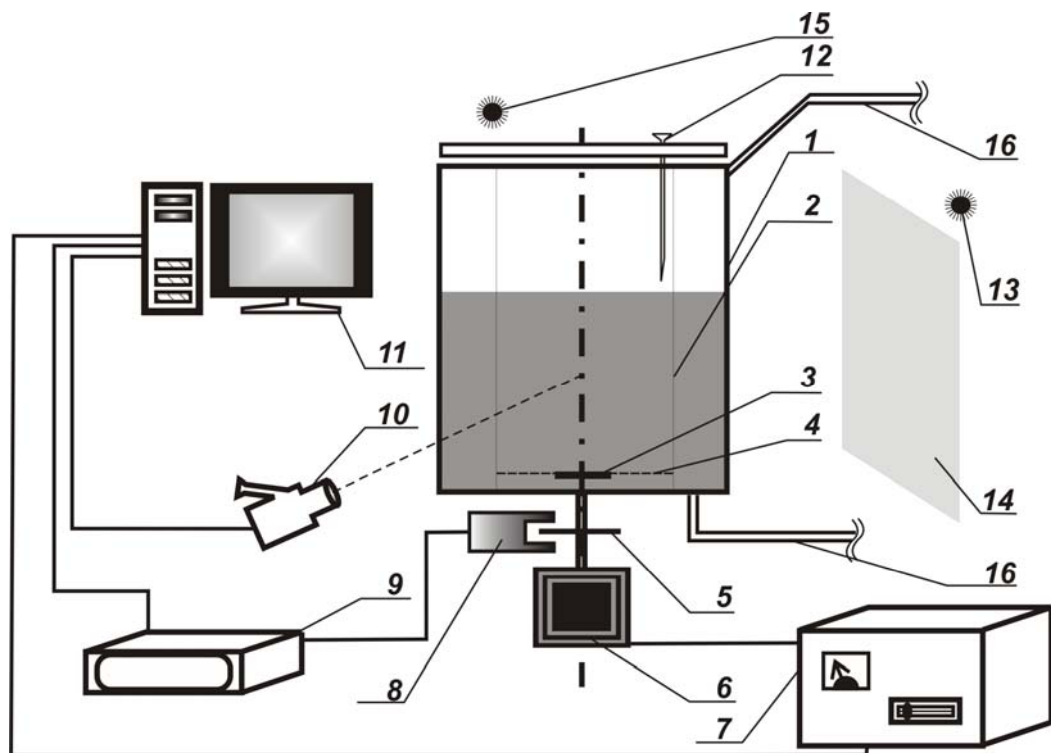


Рис. 3.3. Схема экспериментальной установки для изучения составного вихревого течения.

Опыты проводились с дисками различного диаметра, которые приводились во вращение с различной угловой скоростью в слое жидкости глубиной от 5 до 50 см. Для визуализации картины течения использовалась подкраска

(уранилом, родамином 6Ж, анилиновыми красителями), частицы нейтральной и повышенной плавучести различной формы и размера.

Форма прогиба свободной поверхности, возникающего при вращении диска-активатора на дне цилиндрического контейнера, положения частиц, форма и размер окрашенных области жидкости регистрируются цифровыми фотоаппаратами (такими как Canon EOS 350D) и видеокамерой (Panasonic NV-MX500). Размер матрицы фотоаппарата составляет 22.2×14.8 мм (3456×2304 пикселей), при этом поперечный размер отдельного пикселя составляет около $6.0 \cdot 10^{-3}$ мм, что при использовании объективов с фокусными расстояниями от 15 до 130 мм, обеспечивает разрешение деталей размерами свыше $0.50 \div 0.20$ мм при дистанции съемки 1 м. Пространственная разрешающая способность видеокамеры меньше, матрица состоит из 640×480 пикселей.

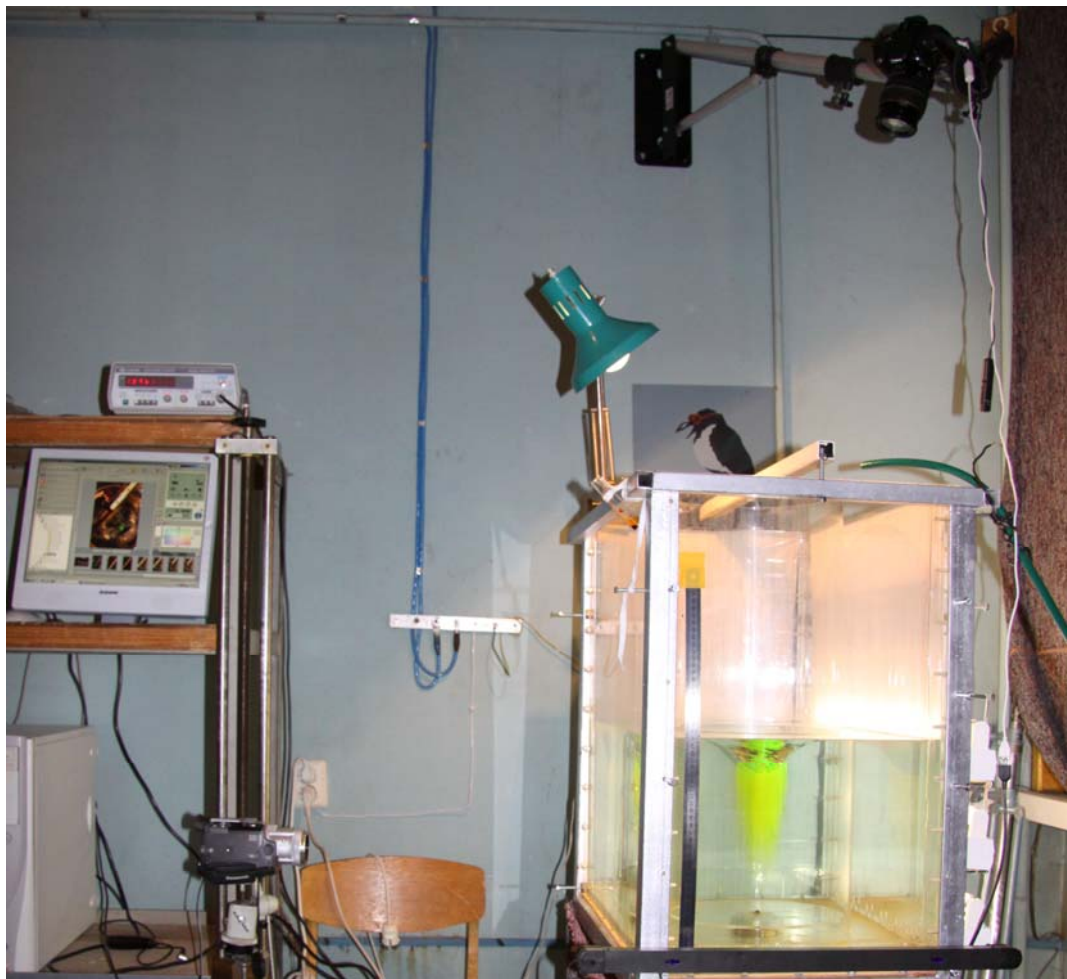


Рис. 3.4. Экспериментальная установка.

Освещение рабочего объема жидкости производится галогеновым прожектором *13* мощностью 500 Вт (см. рис. 3.3). В опытах с окрашенной жидкостью используется дополнительный источник света *15* мощностью 36 Вт со спектральным максимумом в ближней ультрафиолетовой области. Условия освещения (угол и высота расположения прожекторов) подбираются из условия различимости всех деталей свободной поверхности жидкости при дальнейшей обработке изображения.

Для наилучшей прорисовки всех деталей свободной поверхности в некоторых случаях употреблялись дополнительные осветители, что позволяло получать четкие изображения любых возмущений свободной поверхности на всем ее протяжении. Для оценки скорости вращения свободной поверхности и регистрации картины распределения окрашенной жидкости вдоль свободной поверхности применялась съемка из точки, расположенной над исследуемым объемом жидкости, ось зрения фото- или видеокамеры направлялась вертикально вниз или под небольшим углом к вертикали (не более 15°).

На цветной фотографии (рис. 3.4) установка показана в ходе эксперимента. К каверне в центре бассейна примыкает вертикальная “трубка” окрашенной жидкости с повышенной концентрацией уранила. Такая форма окрашенной области типична при введении красителя в центр вихря. При проведении опытов применялись диски различного диаметра, как гладкие, так и с ребрами различной высоты (рис. 3.5 а). Узел крепления диска располагается на высоте 1.6 см от дна бассейна. Для обеспечения вращения диска в плоскости дна, каждый диск (кроме диска большого радиуса $R = 14$ см) дополняется фальш-дном соответствующего размера (рис. 3.5 б).

Конструкция установки позволяет регистрировать положение невозмущенной поверхности жидкости, форму поверхностной каверны и перенос примеси внутри цилиндрического контейнера. Находящаяся на боковой поверхности линейка позволяет измерять форму каверны с погрешностью 0.1 см.

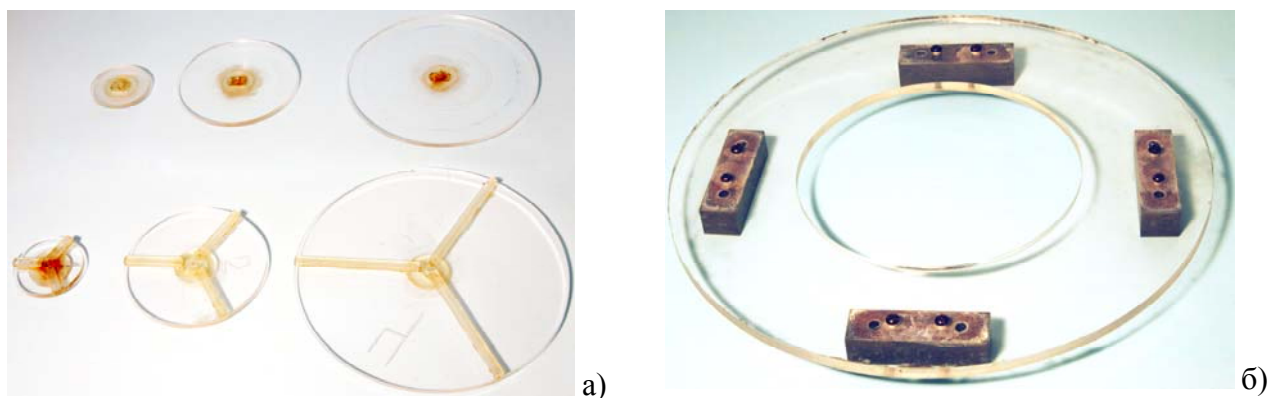


Рис 3.5. Детали установки: а) – гладкие и оребренные диски различного диаметра; б) – фальш-дно.

При проведении опыта бассейн заполняется до требуемого уровня дегазированной водопроводной водой, температура которой близка к температуре воздуха в лабораторном помещении, для уменьшения паразитных конвективных течений. После настройки регистрирующей аппаратуры включается вращение диска. Регистрация формы воронки, динамики отдельных структурных элементов, переноса примесей ведется после окончания переходных процессов установления режима течения.

3.3. Методика сбора и обработки экспериментальных данных

За время изучения составного вихревого течения, возникающего в объеме однородной жидкости вследствие вращения вблизи дна бассейна активаторов различной формы, были произведены два вида экспериментальных измерений. Каждый вид измерений проводился неоднократно для каждого отдельного сочетания геометрических и динамических параметров системы (глубина исследуемого слоя жидкости H , размер и геометрические особенности активатора R_0 , угловая скорость Ω и направление вращения). В каждой из серий экспериментов с идентичными геометрическими параметрами системы частота вращения активатора варьировалась. Два вида измерений отличались одной основной особенностью. В начале экспериментов на стенде ВТК проводились исключительно измерения параметров свободной поверхности над

вращающимся диском – регистрация формы в зависимости от параметров системы. В последовавших за первыми сериях экспериментов проводилась не только визуализация и регистрация формы свободной поверхности жидкости над вращающимся диском, но и подкрашивание объема жидкости различными красителями (родаминол 6Ж, уранилом, анилиновыми красителями) для визуализации дополнительных элементов течения, возникающих наряду с изменением формы свободной поверхности.

Обработка полученных фотографий и видеозаписей экспериментов производится с помощью программ ввода и преобразования оптических изображений, позволяющих выбирать из полученных последовательностей отдельные кадры, наиболее полно характеризующие особенности формы свободной поверхности.

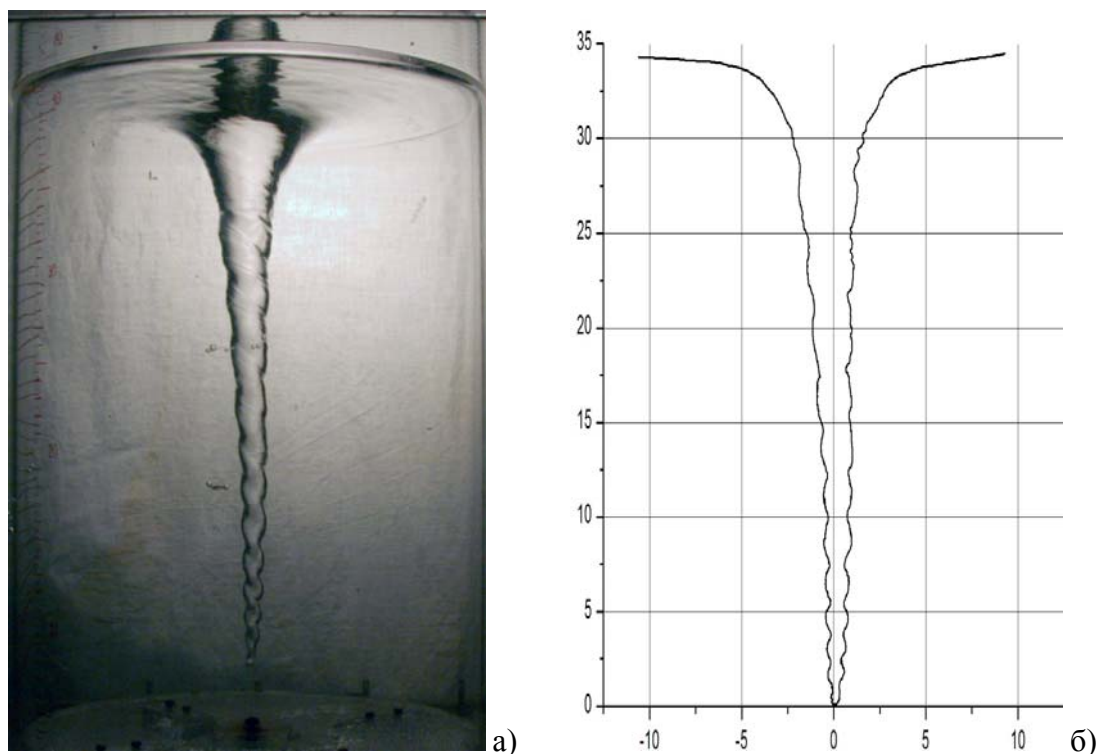


Рис 3.5. Изображение профиля свободной поверхности жидкости: кадр, полученный в ходе эксперимента (а), функциональная зависимость, полученная в результате работы модуля оцифровки (б).

Для всех экспериментов проводились измерения геометрических характеристик свободной поверхности, на основе обработанных изображений

картины течения, полученных в ходе экспериментов. На оригинальном изображении выделяется линия, соответствующая профилю свободной поверхности. Изображение линии границы раздела жидкость–воздух для получения функциональной зависимости координат точек поверхности друг от друга и дальнейшей обработки фильтруется при помощи программы, разработанной в среде MatLab специально для данной задачи. Поскольку толщина линии, соответствующей границе раздела сред, на изображении составляет более одного пикселя, программа автоматически считывает координаты всех точек свободной поверхности и затем составляется таблица из координат точек, лежащих на верхней границе контура свободной поверхности.

Результаты операции выводятся в виде графика зависимости заглубления поверхности жидкости z от расстояния r между данной точкой и осью вращения в виде: $z = f(r)$. На этом этапе осуществляется визуальный контроль за качеством работы программы – в графическом окне строятся все извлеченные из изображения точки, а также полученная функциональная зависимость глубины свободной поверхности от расстояния до оси вращения жидкости (см. рис. 3.5).

Следующим шагом обработки изображений является численный расчет второй производной функции $z = f(r)$, значение которой изменяется вдоль радиальной координаты. Точки изменения кривизны функции $z = f(r)$ вычисляются как точки экстремальных значений второй производной, а по расположению точек перегиба графика определяется область “твердотельного” вращения жидкости в центральной части экспериментальной установки. Такое предположение делается на основе классической теории вихря Рэнкина [22], где в центральной области вихря наблюдается линейная зависимость скорости от радиальной координаты – вращение жидкости как твердого тела.

Точки перегиба на графике разделяют внутреннюю область графика с отрицательной кривизной и внешнюю область с положительной кривизной. Радиус ядра вихря и азимутальная компонента скорости задают здесь

циркуляцию, сохраняющуюся в этой модели. Хотя изучаемое течение существенно отличается от вихря Рэнкина, в котором частицы движутся по замкнутым круговым траекториям, именно этот тип течения был выбран в качестве базовой модели с учетом конечности объема жидкости и отличия ее свойств от идеальной [46]. При этом, как и в вихре Рэнкина, принималось, что положение точки перегиба определяет размер ядра основного вихря с вертикальной осью вращения.

Для выделенной центральной части прогиба свободной поверхности методом наименьших квадратов подбирается интерполирующая кривая вида $z = ar^2$. Вид интерполирующей кривой выбирается согласно классической теории вихря Рэнкина [22], где форма центральной части поверхности жидкости задается выражением $z \sim \Omega^2(2R_s^2 - r^2)$, где R_s – радиус зоны “твердотельного” вращения, варьируемый/подгоночный параметр a должен, в соответствии с теорией, быть пропорционален квадрату частоты вращения Ω . Одновременно находится интерполирующая кривая вида $z = br^n$, параметры которой b и n , а также среднеквадратичные отклонения их значений указывают на степень отличия формы центральной части воронки от найденной по аналогии теоретическими расчетами, и соответственно отличие течения жидкости в экспериментальном бассейне от течения идеальной полубесконечной жидкости.

При нестационарном движении жидкости в цилиндрическом сосуде, наряду со статической деформацией свободной поверхности, обусловленной вихревым движением в ее толще, возможно возбуждение поверхностных волн и собственных колебаний, некоторые характеристики которых анализируются в [72].

Обработка экспериментальных данных существенно усложняется при наличии волн на свободной поверхности жидкости. Зависимость заглубления свободной поверхности от радиальной координаты перестает быть однозначной функцией, деформированный профиль свободной поверхности теряет гладкость

и получает новую важную характеристику – период бегущих вдоль поверхности волн. Для идентификации волн, искажающих гладкую форму свободной поверхности, проводится планиметрирование центральной части кривой, полученной при оцифровке профиля свободной поверхности жидкости.

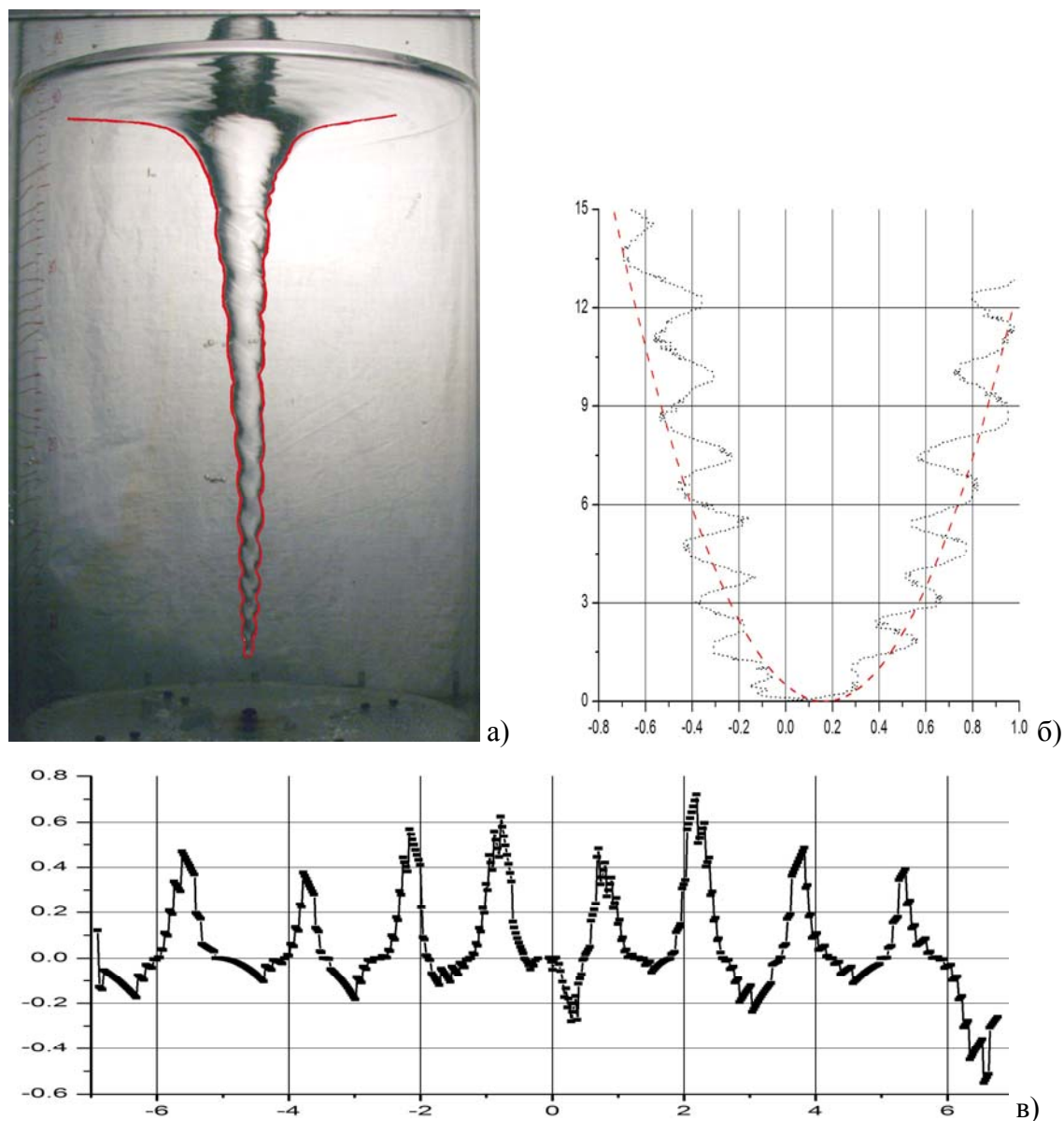


Рис 3.6. Форма свободной поверхности жидкости: эксперимент (а) с контрастным контуром воронки, оцифрованный контур сечения поверхности центральной вертикальной плоскостью и интерполирующая кривая (б), развертка профиля взволнованной поверхности (в).

Планиметрирование проводится после получения интерполирующей кривой для центральной части профиля поверхности жидкости. Для каждой

экспериментальной точки $M(A,B)$ и интерполирующей кривой $z = ar^2$ вычисляются координаты проекции этой точки на заданную кривую. Таким образом, становится известно расстояние от экспериментальной точки до точки на интерполирующей кривой, а также координаты основания проекции на кривой, что позволяет построить график развертки. Для интерполирующей кривой вычисляются расстояния между двумя соседними точками и последовательно откладываются вдоль оси абсцисс нового графика, затем над каждой точкой интерполирующей кривой, которой поставлена в соответствие точка взволнованной свободной поверхности, строится точка, координата которой по оси ординат равна длине проекции точки поверхности на интерполирующую кривую. Таким образом получается изображение взволнованной поверхности жидкости (см. рис. 3.6).

Погрешность измерения гладкого деформированного профиля свободной поверхности не превышает 2 мм. Обработка позволяет проанализировать крупные возмущения поверхности с масштабом больше 5 мм.

Глава 4. Основные результаты экспериментальных исследований

4.1. Схема течения в экспериментальной установке. Течение, индуцированное вращающимся диском

Сложное течение около кромки диска исследовано недостаточно полно. Некоторые представления о его природе позволяют получить эксперименты в стратифицированной жидкости. Теневая визуализация течения показывает, что при разгоне диска с кромки диска сходится пара кольцевых вихрей. Как и в камере в целом, течение в них винтовое, частицы жидкости одновременно вращаются в горизонтальной плоскости вокруг вертикальной оси и в вертикальной плоскости вокруг кольцевой оси, охватывающей кромку диска. Здесь также образуется подобие винтового течения, в котором траектории частиц навиты на тор [73].

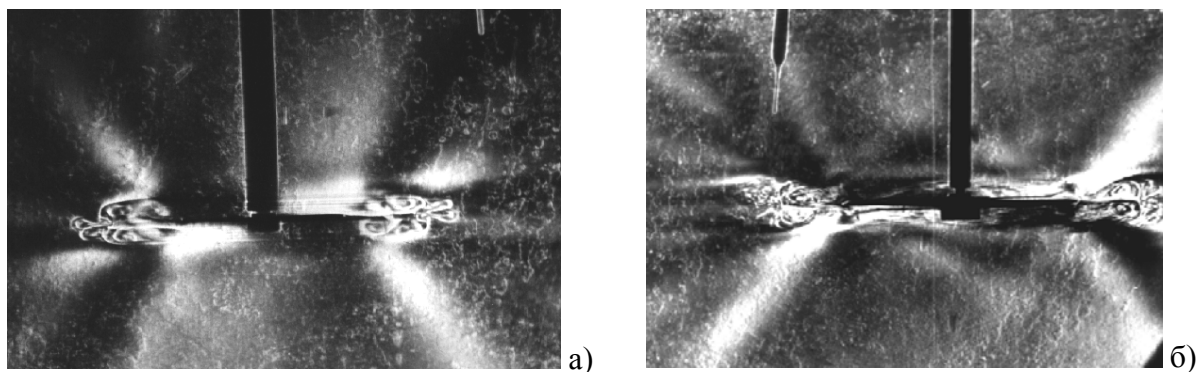


Рис. 4.1. Теневая картина возмущений возле горизонтального диска, совершающего гармонические крутильные колебания в жидкости, $T_b = 7.5$ с, $T = 20$ с, $U = 2$ см/с, а, б) – $R = 2$ и 4 см, $Re = 400$ и 800 ; $Fr = 1.2$ и 0.6 , $C = 700$ и 350 , $t = 40$ с и 30 мин.

Вращающийся диск формирует в цилиндрическом контейнере осесимметричное композиционное вихревое течение. Непосредственно над поверхностью диска образуется сложное спиральное течение, схема которого дана на рис. 4.2 а. Следует отметить, что на схеме (рис. 4.2 а) для представления траекторий частиц выбрана лабораторная система координат, а для величин скоростей частиц на диске – система координат связанная с диском. Осевой приток жидкости обеспечивается подсасывающим действием диска, на диске

частицы движутся по спиральным траекториям к внешней кромке. Отброшенная диском жидкость движется к стенке цилиндрического контейнера, вдоль которой поднимается вверх. Под свободной поверхностью существует течение, направленное к центру каверны, откуда жидкость вновь движется вниз к диску-активатору (рис. 4.2 б).

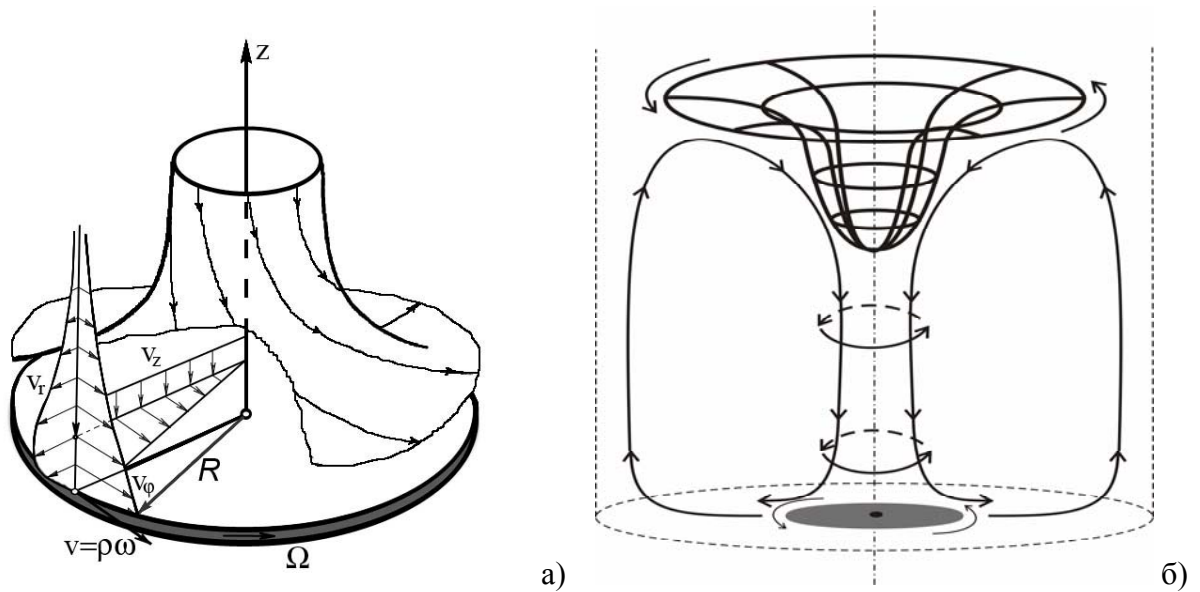


Рис. 4.2. Схема течения на диске [58] и в цилиндрическом контейнере [74].

Таким образом, в контейнере создается сложное вихревое течение, частицы в котором вращаются вокруг вертикальной оси с угловой скоростью ω_c [58, 74] и одновременно смещаются от центра к его кромке. Под действием центробежных сил в контейнере также образуется тороидальный вихрь, в котором частицы жидкости, движущиеся вдоль боковой и свободной поверхности, в целом вращаются с угловой скоростью ω_t вокруг кольцевой оси, положение которой зависит от всех параметров задачи (в частности, радиусов R , R_0 , глубины H , частоты Ω). Композиционное течение, образованное наложением двух вихрей, характеризуется суммарной частотой $\omega = \omega_c + \omega_t$, модуль которой ω выбирается в качестве одной из основных характеристик сложного вихревого течения.

Для контроля адекватности представления о картине течения в контейнере (см. рис. 4.2 б) методом пробных частиц положительной плавучести, измерялось значение скорости вращения поверхностного слоя жидкости.

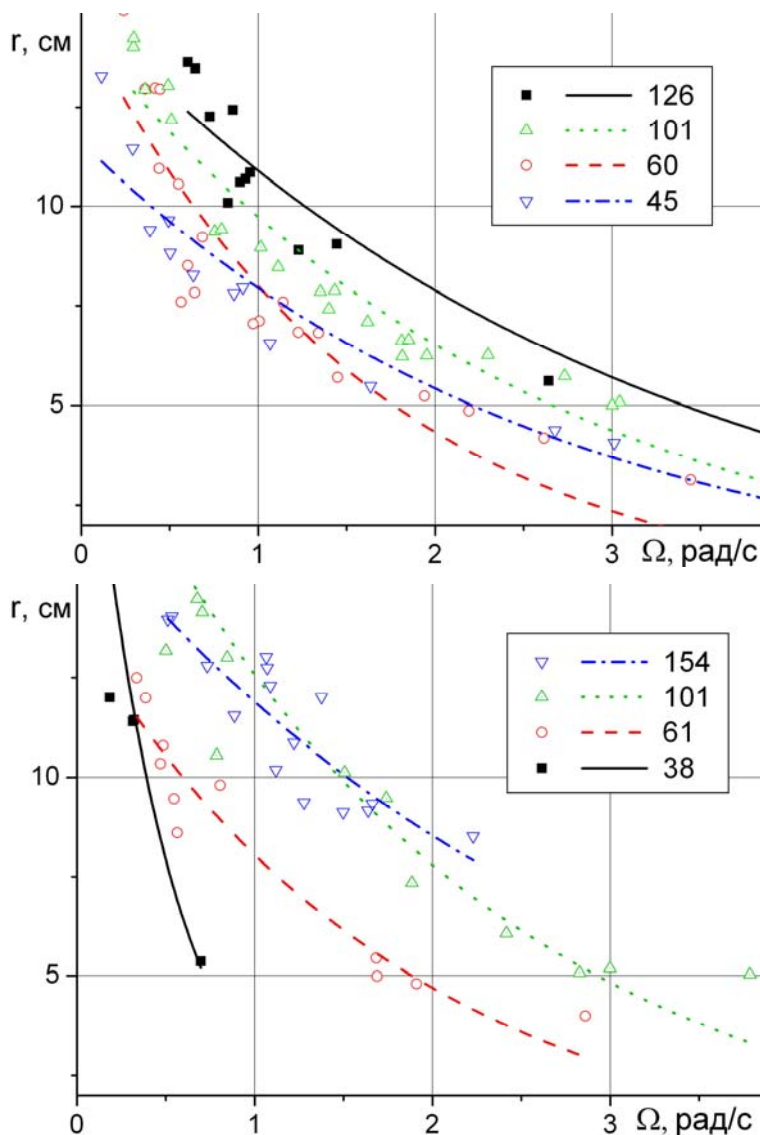


Рис. 4.3. Зависимость скорости движения пробных частиц на поверхности жидкости от расстояния до центра контейнера ($R_0=29.6$ см, $R=2.5$ см): а) – $H=5$ см, $\Omega=45, 60, 101, 126$ рад/с; б) – $H=10$ см, $\Omega=38, 61, 101, 154$ рад/с.

В качестве пробных использовались прямоугольные частицы размером 3×1 мм, нарезанные из полосы пенополиуретана толщиной 1 мм. Типичная картина течения с пробными частицами представлена на рис. 4.3.

Видеофильмы, где регистрировалось положение частиц, оцифровывались, вводились в персональный компьютер, по совокупности кадров измерялись

значения радиальных координат частиц. Полученные зависимости аппроксимировались зависимостями вида $r_l \sim e^{\Omega}$. Значения показателей в зависимости $r_l = C \exp(-D\Omega)$, параметризующей кривые на рис. 4.3, представлены в табл. 4.1 (для $H=5$ см) и табл. 4.2 (для $H=10$ см).

Таблица 4.1.

Частота, рад/с	45	60	101	126
C	11.64 ± 0.48	14.77 ± 0.97	14.53 ± 0.53	15.07 ± 0.82
D	0.38 ± 0.04	0.61 ± 0.08	2.98 ± 0.17	0.32 ± 0.05

Таблица 4.2.

Частота, рад/с	38	61	101	154
C	23.14 ± 4.48	13.79 ± 0.72	20.32 ± 1.04	16.56 ± 1.02
D	2.14 ± 0.75	0.54 ± 0.07	4.46 ± 1.01	0.33 ± 0.05

Большой разброс экспериментальных данных и коэффициентов при их аппроксимации свидетельствует о сложном характере движения поверхности жидкости. Движение частиц, находящихся на поверхности можно интерпретировать как движение поверхности жидкости лишь в некотором приближении, тем более что падающая на поверхность частица имеет собственную вертикальную скорость, а форма и размер частиц не позволяют пренебрегать влиянием капиллярных эффектов.

4.2. Классификация режимов течения в цилиндрическом контейнере

В ходе многочисленных экспериментов удалось выделить три различных режима течения, характеристики которых различаются по составу волновых компонент, обнаруженных на поверхности жидкости.

На поверхности вращающейся жидкости всегда существует, пусть и небольшая, область прогиба – поверхностная каверна, глубина которой зависит от радиуса цилиндрической полости, частоты вращения диска активатора, его

размеров и шероховатости, глубины слоя жидкости. Различие типов поверхности проводится по присутствию на ней двух характерных элементов: крупных инерциальных волн, а также более коротких по длине и меньших по амплитуде спиральных волн.

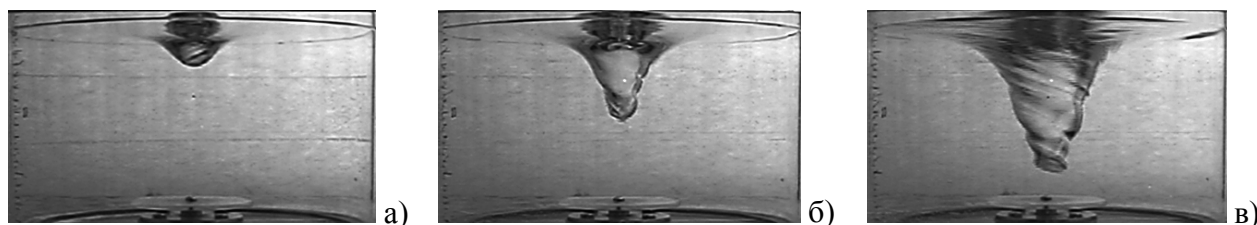


Рис.4.4. Характерные формы поверхности жидкости над вращающимся диском ($H = 15$ см, $R = 5,0$ см): а-в) – $\Omega = 460, 720, 1120$ об/мин (7.67, 12.0, 18.67 1/с) соответственно

Форма поверхностной каверны гладкая при сравнительно низких частотах вращения диска-активатора (рис. 4.4 а, $\xi_H = \frac{H}{R} > 1, \xi_0 = \frac{R_0}{R} = 3$). Глубина воронки монотонно растет по направлению к ее центру, нижняя часть имеет параболическую форму, типичную для твердотельного вращения жидкости. Для данных условий опытов критические значения частоты равны $\Omega_H = 8.1$ 1/с, $\Omega_I = 14.0$ 1/с, $\Omega_E = 24.3$ 1/с.

С увеличением частоты вращения диска форма свободной поверхности усложняется, перестает быть гладкой, на поверхности отчетливо видны крупномасштабные возмущения (рис. 4.4 б), имеющие большую амплитуду. В центральной части каверны форма поверхности жидкости искажена пространственно периодическими возмущениями с острыми гребнями и пологими впадинами между ними. Такие возмущения в дальнейшем будут именоваться инерциальными волнами.

Третий тип поверхности жидкости в виде каверны с поверхностными возмущениями двух типов – крупномасштабных инерциальных и мелкомасштабных спиральных волн – наблюдается при дальнейшем увеличении частоты вращения диска-активатора (рис. 4.4 в). Форма профиля

поверхности жидкости на участках, прилегающих к обечайке, существенно не изменяется, во всех трех рассмотренных режимах течения.

4.3. Форма поверхностной каверны в тонком слое жидкости

При выполнении условия $\xi_H = \frac{H}{R} \leq 1$ гладкая форма каверны (рис. 4.5 а) сохраняется только при небольших частотах вращения диска малого диаметра ($\xi_0 = \frac{R_0}{R} = 3$).

Даже при незначительном увеличении частоты вращения поверхность жидкости теряет осевую симметрию (рис. 4.5 б), на ней одновременно наблюдаются оба типа волн (инерциальные и спиральные). При дальнейшем увеличении частоты вращения центральная часть диска осушается (рис. 4.5 в), поверхностные возмущения наблюдаются не только в воронке, но и у стенок контейнера.

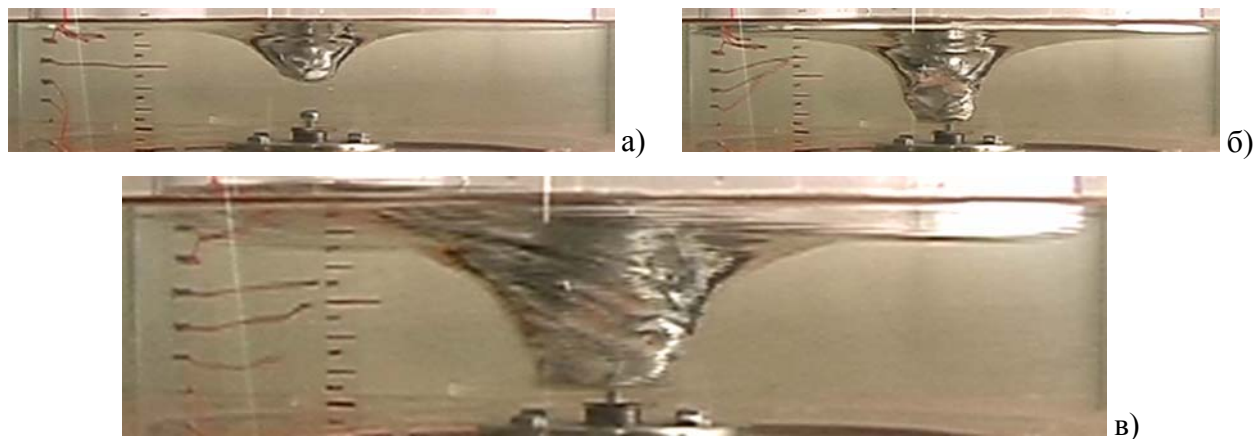


Рис.4.5. Характерные формы поверхности тонкого слоя жидкости над диском малого

диаметра ($H = 5$ см, $R = 5,0$ см, $\xi_0 = \frac{R_0}{R} = 3$): а-в) – $\Omega = 300, 415, 605$ об/мин.

При одновременном увеличении радиуса диска и глубины и сохранении отношения $\xi_H = \frac{H}{R} = 1$ уменьшается диапазон частот, в котором воронка сохраняет гладкую форму. При этом короткие спиральные волны более

выражены, чем инерциальные (рис. 4.6). Воронка сохраняет осевую симметрию.

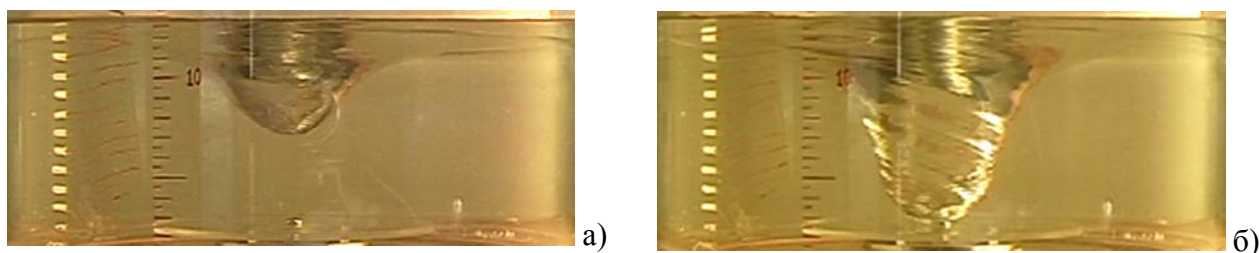


Рис.4.6. Характерные формы поверхности жидкости над вращающимся диском промежуточного радиуса ($H = 10$ см, $R = 7,5$ см, $\xi_0 = \frac{R_0}{R} = 2$): а-в) – $\Omega = 250, 420$ об/мин.

При вращении диска большого радиуса в тонком слое жидкости воронка теряет осевую симметрию при самых малых частотах вращения. Два профиля такой каверны представлены на рис. 4.7.

В одном сечении основание каверны имеет параболическую форму (рис. 4.7 а), в другом – дно каверны плоское (рис. 4.7 б). Форма каверны может быть представлена скругленным клином, имеющим эллиптическую форму в горизонтальной плоскости. На поверхности наблюдаются интенсивные мелкомасштабные возмущения спиральной формы с заостренными гребнями. Таким образом, осевая симметрия течения теряется даже в данной полностью симметричной геометрии (цилиндрическая обечайка, круговой плоский диск большого радиуса).

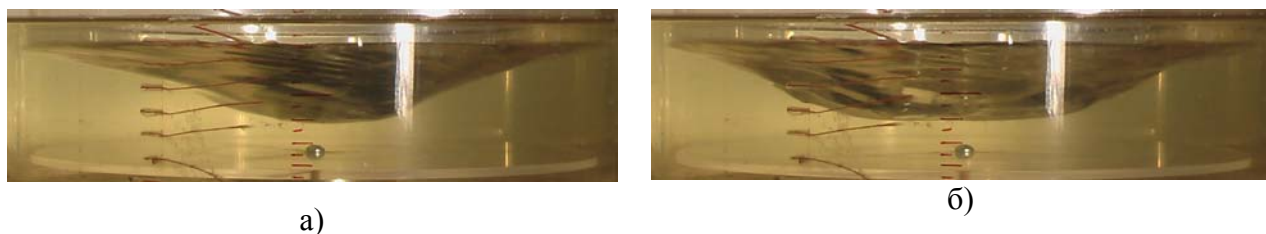


Рис.4.7. Характерные формы поверхности жидкости над вращающимся диском большого радиуса ($H = 5$ см, $R = 14$ см, $\xi_0 = \frac{R_0}{R} = 1$): а-б) – $\Omega = 200$ об/мин.

В целом интенсивное вихревое течение в тонком слое жидкости нестационарно и имеет сложную трехмерную структуру.

4.4. Форма поверхностной каверны в глубокой жидкости

Гладкая каверна на поверхности жидкости наблюдается при медленном вращении диска в толстом слое жидкости ($\xi_H = \frac{H}{R} \gg 1$, $\xi_0 = \frac{R_0}{R} = 2$).

В таком случае на поверхности жидкости наблюдаются два типа волн при незначительном увеличении частоты вращения диска-активатора (рис. 4.8 б), а при высоких скоростях вращения диска наблюдаются колебания всей свободной поверхности жидкости (рис. 4.8 в).

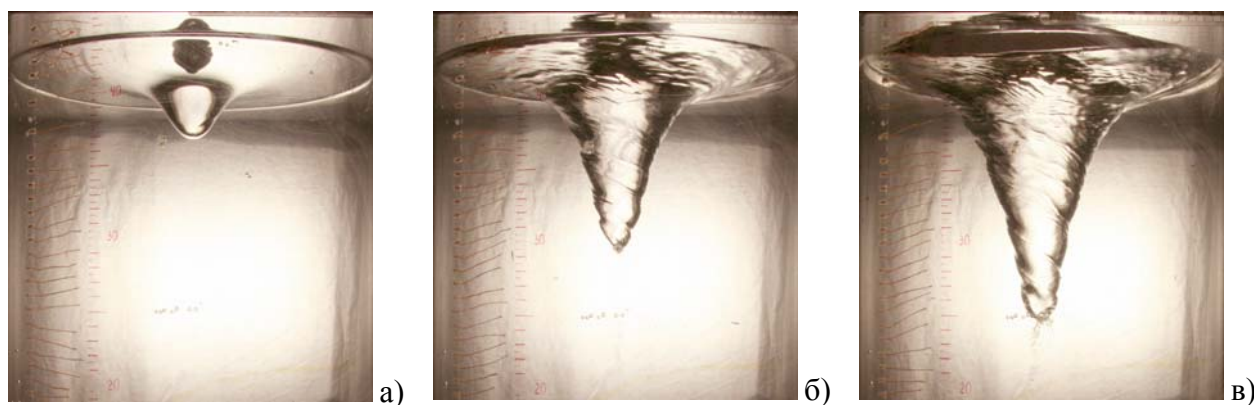


Рис. 4.8. Характерные формы поверхности жидкости над вращающимся диском: а-в) – $\Omega = 500, 750, 970$ об/мин (8.3, 12.5, 16.2 1/с) соответственно ($H = 40$ см, $R = 7,5$ см).

Размеры и форма каверны зависят от относительных значений радиальной и тангенциальной компонент скорости у кромки диска. Гладкий диск малого радиуса ($\xi_0 \gg 1$) формирует узкую вытянутую каверну в широком диапазоне значений глубины слоя жидкости и частоты вращения (рис. 4.9).

При малых частотах вращения узкая каверна имеет гладкую форму. Как только глубина каверны превышает характерный масштаб длины инерциальных волн, что наблюдается на средних частотах вращения диска, проявляются возмущения, обусловленные инерциальными волнами

($\xi_H = \frac{H}{R} \gg 1$, $\xi_0 = \frac{R_0}{R} = 6$, рис. 4.9 а). При увеличении частоты вращения диска, одновременно углубляется каверна и растет число волн на ее поверхности, хотя амплитуда их мала (рис. 4.9 б).

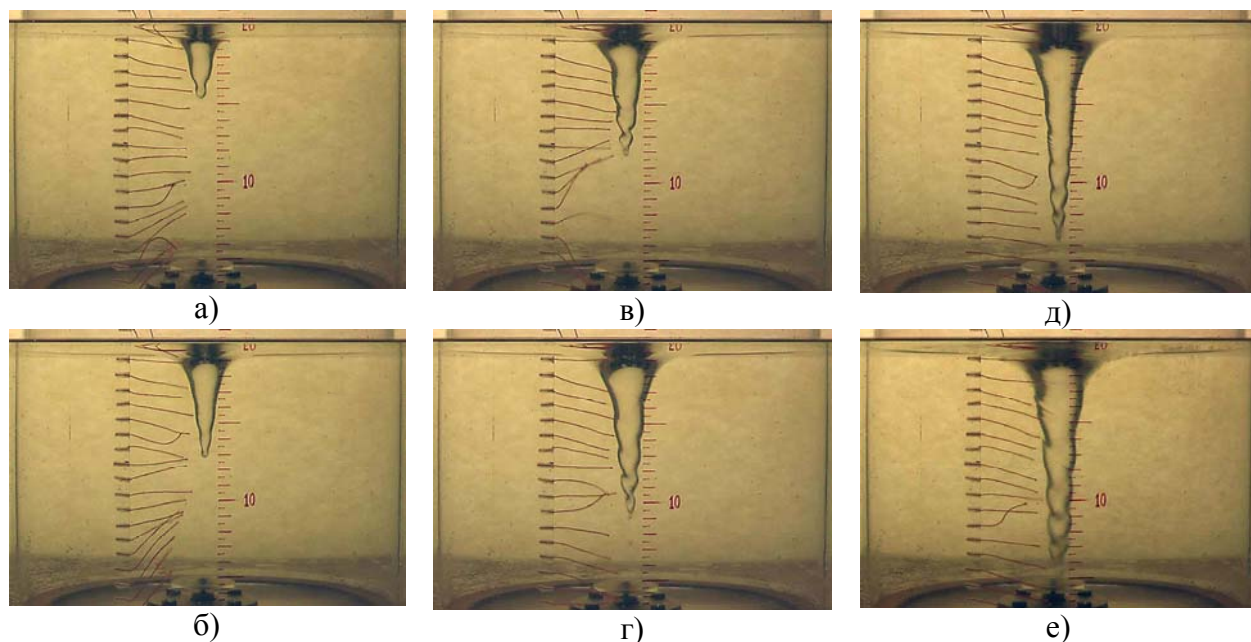


Рис. 4.9. Характерные формы поверхности жидкости над вращающимся диском ($H = 20$ см, $R = 2,5$ см): а-е) – $\Omega = 560, 650, 680, 770, 870, 1010$ об/мин.

Дальнейший рост частоты вращения активатора приводит к углублению каверны и проявлению на поверхности жидкости, амплитуда которых нарастает вдоль поверхности каверны с увеличением глубины (рис. 4.9 в, г). Такой характер возмущений свидетельствует о неоднородности основного течения в окрестности диска. Дальнейшее увеличение частоты вращения ведет к появлению и росту амплитуды спиральных волн на поверхности каверны (рис. 4.9 д, е).

Установка на диски даже небольших прямых ребер в радиальном направлении существенно увеличивает радиальную компоненту скорости, частоту вращения жидкости в тороидальном вихре, а следовательно и глубину каверны. Типичный пример такого течения, возбуждаемого диском с тремя радиальными ребрами высотой 1 мм, приведен на рис. 4.10. Интенсификация тороидального компонента вихревого течения стабилизирует форму каверны,

которая остается гладкой в более широком диапазоне параметров задачи (рис. 4.10 а, б).

При увеличении частоты вращения диска на свободной поверхности наблюдается система коротких кольцевых волн, а у кончика каверны – инерциальные волны (рис. 4.10 в). Верхняя часть каверны остается гладкой. При дальнейшем увеличении частоты вращения растет амплитуда инерциальных волн, спиральные волны проникают внутрь каверны (рис. 4.10 г, д). Регулярная последовательность спиральных волн на поверхности каверны наблюдается даже тогда, когда волнение поверхности жидкости, примыкающей к обечайке, становится нерегулярным (рис. 4.10 е).

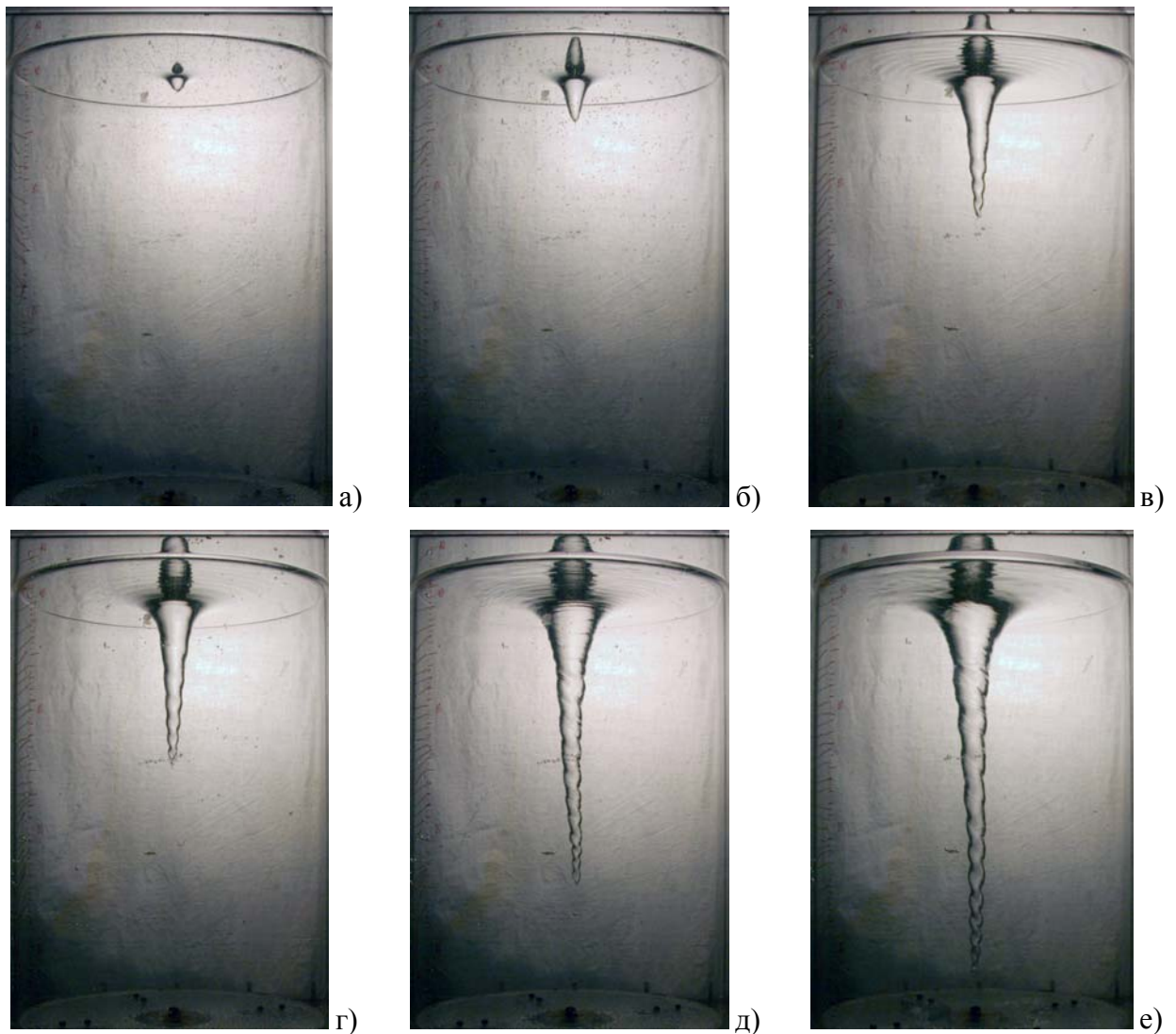


Рис. 4.10. Характерные формы поверхности жидкости над вращающимся оребренным диском ($H = 40$ см, $R = 2,5$ см, высота ребра 1 мм): а-е) – $\Omega = 430, 470, 1134, 1170, 1530, 1790$ об/мин.

По результатам проведенных опытов, устойчиво регистрируются три типа поверхностной каверны: гладкая; волнистая, когда по поверхности бегут инерциальные волны; каверна с развитыми волновыми возмущениями, когда поверхность деформирована волнами различных масштабов – инерциальными и спиральными.

4.5. Геометрия поверхностной каверны

В результате обработки изображения поверхностной каверны получается зависимость, типичный вид которой представлен на рис. 4.11 а.

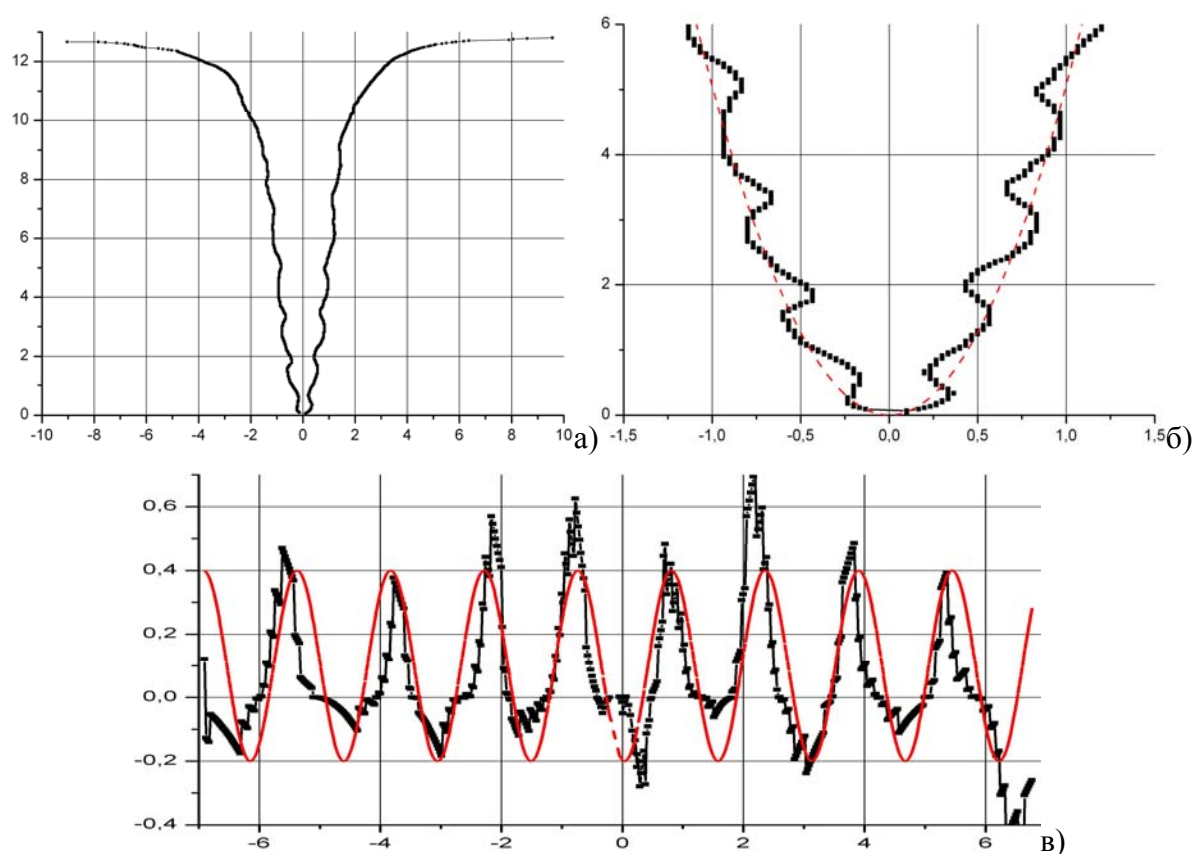


Рис. 4.11. Профиль поверхности жидкости ($H = 20$ см, $R = 2,5$ см, $\Omega = 870$ об/мин):
а) – результат оцифровки; б) – аппроксимация центральной части; в) – развертка центральной части вдоль аппроксимирующей кривой.

Начало координат помещено в центр каверны и положение его симметрично относительно правой и левой частей графика из соображений удобства последующей аппроксимации, пересчет координат ведется автоматически. Центральная часть профиля поверхности, с ярко выраженными

инерциальными волнами, аппроксимируется квадратичной зависимостью $h = k r^2$ (сплошная линия на рис. 4.11 б). Для приведенного случая $k = 5.1$

После развертки (планиметрирования) поверхности каверны вдоль аппроксимирующей кривой (рис. 4.11 в) полученная зависимость поддается Фурье-анализу, позволяющему вычислить пространственный период волновых возмущений поверхности, который для приведенного случая составляет 0.65 см.

Наиболее интересным для сравнения с теорией параметром, характеризующим составной вихрь в целом, является глубина поверхностной каверны, которая должна увеличиваться пропорционально квадрату частоты вращения ядра вихря [22, 64].

Существенная разница в аппроксимационных коэффициентах для кривых, описывающих зависимости глубины воронки от частоты (рис. 4.12) при сравнительно малых толщинах слоя жидкости может свидетельствовать о ее влиянии на форму свободной поверхности – объем возникающей каверны здесь сравним с полным объемом жидкости в контейнере, особенно при высоких частотах вращения.

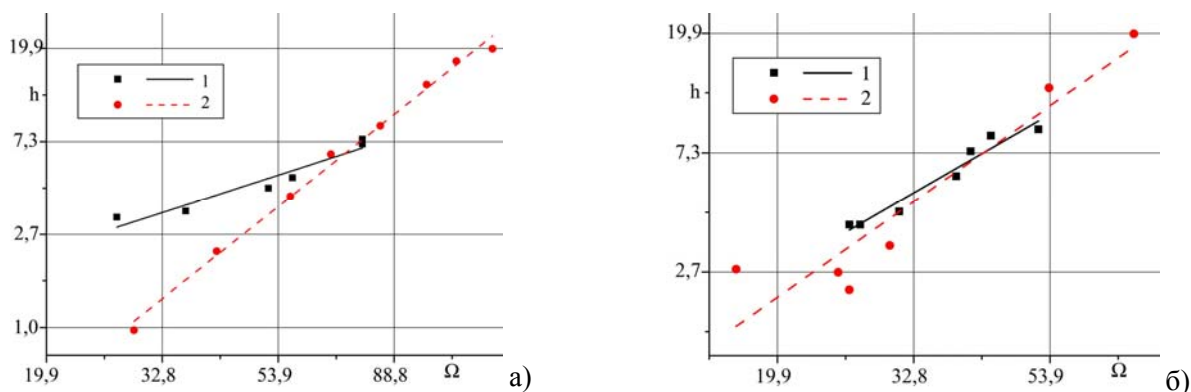


Рис. 4.12. Зависимость глубины каверны h от частоты вращения диска-активатора Ω :

а) – $R = 5.0$ см, кривая 1 – $H = 10$ см, 2 – $H = 20$ см;

б) – $R = 7.5$ см, кривая 1 – $H = 10$ см, 2 – $H = 20$ см.

В толстом слое жидкости, зависимость глубины каверны от частоты приобретает более регулярный вид, коэффициенты при линейной аппроксимации близки (рис. 4.13).

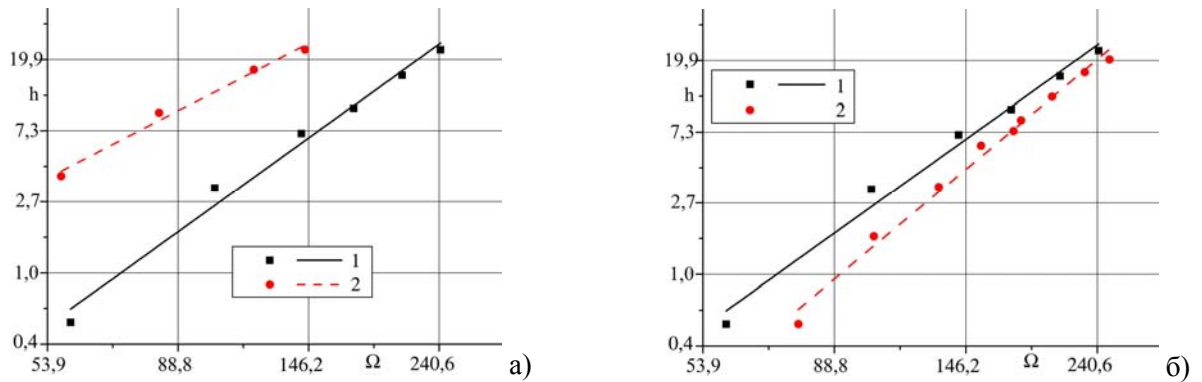


Рис. 4.13. Зависимость глубины каверны h от частоты вращения диска-активатора Ω :
 а) – $H = 50$ см, кривая 1 – $R = 5.0$ см, 2 – $R = 7.5$ см;
 б) – $R = 5.0$ см, кривая 1 – $H = 50$ см, 2 – $H = 60$ см.

Для гладких дисков различного диаметра при различной глубине слоя жидкости значения коэффициентов в аппроксимационной зависимости $h = \exp(A) \Omega^B$ помещены в табл. 4.3.

Таблица 4.3.

Диаметр, см	10 A	10 B	15 A	15 B
$H=10$	-1.58 ± 0.43	0.43 ± 0.11	-2.96 ± 0.48	1.32 ± 0.13
$H=20$	-6.63 ± 0.27	1.98 ± 0.06	-4.03 ± 1.01	1.61 ± 0.28
$H=50$	-11.29 ± 0.76	2.64 ± 0.15	-6.24 ± 0.68	1.89 ± 0.15
$H=60$	-13.92 ± 0.59	3.08 ± 0.12		

Зависимость глубины поверхностной каверны в глубокой жидкости от частоты вращения для случая гладкого или оребренного диска радиусом $R=5.00$ см с радиальными ребрами высотой $h_r = 1$ мм, и оребренных дисков радиусом $R=1.25$ см с радиальными ребрами высотой $h_r = 1, 2$ мм представлена на рис. 4.12 в двойном логарифмическом масштабе. В широком диапазоне параметров данные опытов аппроксимируются степенной

зависимостью $h = \exp(A) \Omega^B$. Значения показателя B и коэффициента A приведены в табл. 4.4, 4.5.

Во всех случаях глубина каверны растет с частотой быстрее, чем для модели вихря Рэнкина с плоскими линиями тока, что отражает совместное деформирующее действие как осесимметричного цилиндрического, так и тороидального вихревого течения, обусловленного радиальным выносом жидкости с кромки диска. Показатель степени B уменьшается с увеличением и радиуса диска R , и высоты ребра h_r .

Таблица 4.4.

Диаметр диска, мм	45	59	76	100
Гладкий	-	3.63 ± 1.01	2.67 ± 0.21	2.64 ± 0.28
$h_r = 1$ мм	3.37 ± 0.86	2.86 ± 0.50	2.55 ± 0.09	2.45 ± 0.37
$h_r = 2$ мм	2.80 ± 0.17			

Таблица 4.5.

Диаметр диска, мм	45	59	76	100
Гладкий	-	-12.1 ± 4.0	-7.15 ± 0.76	-6.17 ± 0.92
$h_r = 1$ мм	-9.46 ± 3.09	-6.43 ± 1.60	4.63 ± 0.26	-3.88 ± 0.96
$h_r = 2$ мм	-6.0 ± 0.52			

На приведенных иллюстрациях (рис. 4.12 – 4.14) наклоны кривых близки, соответственно зависимость глубины каверны от частоты вращения носит один и тот же характер, независимо от наличия и величины радиального ребра на поверхности диска. Для слоя жидкости глубиной $H = 25$ см (рис. 4.14) для всех графиков значения коэффициентов аппроксимирующих прямых приведены в табл. 4.3 и 4.4.

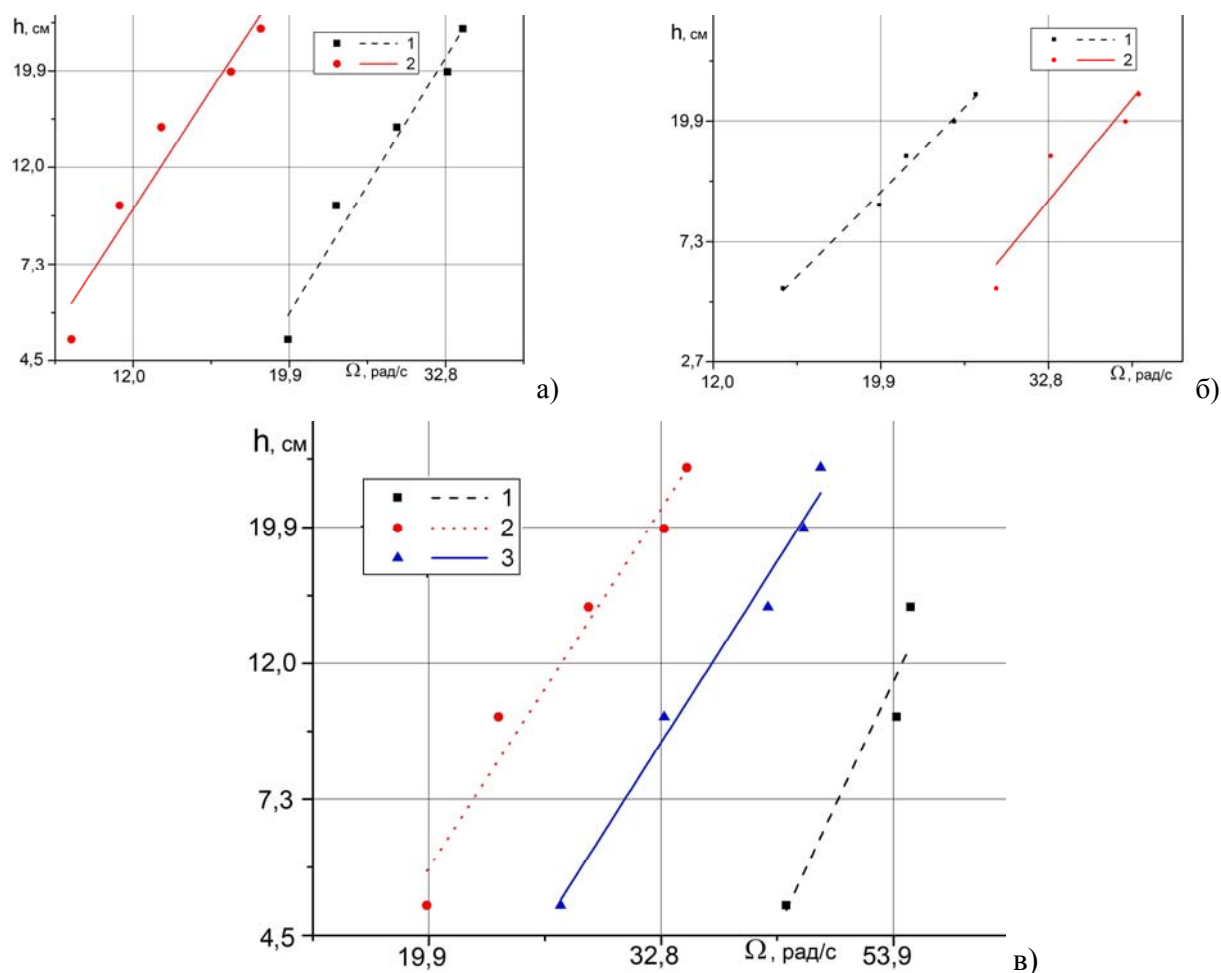


Рис. 4.14. Зависимость глубины каверны h от частоты вращения диска-активатора Ω ($H = 25$ см): а) – $R = 5.0$ см, кривая 1 – гладкий диск, 2 – $h_r = 1$ мм;
 б) – $R = 1.25$ см, кривые 1, 2 – $h_r = 2, 1$ мм;
 в) – гладкие диски, кривые 1, 3, 2 – $R = 2.95, 3.8, 5.0$ см.

При одинаковом размере диска-активатора в зависимости от наличия и величины шероховатости на его поверхности интенсивность потока существенно различается. Например, при размере гладкого диска $R = 1.25$ см интенсивность течения такова, что только при самых высоких скоростях вращения на поверхности появляется заметный прогиб, тогда как при наличии даже небольшого ребра интенсивность течения возрастает (черная кривая) настолько, что глубина каверны на больших скоростях вращения диска становится равной глубине слоя жидкости. Следовательно, можно сделать вывод о существенном увеличении интенсивности течения при применении негладких активаторов.

4.6. Сравнение формы наблюдаемой каверны с результатами расчетов

При сравнительно низких частотах вращения диска-активатора ($\Omega < \Omega_H$, условие дано для случая глубокого бассейна) форма поверхностной каверны гладкая (рис. 4.15 а). Глубина воронки монотонно растет по направлению к ее центру, нижняя часть имеет параболическую форму, типичную для твердотельного вращения жидкости. Частицы движутся по сложным траекториям, навитым на поверхности вращения, радиусы которых уменьшаются по направлению к индуктору. Сравнение с теоретически рассчитанными профилями позволяет определить значение эмпирического параметра ρ_* для каждого отдельного профиля поверхности жидкости.

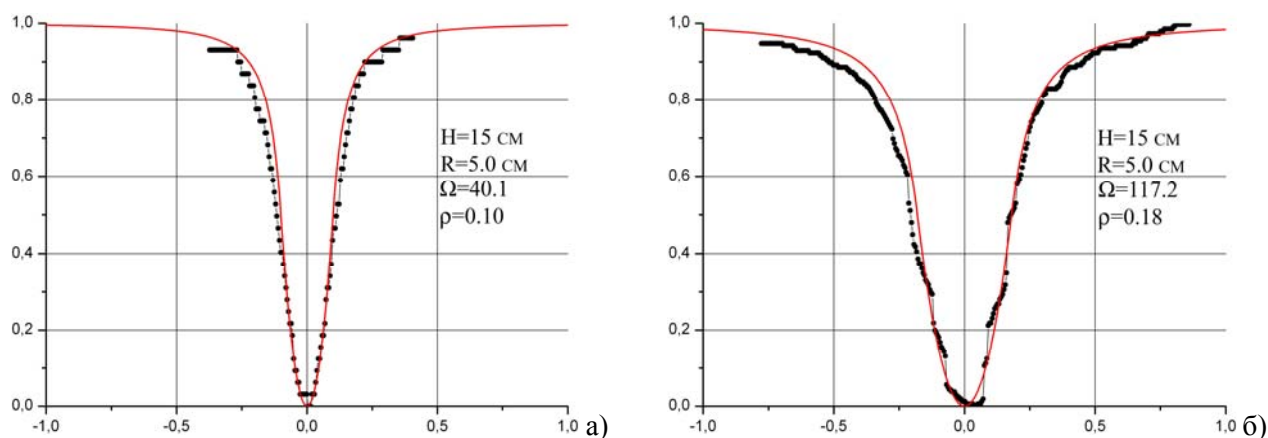


Рис. 4.15. Форма поверхностной каверны, сравнение с расчетом по теории ($H = 15$ см, $R = 5.0$ см, 1 – экспериментальные данные, 2 – расчет по формуле 2.10): а, б) – $\Omega = 440$, 1120 об/мин, $\rho_* = 0.10, 0.18$.

Сравнение проводится и при сравнительно больших значениях частоты вращения активатора (рис. 4.15 б) и для полученных в ходе экспериментов форм поверхности жидкости показывает удовлетворительное согласие между ними (отклонение в пределах 15%). Наиболее точно формула 2.10 описывает форму возмущения поверхности, возникающего при малых скоростях вращения диска ($\Omega < \Omega_H$).

С увеличением частоты вращения диска-активатора различия между теоретически рассчитанной и экспериментальной формой каверны

увеличиваются. Несмотря на то, что аналитически полученная зависимость не содержит в явном виде зависимости от частоты вращения диска Ω , такая зависимость подразумевается и скрыта в эмпирическом параметре b , присутствующем в формулах 2.10 и 2.12. Исключив параметр из рассмотрения путем нормировки на полную глубину каверны в каждом из случаев, можно провести сравнение формы поверхности для различных условий эксперимента, и оценить степень совпадения данных (рис. 4.16).

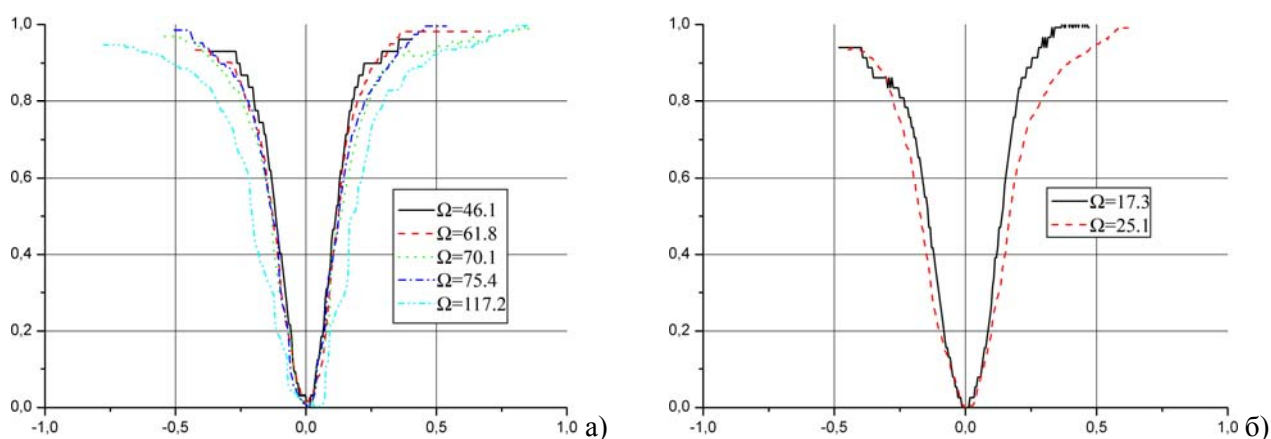


Рис. 4.16. Форма поверхностной каверны, сравнение нормированных профилей при различных частотах вращения диска-активатора: а) – $H = 15$ см, $R = 5.0$ см, $\Omega = 440, 590, 670, 720, 1120$ об/мин; б) – $H = 20$ см, $R = 7.5$ см, $\Omega = 165, 240$ об/мин.

Теоретически рассчитанная форма поверхности жидкости при учете капиллярных эффектов (см. соотношение 2.12) имеет ярко выраженную уплощенную часть вблизи оси каверны, что встречается при сильном возмущении поверхности инерциальными волнами и неустойчивых установившихся течениях. Увеличение значения коэффициента ρ_* при сопоставлении с расчетами при увеличении частоты вращения активатора предполагает более сложный характер зависимости формы воронки от параметров течения, чем учтено в [64].

Глава 5. Перенос вещества в однородной покоящейся и вовлеченной в вихревое движение жидкости

В силу сложности проблемы математическое описание процессов переноса вещества в вихревых течениях в основном ведется статистическими методами, основанными на применении теории турбулентности [75], описывающей действие совокупности вихрей. Картина переноса примесей отдельными вихрями исследована менее подробно, хотя еще в середине XIX века был прослежен процесс трансформации капли окрашенной жидкости, падающей на поверхность покоящейся жидкости, вначале в вихревое кольцо, а далее – в множественные вихри [76] или каскады вихрей [77]. Динамика преобразования первичного вихревого кольца в каскад вихрей, которую начали исследовать в 30-е годы прошлого века [78], породила большой круг вопросов к методике изучения данного типа течений.

В последующем было исследовано, как развивается неустойчивость во вторичных вихревых кольцах, которые также распадаются на новые системы вихрей, в многочисленных экспериментальных работах [79-85] и описано в обзорах [86]. Были изучены процессы трансформации капли в тонкое вихревое кольцо переменного размера, возбуждения на нем изгибных колебаний, выпадения нескольких вторичных вихревых колец, соединенных окрашенными линиями с первичным кольцом. Наряду с экспериментальными исследованиями, развиты методы численного моделирования процесса трансформации капли в кольцо, позволяющие детально проследить физику процесса и зависимость параметров от свойств среды (значения плотностей, размеров капли, коэффициентов поверхностного натяжения, скорости падения капли) [82, 87].

Для целей данного исследования представляет интерес изучение процесса трансформации в кольцо капель именно того состава и размеров, которые в дальнейшем будут использоваться при изучении переноса вещества в

составном вихре. В качестве визуализирующей добавки здесь использовались распространенные в гидродинамическом эксперименте вещества: водные растворы чернил и флюоресцирующие при ультрафиолетовом освещении растворы уранила и родамина 6Ж различной концентрации. Все жидкости смешиваются с водопроводной водой, в которой проводились эксперименты и незначительно отличаются от нее по плотности, вязкости и другим свойствам.

5.1. Образование каскада вихрей при падении окрашенной капли на свободную поверхность покоящейся жидкости.

В данных опытах использовалась дозирующая пипетка, формирующая капли объемом 50 мкл. Кончик пипетки размещался на расстоянии от 0,5 до 1,5 см от невозмущенной поверхности жидкости. Капля окрашенного водного раствора падала свободно. Движение окрашенной жидкости регистрировалось фото- или видеокамерой.

Эволюция картины трансформации свободно падающей капли окрашенной чернилами приведена на рис. 5.1. При таком способе подкрашивания, часть жидкости из упавшей капли остается на свободной поверхности, где образует диск окрашенной жидкости диаметром 143 мм, часть проникает в толщу жидкости. Погружающаяся капля уже на расстоянии равном двум диаметрам, трансформируется в вихревое кольцо, в котором наблюдаются изгибные колебания (рис. 5.1.1 а). Кольцо соединено с поверхностным окрашенным диском тонкой нитью, которая расщепляется на две у основания.

По условиям съемки в верхней части кадра к изображению картины течения примыкает ее зеркальное отражение от свободной поверхности. Для наблюдения каскада вихрей во всех приводимых иллюстрациях необходимо мысленно отсекал зеркальное изображение от основного. При подготовке иллюстраций зеркальный двойник было решено сохранить, поскольку в некоторых случаях структурные особенности течений более выражены в дублирующем изображении.

Депрессии в изгибах кольца в течение 1-2 с трансформируются в вихревые кольца, соединенные окрашенными арками (три кольца на рис. 5.1.1 б). В центральной нити жидкость стекает вниз, скорость ее кончика превышает скорость движения верхней части арок, с которыми она соединена окрашенным крючком (рис. 5.1.1 в). Каждый из вторичных вихрей распадается на несколько вихрей следующего уровня, которые также соединены между собой тонкими окрашенными сводами и более интенсивно окрашенными петлями (рис. 5.1.1 г).

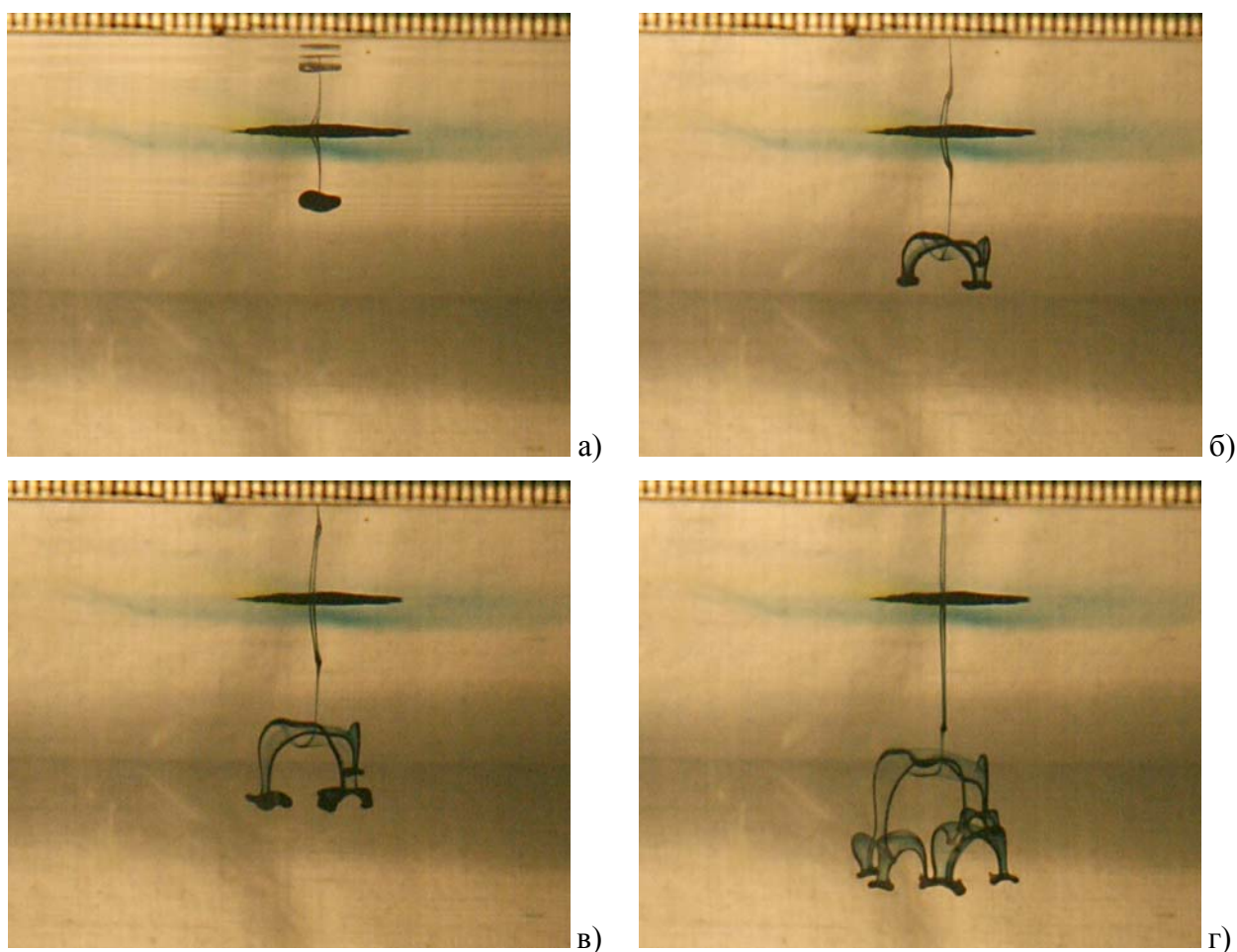
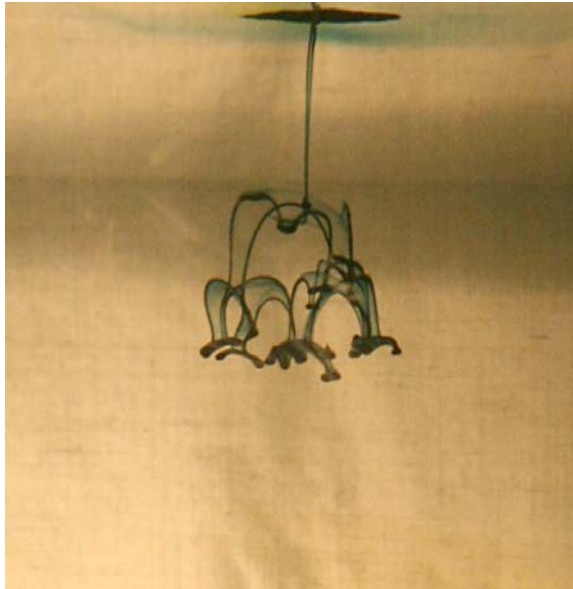


Рис. 5.1.1. Образование каскада вихрей при падении капли чернил в покоящуюся жидкость (синие чернила): $a - z) - t = 0, 2, 4, 8 \text{ с}$.

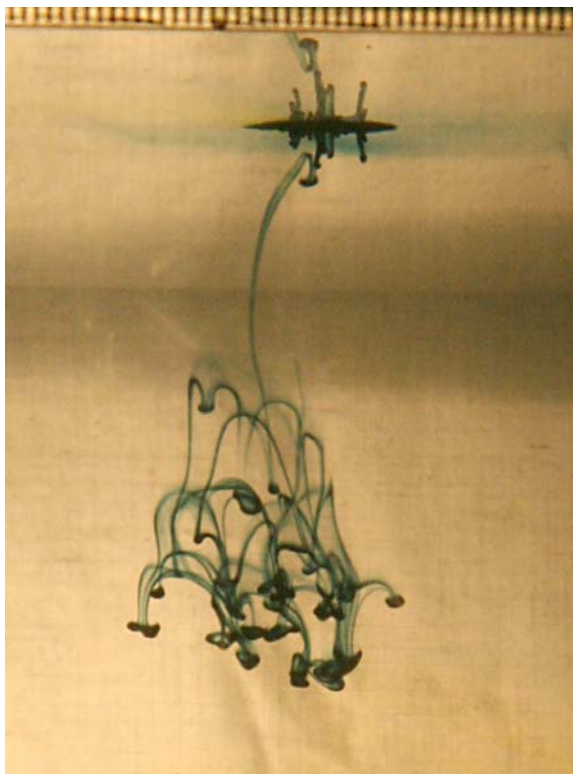
Каждый вторичный вихрь погружается быстрее, чем верхняя часть окрашенной арки, соединяющей его с соседними. Длина арок и размеры области жидкости, занимаемой каскадом вихрей, растут со временем.



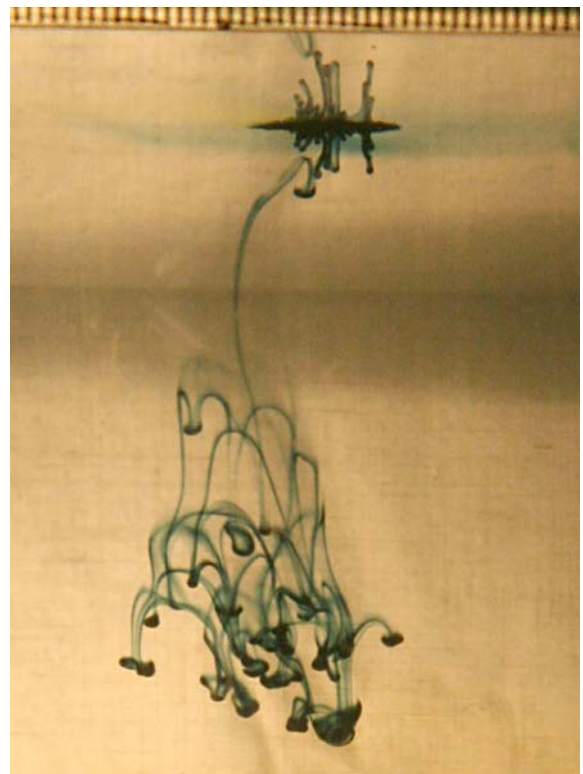
а)



б)



в)



г)

Рис. 5.1.2. Продолжение эксперимента: эволюция каскада вихрей при падении капли чернил в покоящуюся жидкость (синие чернила): $a - г) - t = 12, 16, 20, 30$ с .

Постепенно возникают и усиливаются осевые колебания первичных вихрей, на них образуется система колец второго яруса (рис. 5.1.1 г). Часть окрашенной жидкости из колец переходит в спутный след, прорисовывая всю траекторию движения кольца.

Вся окрашенная совокупность арок, линий, сводов и вихрей продолжает погружаться в толщу окружающей покоящейся жидкости (рис. 5.1.2 а). Кольца нижнего яруса движутся наиболее быстро, а своды – следы первичных колец – наиболее медленно, поэтому размер области, занятой каскадом вихрей, постепенно увеличивается (рис. 5.1.2 б). Дополнительный вихрь сформировался в области примыкания первичного следа к верхнему своду (рис. 5.1.1 а, б). Размеры вторичных вихрей меньше, чем вихрей первого яруса. По мере падения вихревой системы течение теряет регулярность, а вихри и арки бледнеют вследствие диффузии окрашивающей жидкости в окружающую среду. Краска из поверхностного пятна “высыпается” в толщу жидкости “солевыми пальцами” – тонкими окрашенными линиями, оканчивающимися вихрями (рис. 5.1.2 г, д). Аналогичные структуры наблюдаются в одном из режимов тепловой конвекции в устойчиво стратифицированной по солености жидкости [88]. Система колец и арок существует длительное время. Постепенно изображение теряет контрастность и становится полностью неразличимым через 1-2 часа после начала процесса.

Смена визуализирующего вещества не меняет качественно картины течения. Эволюция капли жидкости – раствора уранила – представлена на рис. 5.2. В этом случае подсветка осуществлялась источником света с максимумом светимости в ультрафиолетовом диапазоне. Частично флуоресцирует и жидкость, создавая голубой фон, и более ярко краситель.

Разность плотностей раствора уранила и воды меньше, чем у воды и чернил. Капля, падающая на свободную поверхность, также порождает диск (диаметр 59 мм) и тонкое кольцо большего диаметра, чем кольцо краски (рис. 5.2 а).

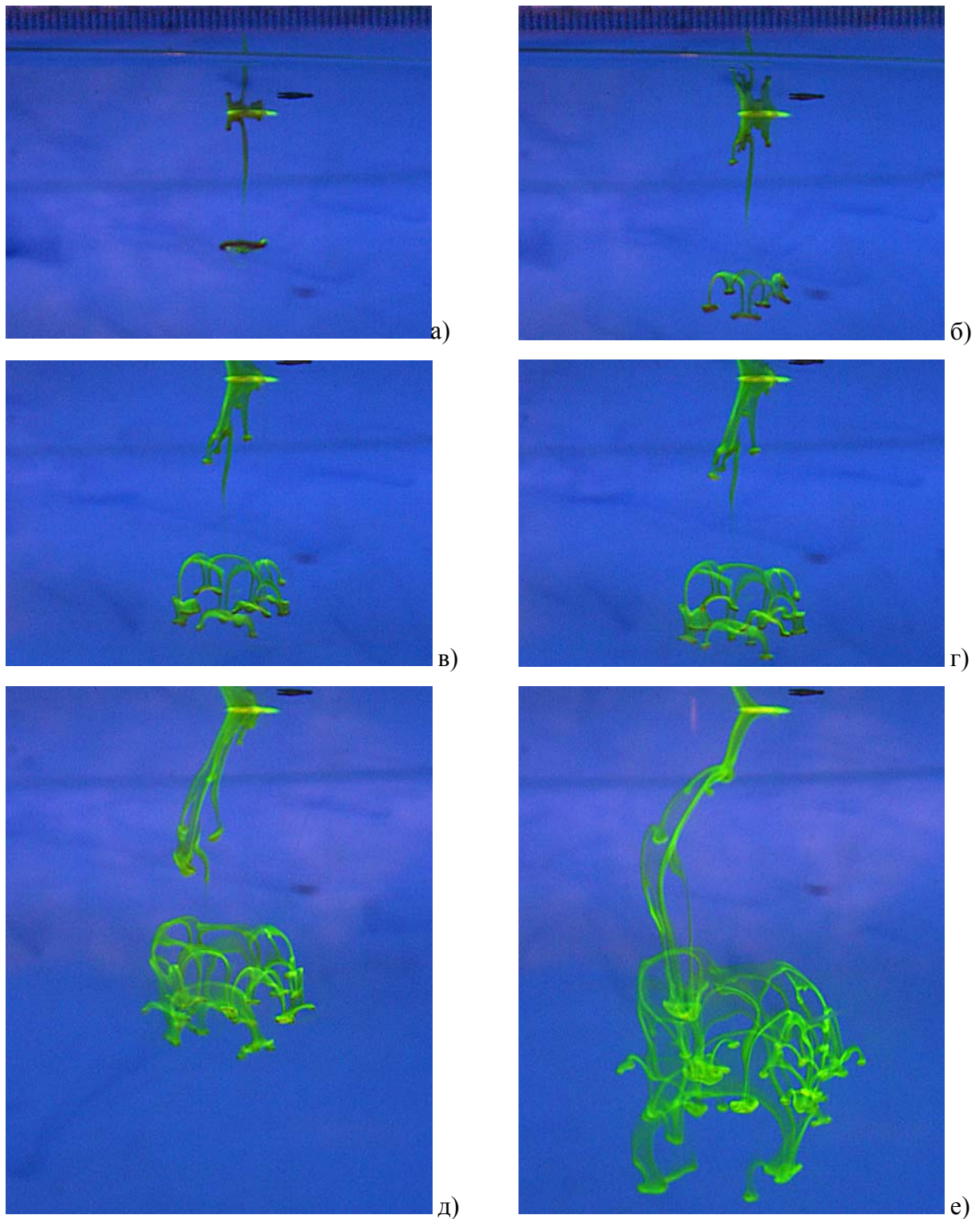


Рис. 5.2. Образование каскада вихрей при падении капли уранила в покоящуюся жидкость: а) – г) – $t = 0, 2, 6, 8, 18, 32$ с .

Кольцо уранила стабильнее, и хотя имеет меньшую скорость падения, проходит большее расстояние в толще жидкости, чем кольцо чернил, и приобретает больший диаметр. В нем также развивается изгибная

неустойчивость, но в силу большего размера образуется больше колец первого яруса (распад на пять колец первого яруса показан на рис. 5.2 б).

Вторичные кольца взаимодействуют между собой, область окрашенной жидкости растет в горизонтальном направлении (рис. 5.2 в). Однако скорость погружения заметно превышает скорость горизонтального движения, и постепенно структура становится все более вытянутой в вертикальном направлении (рис. 5.2 г).

Контрастность изображений, а следовательно и концентрация красителя в арках и кольцах меньше, чем в случае чернил. Соответственно меньше разность сил плавучести и скоростей погружения верхних кромок арок и нижней кромки системы колец, вся конфигурация погружается с малым увеличением вертикального размера (рис. 5.2 д). Со временем картина усложняется, и как в случае чернил, полностью исчезает в течение 1-2 часов.

График, иллюстрирующий положение кромок и центра окрашенной области, приведен на рис. 5.3. Структуры из чернил и уранила движутся подобным образом. Верхняя кромка (штриховая линия) движется медленнее, чем нижняя кромка области вихревого движения (сплошная линия), и вершины промежуточных арок. Все кривые могут быть аппроксимированы зависимостью $h \sim \sqrt{t}$. Средняя скорость оседания нижней кромки вихревых структур в обоих приведенных случаях близка и составляет 1,4 см/с.

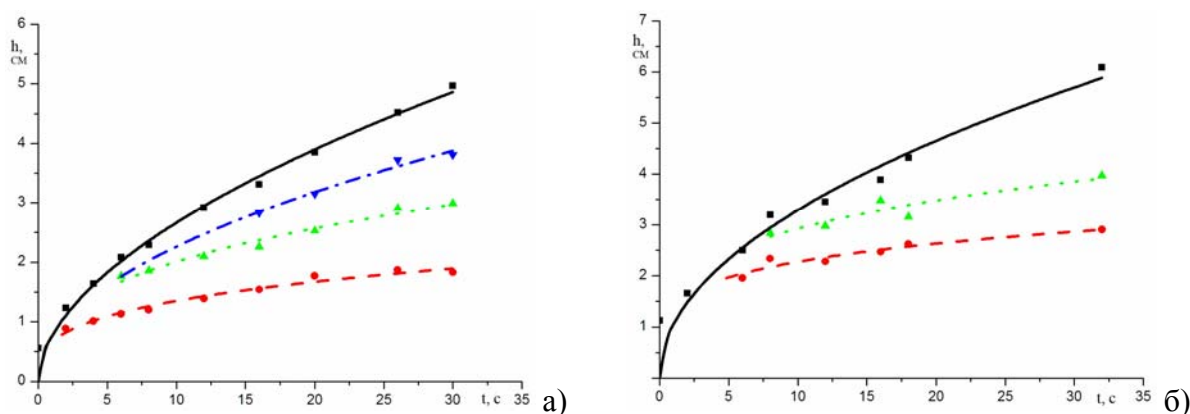


Рис. 5.3. Скорость оседания структур, образовавшихся из упавших на поверхность покоящейся жидкости каплей чернил (а) и раствора уранила (б).

Распад капель окрашенной жидкости, попавших на свободную поверхность покоящейся жидкости, проходит с постепенным увеличением площади горизонтального сечения области распада капли на систему вихрей. Скорость оседания в толщу жидкости всей вихревой системы, образовавшейся из упавшей на поверхность капли, представлена на рис. 5.3. Сплошная линия отражает зависимость от времени глубины самой нижней точки вихревой структуры, которая удовлетворительно аппроксимируется зависимостью $h \sim \sqrt{t}$. Линии на графиках отражают скорость оседания вершин арок первого (штриховая кривая), второго (пунктирная кривая) и третьего (штрихпунктирная кривая) ярусов.

При увеличении высоты и скорости падения капли в целом картина течения сохраняется: часть краски остается в поверхностном пятне, часть – проникает в толщу жидкости и формирует длинный окрашенный след. Скорость движения капли постепенно убывает. Расстояние от поверхности до горизонта трансформации капли в кольцо растет с увеличением скорости падения.

Основная особенность данного типа течений – филаментизация структуры. Капля окрашенной жидкости, падающая на поверхность покоящейся жидкости, трансформируется в кольца. И сами кольца, и соединяющие их арки образованы тонкими окрашенными нитями. Следы колец образуют окрашенные поверхности.

В последующих опытах с вращающейся жидкостью для визуализации процессов переноса вещества использовались растворы уранила, родамина 6Ж и чернила. Расстояние между кончиком пипетки и невозмущенной поверхностью жидкости составляло от 1 до 5 см. Во вращающейся жидкости высота свободного падения капли увеличивалась вследствие образования поверхностной каверны и в данных опытах составляла 1–20 см. Как показали предварительные опыты, наличие составного вихря существенно влияет на характер взаимодействия падающей капли с рабочей жидкостью.

5.2. Трансформация следа окрашенной капли в спиральные рукава на поверхности вращающейся жидкости

В отличие от случая покоящейся жидкости проблемам экспериментального изучения переноса маркирующей примеси из капли, падающей на поверхность вращающейся жидкости, посвящено всего несколько работ. В первой из них [31] впервые было описано образование “стены краски” и спиральных структур на поверхности из капли, упавшей на поверхность вращающейся жидкости. В опытах использовался заполненный жидкостью бассейн цилиндрической или прямоугольной формы, помещенный в другой бассейн, в котором с помощью тангенциального ввода было организовано вращательное течение жидкости. При изучении переноса красителя равномерность вращения нарушалась. Формы спиральных вихрей во вращающемся круглом и прямоугольном бассейнах различались между собой.

Следующая работа, в которой вновь визуализировался перенос примеси из капли, падающей на поверхность вращающейся жидкости появилась спустя более чем тридцать лет [32]. В ней была отмечена аналогия между эффектами вращения и стратификации и замечено, что направление преимущественного развития окрашенной спирали определяется условием “агеострофического приспособления”. Спиральные структуры также наблюдались в экспериментах по моделированию интрузий во вращающихся жидкостях [89] и экспериментальных исследованиях неосесимметричных инерционных волн во вращающейся жидкости [67]. Из отсутствия взаимных ссылок можно сделать вывод, что работы предшественников авторами более поздних публикаций не были замечены. И хотя впечатляющие фотографии из первой работы [31] вошли в известные монографии, в частности [24, рис. 7.6.2], процесс переноса маркирующей примеси в вихревом течении систематически не изучался.

Созданная установка позволяет воспроизводить условия опытов и исследовать устойчивые компоненты сложной картины переноса маркирующей примеси в установившемся составном вихревом течении и регистрировать их

временную изменчивость. Форма окрашенной области зависит от положения области контакта падающей капли с поверхностью жидкости относительно центральной оси цилиндрического контейнера.

5.2.1. Перенос маркирующей примеси из центрального пятна

Как показали предварительно проведенные опыты, характер переноса краски по поверхности жидкости существенно зависит от положения области контакта падающей капли с поверхностью жидкости, вовлеченной в составное вихревое движение, и типа маркирующей примеси.

5.2.1.1. Перенос краски из капли, окрашенной уранилом. Выделенным является положение капли в центре каверны. Основные элементы картины такого течения, наблюдаемые на поверхности жидкости при растекании капли, окрашенной уранилом, приведены на рис. 5.5.

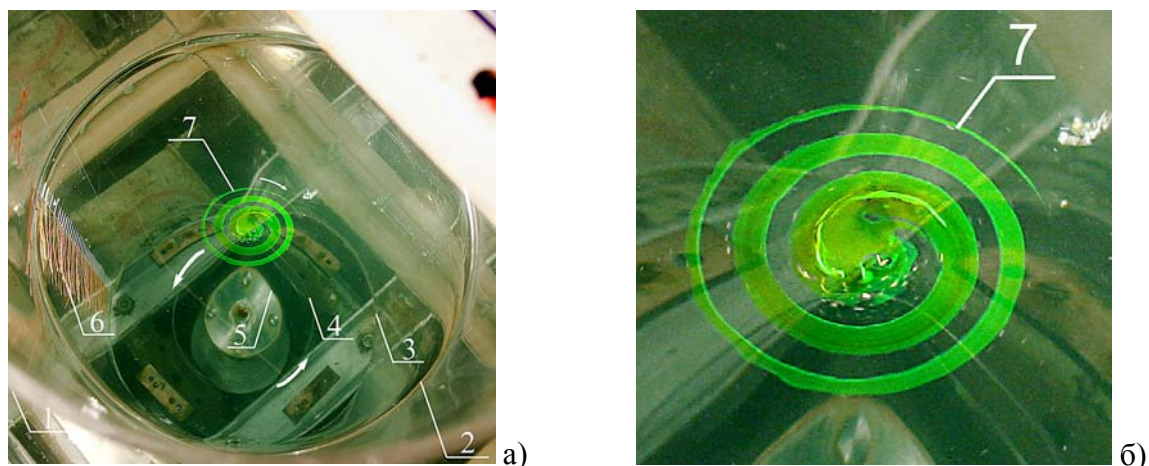


Рис. 5.5. Перенос красителя из центральной капли по поверхности вращающейся жидкости ($H = 40$ см, $\Omega = 200$ об/мин, $R = 7,5$ см): а) – общий вид; б) – увеличенное изображение спирали (относительный размер цифры 7 характеризует масштаб).

На рис. 5.5 а приведены обозначения основных элементов экспериментальной установки и компонент картины течения. Боковая поверхность цилиндрической камеры 1 контактирует со свободной поверхностью жидкости, приведенной в составное вихревое течение по линии 2. Менее четкая круговая линия 3 образована пересечением цилиндрической обечайки с дном бассейна. Тонкая линия 4 – внешний край прозрачного диска-активатора, который закреплен на металлическом диске 5.

Диск приводится во вращение электромотором. Шелковинки 6, наклеенные на боковую поверхность цилиндрической обечайки, показывают направление вращения жидкости в контейнере. Вся жидкость в объеме цилиндрической обечайки вращается в циклоническом направлении (против часовой стрелки), что показано жирными стрелками на рис. 5.5 а.

Краска, вытянутая из центрального пятна, формирует спиральную структуру 7, которая удлиняется в антициклоническом направлении (по часовой стрелке, как показано тонкой стрелкой на рис. 5.5 а.). Вся картина распространения красителя из капли, попавшей в центр вращающейся поверхности жидкости, является анизотропной – несмотря на наличие осевой симметрии вихревого течения и падающей капли, формируется только один спиральный рукав.

Более подробно эволюция формы окрашенной капли, попавшей на свободную поверхность в центр каверны в установке, прослежена на рис. 5.6.

В момент контакта со свободной поверхностью капля окрашенной жидкости имеет осесимметричную форму и только вертикальную компоненту скорости (рис. 5.6.1 а). Первичное пятно круглое. Постепенно пятно начинает раскручиваться, контактная поверхность окрашенного пятна и рабочей жидкости в контейнере теряет правильную форму, на ней формируется система асимметричных мелкомасштабных возмущений. Передний (по отношению к направлению скорости движения рабочей жидкости) край возмущения – пологий, задний – более крутой. Постепенно гребни заостряются, с вершин некоторых из них срываются мелкие вихри, направление вращения в которых определяется значением скоростей жидкости в пятне и вне его и совпадает с направлением генерального вращения (циклоническое на рис. 5.6.1 а).

Спустя короткое время (менее 1 с) пятно вращается вместе с окружающей жидкостью, его внешняя кромка выравнивается. Одновременно пятно теряет осесимметричную форму, с одной из его сторон вытягивается заостренный спиральный рукав. Концентрация красителя неравномерна в поперечном

сечении спирального рукава, окрашенные тонкие яркие нити разделены более бледными участками, где концентрация красителя ниже (рис. 5.6.1 б).

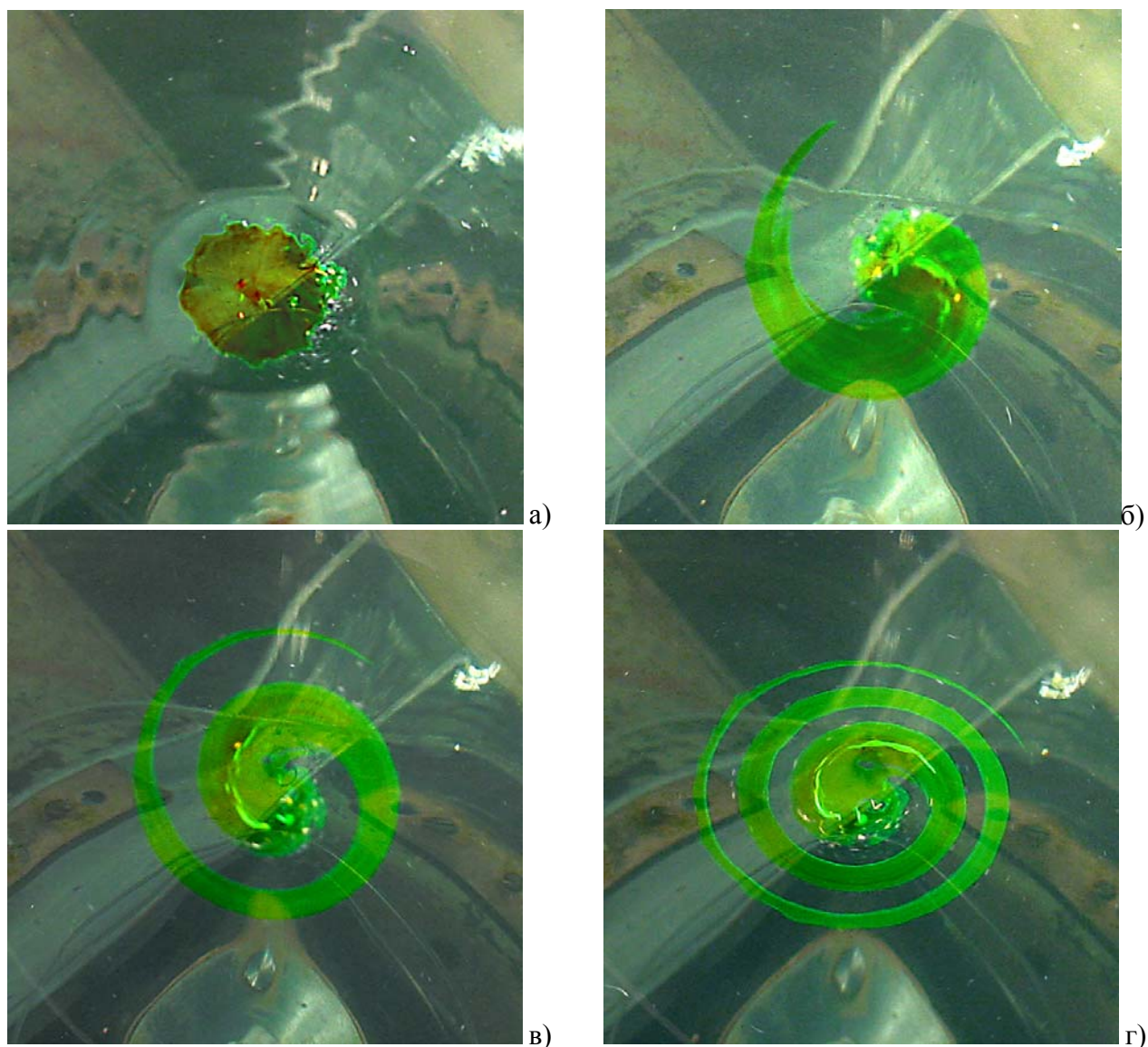


Рис. 5.6.1. Трансформация центральной капли красителя на свободной поверхности вращающейся жидкости ($H = 40$ см, $\Omega = 200$ об/мин, $R = 7,5$ см) : а – г) – $t = 0, 2, 4, 6$ с.

Со временем длина спирального рукава на поверхности жидкости монотонно растёт (рис. 5.6.1 в). Кромки рукава остаются четкими, отдельные витки окрашенной спирали на поверхности разделены полосами чистой (свободной от краски) рабочей жидкости. Ширина кончика спирального рукава составляет около 0.7 мм, в то время как у основания ширина спирального

рукава достигает 1.08 см (рис. 5.6.1 в). С увеличением числа витков спирали толщина спирального рукава у основания уменьшается (рис. 5.6.1 г).

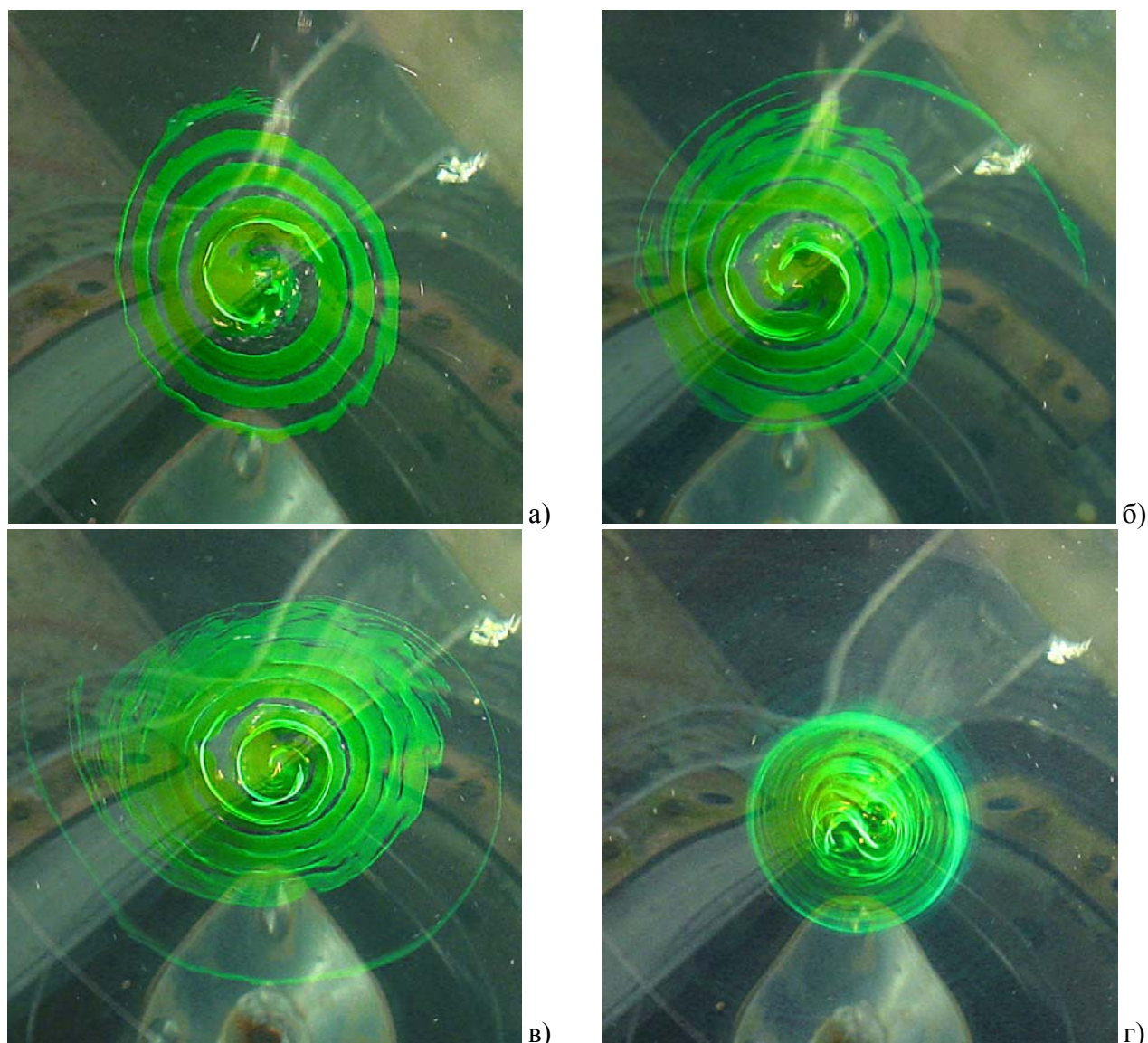


Рис. 5.6.2. Трансформация центральной капли красителя на свободной поверхности вращающейся жидкости ($H = 40$ см, $\Omega = 200$ об/мин, $R = 7,5$ см) : а – г) – $t = 8, 10, 12, 46$ с .

Спиральная структура со временем теряет сплошность, ее внешний край расщепляется на отдельные нити (рис. 5.6.2 а). Каждая из нитей вытягивается в антициклоническом направлении. Ширина отдельных нитей постепенно растет, окрашенная жидкость заполняет все пространство между витками спирального рукава. Постепенно рукава сливаются в неравномерно окрашенное пятно, из которого вытягивается одна тонкая спиральная нить (рис. 5.6.2 б, в). В

основании спирали прослеживаются яркие спиральные линии, которые визуализируют компактный перенос краски внутрь вихря и формирование тонкой окрашенной поверхности (“стены краски” по терминологии Тэйлора-Лонга).

На больших (в масштабах формирования спирали) временах на поверхности жидкости формируется неравномерно окрашенная эллиптическая область, в которой выделенные яркие линии визуализируют центральные вихревые диполи (рис. 5.6.2 г).

Расстояние до внешнего и внутреннего края спиральной линии в зависимости от угла для спиралей на рис. 5.6.1 г и 5.6.2 а показаны на рис. 5.8.

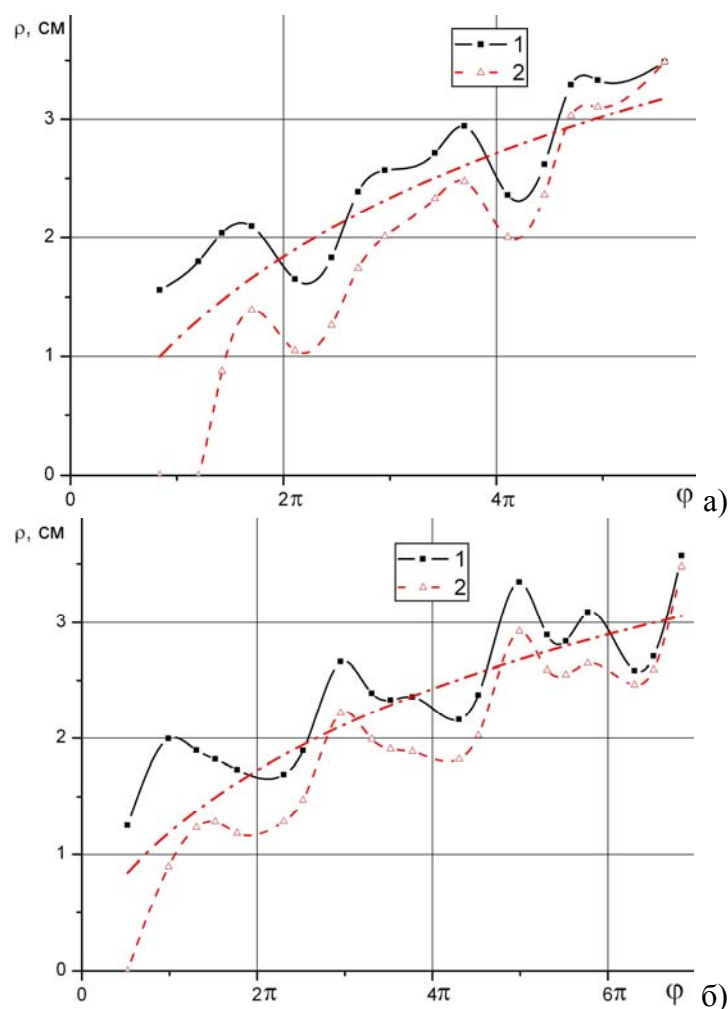


Рис. 5.7. Отстояние кромок спирального рукава от центра вращения системы: а, б) - $t = 6, 8$ с (угол нормирован на π , линиям 1 и 2 соответствуют внешняя и внутренняя кромки).

Развертки спирального рукава для двух моментов времени, приведенные на рис. 5.7, иллюстрируют монотонное убывание его ширины за счет сближения кромок, отличие его формы от центрально симметричной и эллиптичность всей структуры. Положение центра рукава аппроксимировано штрихпунктирной линией $\rho = F \ln(\varphi - G)$, для данной серии $F = 1.69, 1.46$ и $G = -0.96, -1.26$. Осцилляции внешней кромки при больших значениях угла φ на рис. 5.7 б обусловлены расщеплением внешнего края рукава на отдельные нити (филаментизация структуры).

5.2.1.2. Перенос краски из капли, окрашенной чернилами. Спиральные рукава вытягиваются из пятна жидкости, окрашенной черными чернилами, как показано на рис. 5.8. Изображение окрашенной области на поверхности жидкости здесь менее резкое, чем на рис. 5.6, поскольку по условиям опыта камера настраивалась на вращающийся диск.

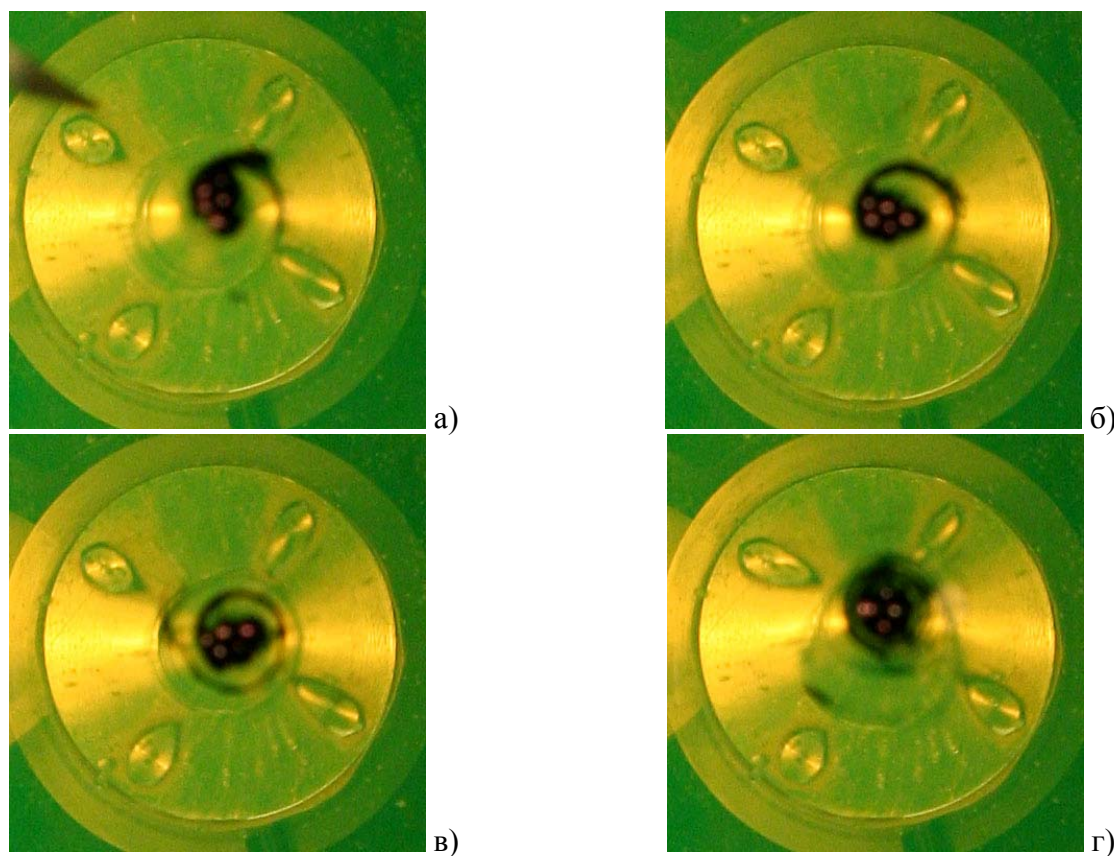


Рис. 5.8. Образование спирального рукава из капли чернил в центре свободной поверхности вращающейся жидкости ($H = 40$ см, $\Omega = 220$ об/мин, $R = 2,5$ см) : а) – г) – $t = 1, 2, 3, 5$ с .

Однако и здесь из капли чернил, внесенной в центр вращающейся поверхности, вытягивается спиральный рукав в антициклоническом направлении (рис. 5.8 а), который быстро удлиняется (рис. 5.8 б, в) и опоясывает центральное пятно. Постепенно спиральная структура сливается в пятно неправильной формы, расположенное в центре вращающейся свободной поверхности (рис. 5.8 г). В отличие от подкрашивания уранилом, поверхностное пятно чернил непрозрачно и затеняет возможную тонкую структуру распределения красителя в толще жидкости.

Такая картина центральной области окрашенной жидкости характерна для вихревого течения в цилиндрическом контейнере и наблюдалась во всех проведенных экспериментах, вне зависимости от параметров потока.

5.2.2. Перенос маркирующей примеси при произвольном расположении пятна. Окрашенное пятно, образующееся на поверхности жидкости, вовлеченной в составное вихревое течение, при падении капли окрашенной жидкости в произвольную точку на вращающейся свободной поверхности, образует два рукава.

5.2.2.1. Перенос краски из капли, окрашенной уранилом. Эволюцию картины течения иллюстрирует последовательность фотографий, приведенная на рис. 5.9 (вид сверху). Схема наблюдаемого течения показана на рис. 5.10 (в качестве основы выбран рис. 5.9 а).

Из сравнения последовательных фотографий картин течения следует, что из сплошной капли 1 постепенно вытягивается короткий рукав 2 в антициклоническом направлении, и более длинный 3 – в циклоническом. Рукава расщеплены на отдельные нити, происходит филаментизация структуры. Следующая капля 6 образует собственную циклоническую спиральную структуру 4, вложенную между рукавами 2, 3. Со временем длина рукавов растет, отдельные нити становятся более протяженными и выраженными. Ярко окрашенное пятно в центре сформировано каплями, ранее падавшими в центральную область.

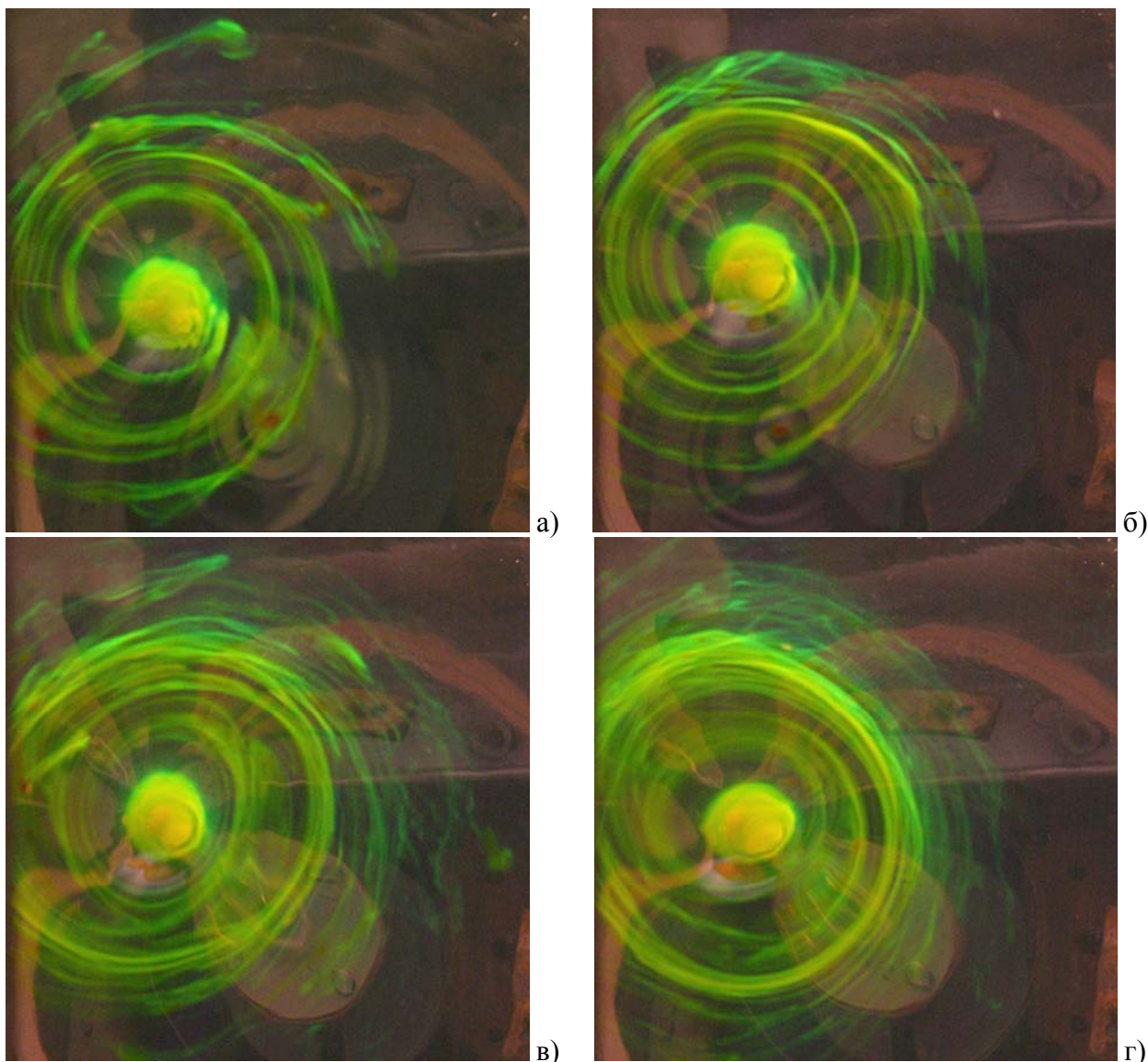


Рис. 5.9. Распределение маркирующей примеси по поверхности жидкости при падении нескольких капель уранила ($H = 40$ см, $\Omega = 820$ об/мин, $R = 7,5$ см): а – г) – $t = 0, 6, 12, 14$ с .

Образующаяся при падении нескольких капель многозаходная спираль со временем трансформируется в множество окрашенных концентрических кривых (рис. 5.9 в, г). Одновременно на поверхности остаются отдельные окрашенные нити во внешней области течения, степень выраженности которых медленно убывает вследствие диффузионного переноса маркирующей примеси в рабочую жидкость.

Для спирали, формирующейся из нецентрально падающей капли графики радиального положения кончиков заостренных рукавов приведены на рис. 5.11. Длина спирального рукава, растущего в антициклоническом направлении

(краска поднимается по поверхности каверны) и его отстояние от центра вращения монотонно растут со временем (рис. 5.11, кривая 1).

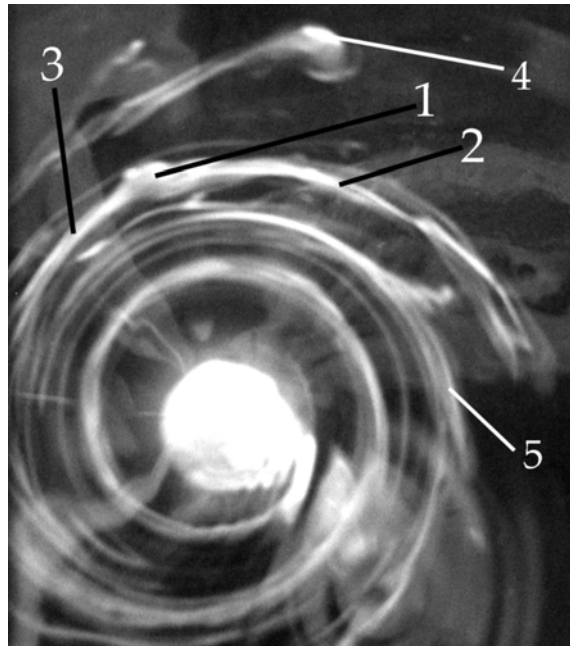


Рис. 5.10. Схема спирального течения.

Рукав, растущий в циклоническом направлении (краска погружается в центр каверны), растет более быстро, при этом его радиальное отстояние от центра вращения меняется немонотонно. Тенденция к прекращению погружения и началу подъема окрашенной жидкости приводит к формированию кольцевых структур, представленных на рис. 5.9 г.

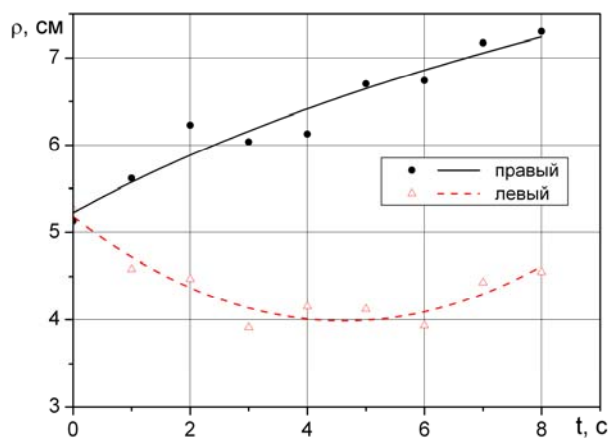


Рис. 5.11. Удаление кончиков антициклонического 1 и циклонического 2 спиральных рукавов от центра воронки ($H = 50$ см, $\Omega = 200$ об/мин, $R = 5,0$ см).

Форму спирального рукава иллюстрируют графики, показывающие угловое положение рукавов спиральной структуры на поверхности жидкости, вовлеченной в составное вихревое течение, для двух моментов времени (рис. 5.12). Капля контактировала с поверхностью жидкости на расстоянии $\rho_0 = 5.2$ см от центра вращения. Движение носит неравномерный характер, изменение радиального положения кончика антициклонического рукава ускоряется со временем.

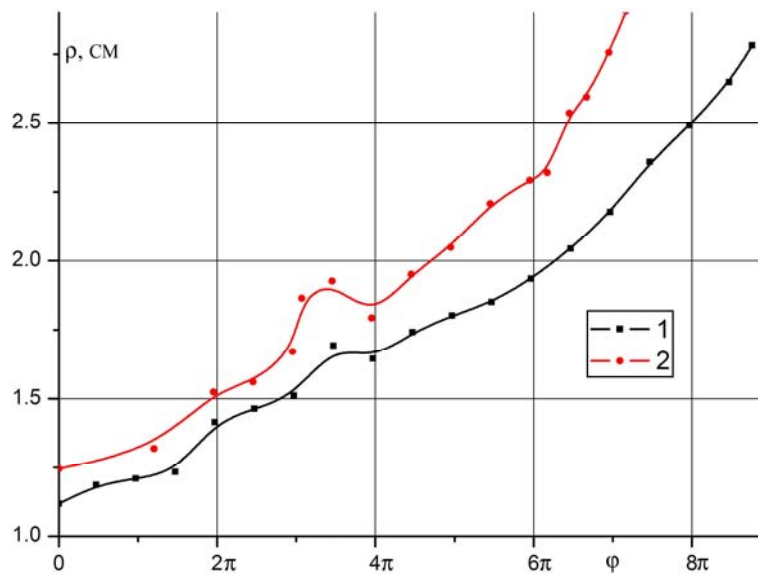


Рис. 5.12. Радиальное положение рукавов спиральной структуры ($H = \text{см}$, $\Omega = \text{об/мин}$, $R = \text{см}$, $\rho_0 = 1.9 \text{ см}$): кривые 1, 2 – $t = 8, 10 \text{ с}$, угол нормирован на π .

Спиральные рукава на поверхности вращающейся жидкости существуют длительное время. Продолжительные наблюдения формы одной полосы окрашенной жидкости, образовавшейся при падении одиночной капли, позволяют проследить образование возвратного течения на периферии спиральной структуры (рис. 5.13).

Фазе образования возвратного течения предшествует расщепление внешнего края рукава, внутренняя часть которого вытягивается в тонкую линию, а внешняя часть сворачивается в сплюснутый антициклонический вихрь (рис. 5.13 а). Четкость кромок изображений элементов конструкции на дне контейнера указывает на отсутствие видимых возмущений формы

свободной поверхности (наличие волн проявляется в искажении чистоты линий и возникновению волнистых линий, см. рис. 5.6.1 а). Вихрь медленно растет и смещается в антициклоническом направлении. При этом внешняя кромка вихревой нити поднимается вдоль поверхности каверны с существенно большей скоростью (рис. 5.13 б).

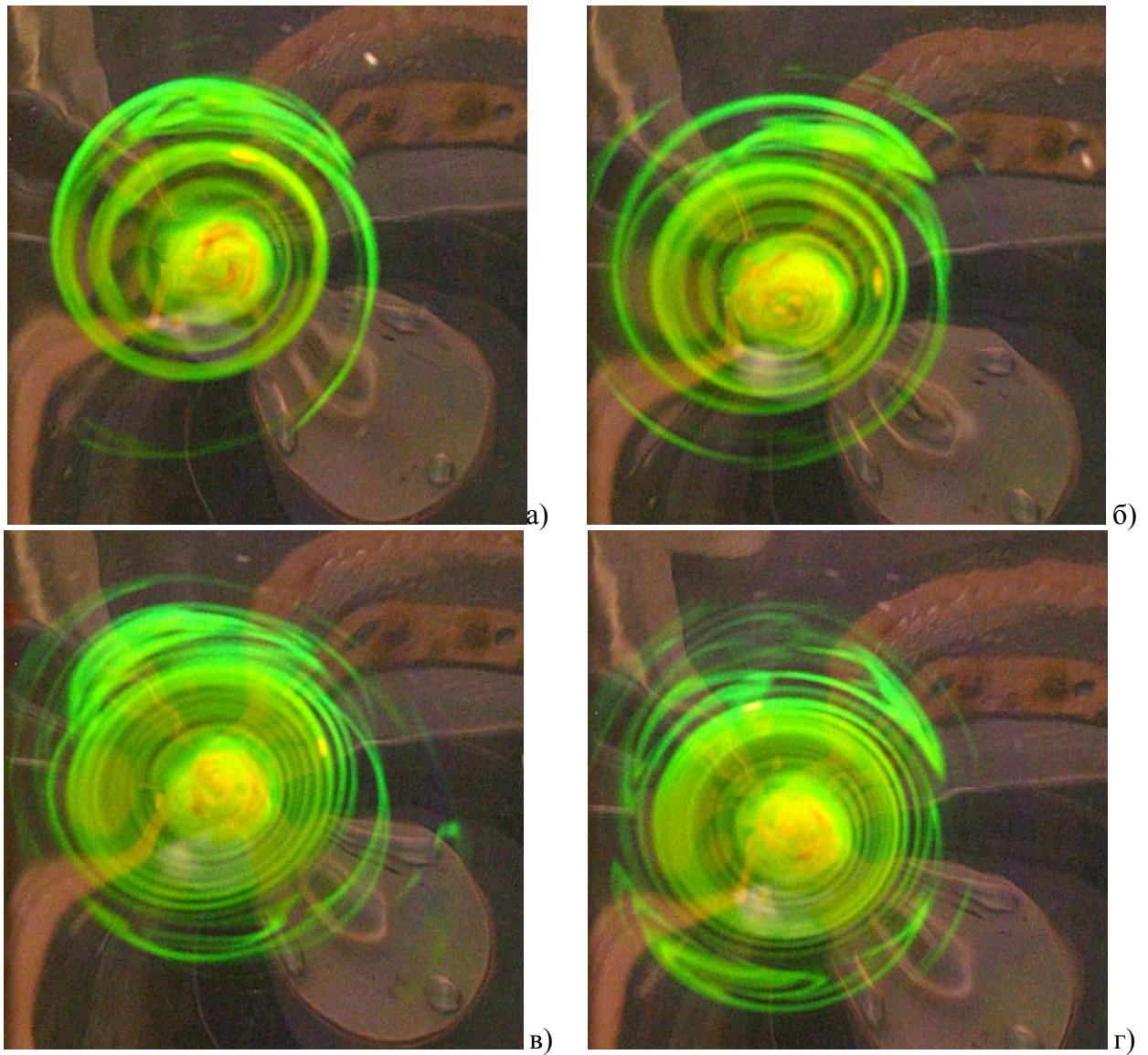


Рис. 5.13. Трансформация спиральной структуры в вихревую систему ($H = 40$ см, $\Omega = 820$ об/мин, $R = 7,5$ см): а – г) – $t = 0, 6, 12, 14$ с .

Со временем на внешней кромке спиральной структуры формируется и второй сплюснутый вихрь (рис. 5.13 в). Взаимное положение вихрей также нестабильно, ранее образовавшийся вихрь “догоняет” сформировавшийся

позднее. Одновременно пространство между рукавами заполняют спиральные окрашенные нити, происходит глобальная филаментизация структуры (рис. 5.13 в). На больших временах спиральные рукава на поверхности преобразуются в систему вложенных окрашенных колец, со следами нитевидной структуры в поперечном распределении маркирующей примеси, разделенных кольцами чистой рабочей жидкости.

5.2.2.2. Перенос краски из капли, окрашенной чернилами. Для контроля степени универсальности картины течения, образующейся при падении окрашенной капли на поверхность вращающейся жидкости, при изменении физических параметров маркирующей примеси, ряд опытов был выполнен в стандартной постановке с заменой раствора уранила на чернила.

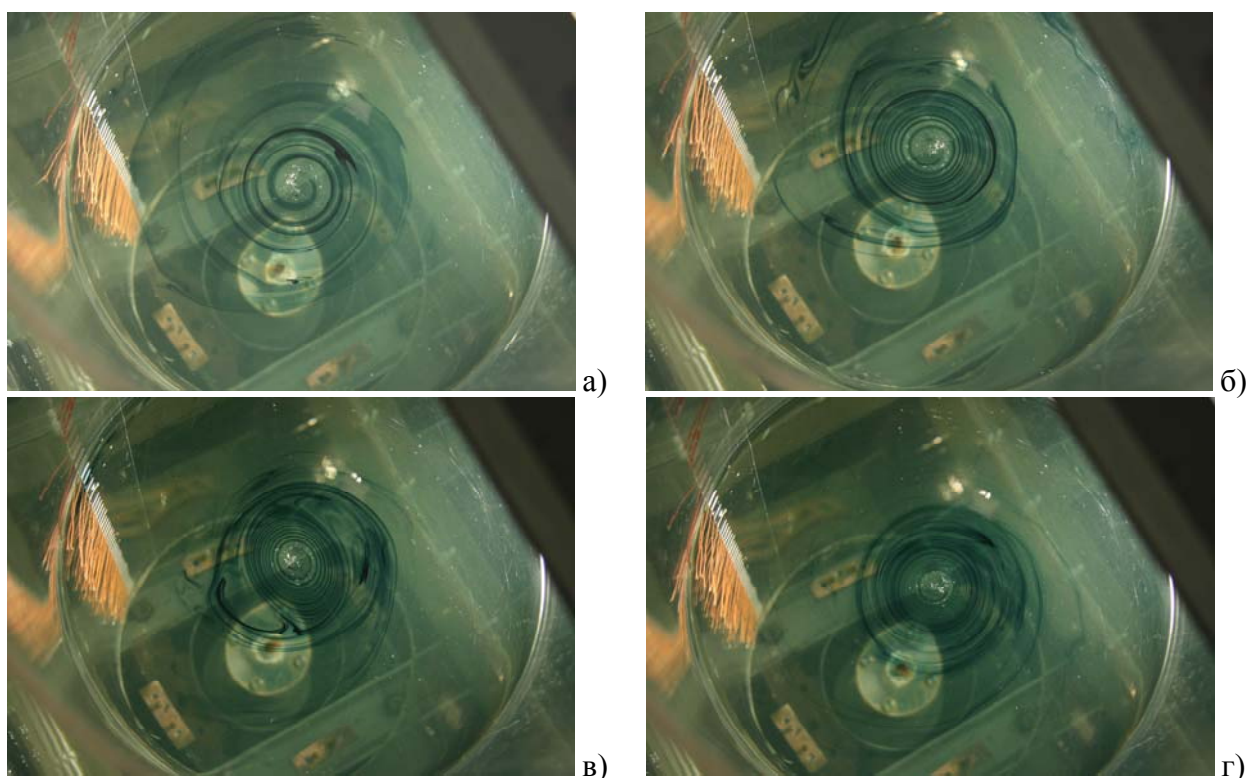


Рис. 5.14.1. Перенос красителя (синие чернила) составным вихрем при нецентральной падении капли и формирование вихревого триполя ($H = 40$ см, $\Omega = 200$ об/мин, $R = 7,5$ см): а) – г) – $t = c$.

Эволюцию структуры течения, формирующегося при падении капель, окрашенных черными чернилами, иллюстрирует серия фотографий, представленная на рис. 5.14. При нецентральной падении из следа капли, как и

при окрашивании уранилом, вытягиваются два спиральных рукава, растущие в циклоническом и антициклоническом направлениях. Рукава с краской более тонкие, чем окрашенные уранилом (рис. 5.14.1 а).

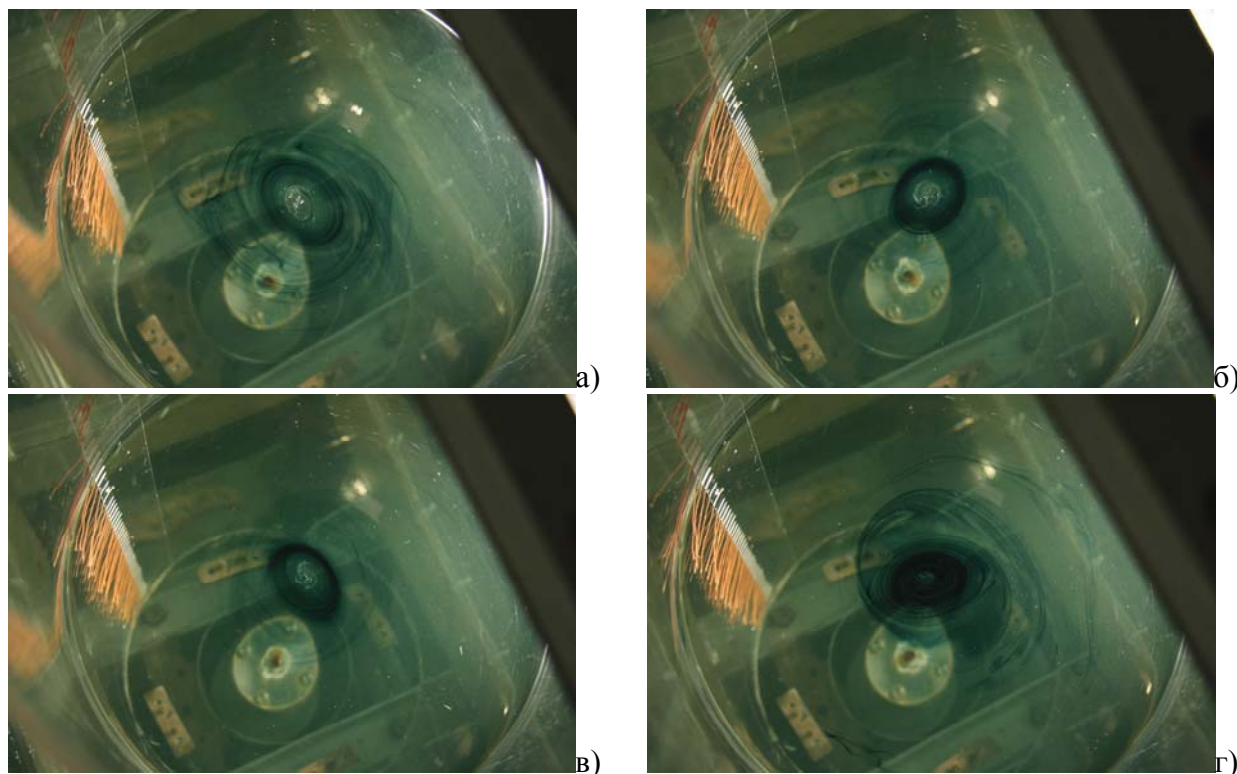


Рис. 5.14.2. – продолжение эксперимента: деградация триполя и формирование следующего после падения очередной капли красителя (синие чернила) ($H = 40$ см, $\Omega = 820$ об/мин, $R = 7,5$ см): а) – г) – $t = c$.

Начальная осевая симметрия картины течения нарушается при отклонении одного из рукавов от генерального направления, предшествующем формированию вторичной периферической вихревой структуры (рис. 5.14.1 б). Постепенно на периферии спирального течения формируется второй сплюснутый вихрь, деформирующий, как и первый, область заполненную спиральными рукавами. Традиционно группу взаимообусловленных вихрей объединяют в единую систему, в данном случае – в триполь (рис. 5.14.1 в). Здесь вихревой триполь состоит из сплюснутого ядра и двух периферических вытянутых вихрей. Размеры и относительное положение вторичных вихрей не постоянны.

Со временем внешние вихри распадаются, видимой остается только центральная спиральная структура небольшого размера (рис. 5.14.1 б, в, рис. 5.14.2 а). Затем внешний край спиральной структуры вновь начинает подниматься вдоль каверны и на его периферии возникают вторичные вихри (рис. 5.14.2 г). Концентрация красителя медленно убывает.

В целом, в отличие от случая покоящейся однородной жидкости, след капли на вращающейся свободной поверхности трансформируется в спиральные рукава и распадается на отдельные нитевидные элементы. Направление развития спирального рукава зависит от радиального положения начального пятна. Из центрального пятна, находящегося на дне каверны, вытягивается один спиральный рукав в антициклоническом направлении. Из пятна, смещенного относительно центра вращения, вытягиваются два спиральных рукава – в циклоническом внутрь каверны и антициклоническом (к внешнему краю) направлениях. Во всех случаях наблюдается распад окрашенных рукавов на отдельные спиральные линии, происходит филаментизация структуры.

Анизотропный перенос окрашенной жидкости вдоль поверхности каверны возможно обусловлен действием сопутствующих тонкоструктурных компонент течения, масштабы которых определяются значением кинетических коэффициентов (кинематической вязкости и коэффициента диффузии маркирующей примеси) и локальной частотой вращения жидкости ω (см. гл. 2). Математическая классификация их линейных аналогов проведена в [90]. Эффект концентрации краски в тонких прослойках также наблюдался в вихревых течениях непрерывно стратифицированной жидкости за двумерными и трехмерными препятствиями.

Длительное сохранение пространственной неоднородности распределения краски в композиционном вихре течение свидетельствует, что в жидкости, вовлеченной в такое течение, постоянно действуют анизотропные механизмы переноса пассивной примеси, компенсирующие равномерное диффузионное

расплывание начального пятна и вторичных спиральных или цилиндрических структур.

5.3. Перенос вещества из следа окрашенной капли в толщу вращающейся жидкости. Существенно иной характер носит перенос маркирующей примеси с поверхности в толщу жидкости, вовлеченной в составное вихревое течение. Детальные эксперименты показывают, что внутрь жидкости проникает не только “стена краски”, как отмечено в [31, 32], но и отдельные нитевидные структуры, собранные в компактный пучок (“окрашенный столб”) или образующие цилиндрическую поверхность.

5.3.1. Перенос краски из капли, окрашенной уранилом. Последовательность фотографий, иллюстрирующих перенос краски в толщу жидкости при центральном и последующих близких к центральному падениях капель, окрашенных уранилом, приведена на рис. 5.15. Фантом в изображении (окрашенная область над свободной поверхностью) обусловлен отражением световых лучей от криволинейной поверхности.

На двух первых фотографиях представлена только та часть области течения, куда попал краситель. Краска из первой капли, попавшей в центр каверны, преимущественно проникает в толщу жидкости по образующим вертикального цилиндра диаметром 1.49 см, касающегося каверны на уровне верхней кромки капли. Еще одна тонкая окрашенная струйка погружается с полюса каверны. Скорость продвижения оболочки выше скорости движения центрального окрашенного ядра. Небольшая часть краски поднимается в спиральном рукаве вдоль каверны (рис. 5.15.1 а).

Следующая капля коснулась стенки каверны на ее полувысоте (яркая наклонная линия в центре каверны на рис. 5.15.1 б). Данная порция краски также поступает внутрь жидкости вдоль цилиндрической поверхности диаметром 1.19 см. С увеличением глубины концентрация краски падает, наибольшие ее значения наблюдаются на внешней кромке столба.

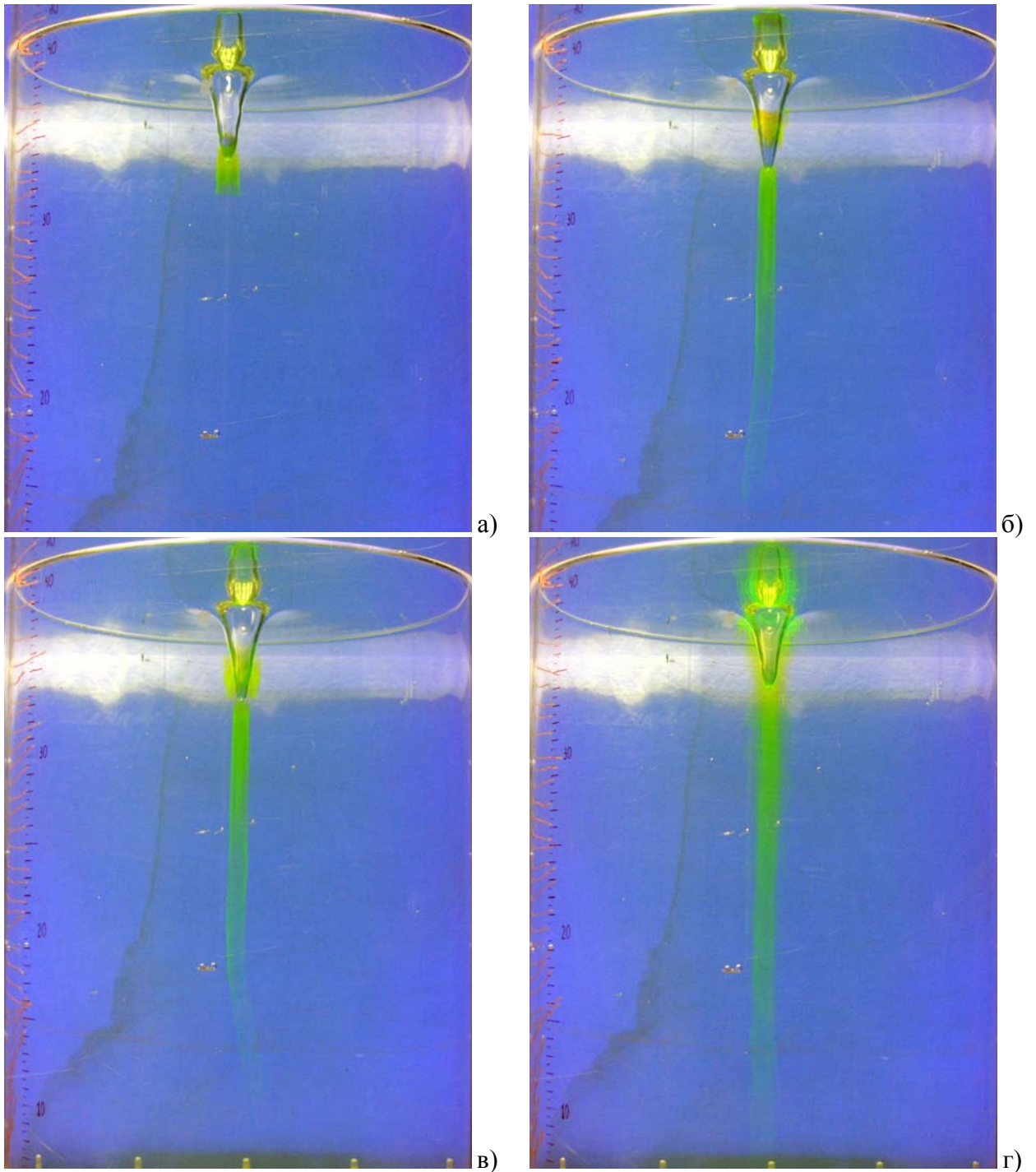


Рис. 5.15.1. Перенос красителя (уранила) составным вихрем при падении капли ($H = 40$ см, $\Omega = 800$ об/мин, $R = 7,5$ см): а) – в центр воронки, б) – г) – из дополнительной нецентрально падающей капли $t = 0, 18, 20, 24$ с .

Со временем часть окрашенной жидкости начинает поступать в боковую область, примыкающую к каверне, диаметр образующейся окрашенной области высотой 2.71 см у верхнего края составляет 2.43 см, у нижнего – 2.04 см (рис. 5.15.1 в). Маркирующая примесь из новой капли, упавшей на внешний

край узкой части каверны с другим знаком кривизны, равномерно поступает внутрь рабочей жидкости вдоль всей поверхности каверны и образует коническую окрашенную область (рис. 5.15.1 г). Краска постепенно погружается и попадает в тот же самый окрашенный столб, который образовался ранее. При рассмотрении изображения с большим увеличением, можно видеть и в основной, и в отраженной части картины, филаментизацию структуры течения на поверхности жидкости.

Новые капли, падающие на еще большем удалении от центра, продолжают окрашивать центральную часть вихря и формируют дополнительную окрашенную поверхность диаметром 6.20 см и высотой 3.59 см (рис. 5.15.2 а). Со временем маркирующая примесь из внешней оболочки вытягивается, видимыми остаются спиральная структура, собственно поверхность внутренней части каверны и столб окрашенной жидкости диаметром 1.71 см (рис. 5.15.2 б).

Новая капля, упавшая на расстоянии 6.5 см от центра каверны, порождает как спиральную структуру на поверхности жидкости, так и “стену краски” – вертикальную цилиндрическую поверхность переменного диаметра в ее толще. Новая цилиндрическая поверхность не соосна с центральным столбом, ее направляющей служит поверхностный спиральный рукав (рис. 5.15.2 в), как и в экспериментах [31, 32]. Следует отметить существенное различие в постановке опытов: здесь жидкость вращается в сложном составном вихре, в опытах [31, 32] жидкость помещалась в равномерно вращающийся сосуд, в котором приводилась в состояние твердотельного вращения. Концентрация маркирующей примеси, попадающей в “стену краски” довольно быстро падает и контрастность изображения снижается. Окрашенная “стена” растворяется на глубине больше 8 см (рис. 5.15.2 г). В то же время изображение центрального столба диаметром 1.63 см у нижнего края, совершающего небольшие изгибные колебания, остается ярким и контрастным. Нижняя кромка столба движется по поверхности диска-активатора.

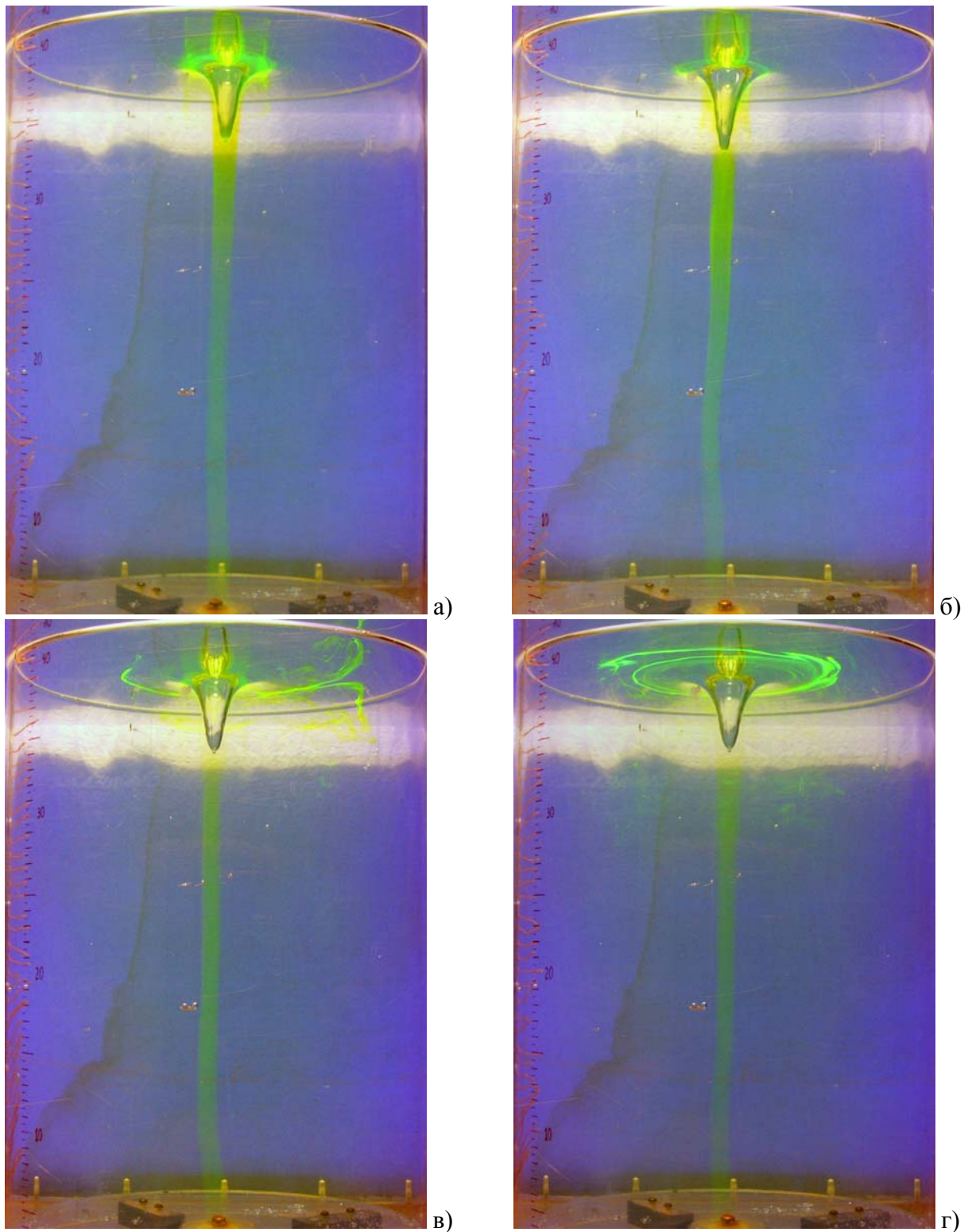


Рис. 5.15.2. Перенос красителя (уранила) составным вихрем при нецентральной падении последовательности капель ($H = 40$ см, $\Omega = 800$ об/мин, $R = 7,5$ см): а) – г) – $t = 46, 48, 72, 79$ с (от кадра на рис. 5.3 а).

Результат еще одной серии опытов по регистрации переноса маркирующей примеси внутрь составного вихревого течения при существенно меньшей

угловой скорости вращения диска другого диаметра и нецентральной падении капли, приведены на рис. 5.16.

Как и в предыдущей серии, окрашенная жидкость попадает внутрь составного вихря двумя способами. Часть маркирующей примеси погружается в окрестности оси течения, формируя окрашенный центральный столб диаметром 3.6 см (рис. 5.16 а), который со временем убывает и составляет здесь 2.76 см на рис. 5.16 в. Часть маркирующей примеси, располагавшейся на поверхности в спиральных рукавах, погружается вдоль внешней цилиндрической оболочки. Аналогичные картины перераспределения красителя наблюдались в случае твердотельного вращения жидкости в закрытом цилиндрическом контейнере [67].

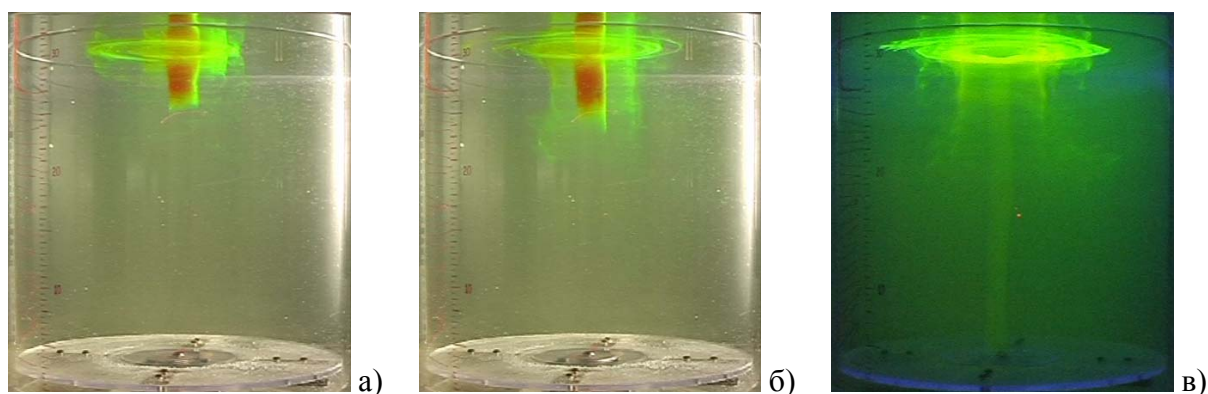


Рис. 5.16. Перенос красителя в толще вращающейся жидкости: а-е) – $t = 18, 39, 304$ с соответственно ($H = 30$ см, $\Omega = 200$ об/мин, $R = 5,0$ см).

Скорость распространения красителя вдоль внешней цилиндрической поверхности выше скорости оседания краски в центральном столбе. Краска,двигающаяся от поверхности вращающейся жидкости к дну сосуда, где расположен вращающийся диск, распространяется в областях с хорошо различимыми границами. Как только краситель проникает на всю глубину жидкости и контактирует с вращающимся диском, интенсивное перемешивание окрашенной жидкости на поверхности диска с основной массой неокрашенной жидкости в вихре приводит к ухудшению видимости картины течения в экспериментальной установке (рис. 5.16 в, контрастность изображения здесь

пониженная, поскольку использовался только источник ультрафиолетового света). На фотографии представлены обе области интенсивного переноса маркирующей примеси в толщу жидкости: и центральный окрашенный столб, и охватывающая его тонкая цилиндрическая оболочка.

На протяжении всего эксперимента на поверхности жидкости можно видеть окрашенную спиральную структуру, оценка толщины приповерхностного окрашенного слоя дает значение 0.3 см. Осредненный по серии изображений диаметр цилиндрической оболочки составляет 7.1 см, толщина стенок – 0.4 см.

5.3.2. Перенос краски из капли, окрашенной чернилами. Типичная картина переноса синих чернил из центральной капли приведена на рис. 5.17. В этих опытах условия съемки подбирались таким образом, чтобы обеспечить максимальный контраст изображения течения в толще жидкости. При этом спиральная структура на поверхности оказывается не в фокусе и практически не видна (некоторые свидетельства ее существования можно видеть на рис. 5.17 а).

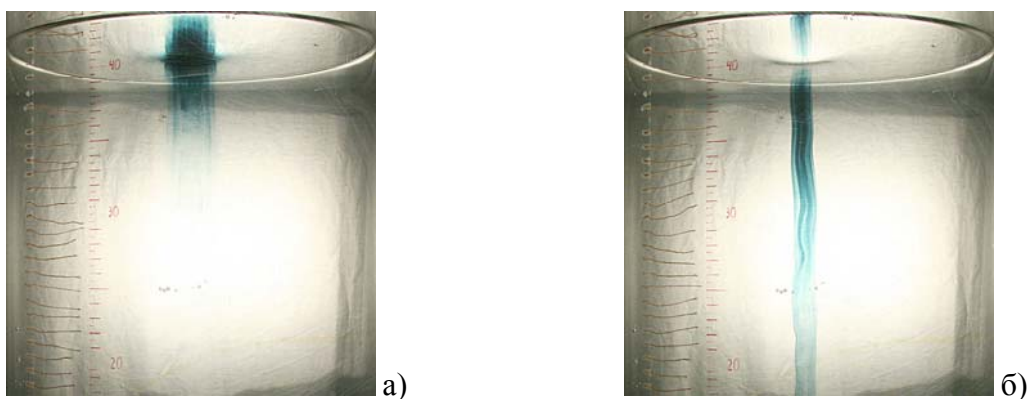


Рис. 5.17. Перенос примеси из центрального пятна в толщу жидкости ($H = 40$ см, $\Omega = 250$ об/мин, $R = 7,5$ см): а, б) – $t = 4, 11$ с.

Форма свободной поверхности отчетливо прорисована на рис. 5.17 б. Окрашенная жидкость проникает внутрь вихря вдоль отдельных тонких линий. И отдельные линии, и контур области окрашенной жидкости подвержены

изгибным колебаниям, которые обычно трактуются как инерциальные волны [67]. Диаметр центрального столба уменьшается со временем, глубина проникновения окрашенной жидкости растет. Неравномерность распределения красителя визуализирует тонкую структуру течения в погружающемся столбе жидкости (рис. 5.17 б).

Картины течения, образующегося при падении последовательности капель, окрашенных чернилами, в разные точки поверхности жидкости представлена на рис. 5.18. Капля чернил, попавшая в центр воронки, поднимается вдоль ее стенок отдельными окрашенными нитями и частично погружается внутрь вращающейся жидкости (рис. 5.18.1 а). На фотографии также отчетливо видны кольцевые (спиральные) волны на поверхности, выраженные при данных условиях опытов. Искажения фантома гладкой каверны показывают, что такие волны обладают заостренными гребнями и пологими впадинами.

Как и в случае уранила, чернила, попадающие внутрь составного вихря, накапливаются в центральном столбе (рис. 5.18.1 б, в). Распределение красителя в столбе существенно анизотропно. Непосредственно под каверной видна ярко окрашенная область конической формы, вложенная в цилиндр. Длина столба окрашенной жидкости монотонно растет со временем (рис. 5.18.1 в, г).

Из окрашенной капли, упавшей на периферию воронки, вначале вытягиваются спиральные рукава (рис. 5.18.2 а-в), затем небольшое количество маркирующей примеси проникает и в толщу жидкости в центральной области (рис. 5.18.2 г). Под действием общей циркуляции окрашенная жидкость в контейнере постепенно смещается к вращающемуся диску, где попадает в интенсивное течение и распределяется по всему объему бассейна. Контрастность области, окрашенной чернилами от предыдущих капель (рис. 5.18.1-5.18.2), быстро убывает.

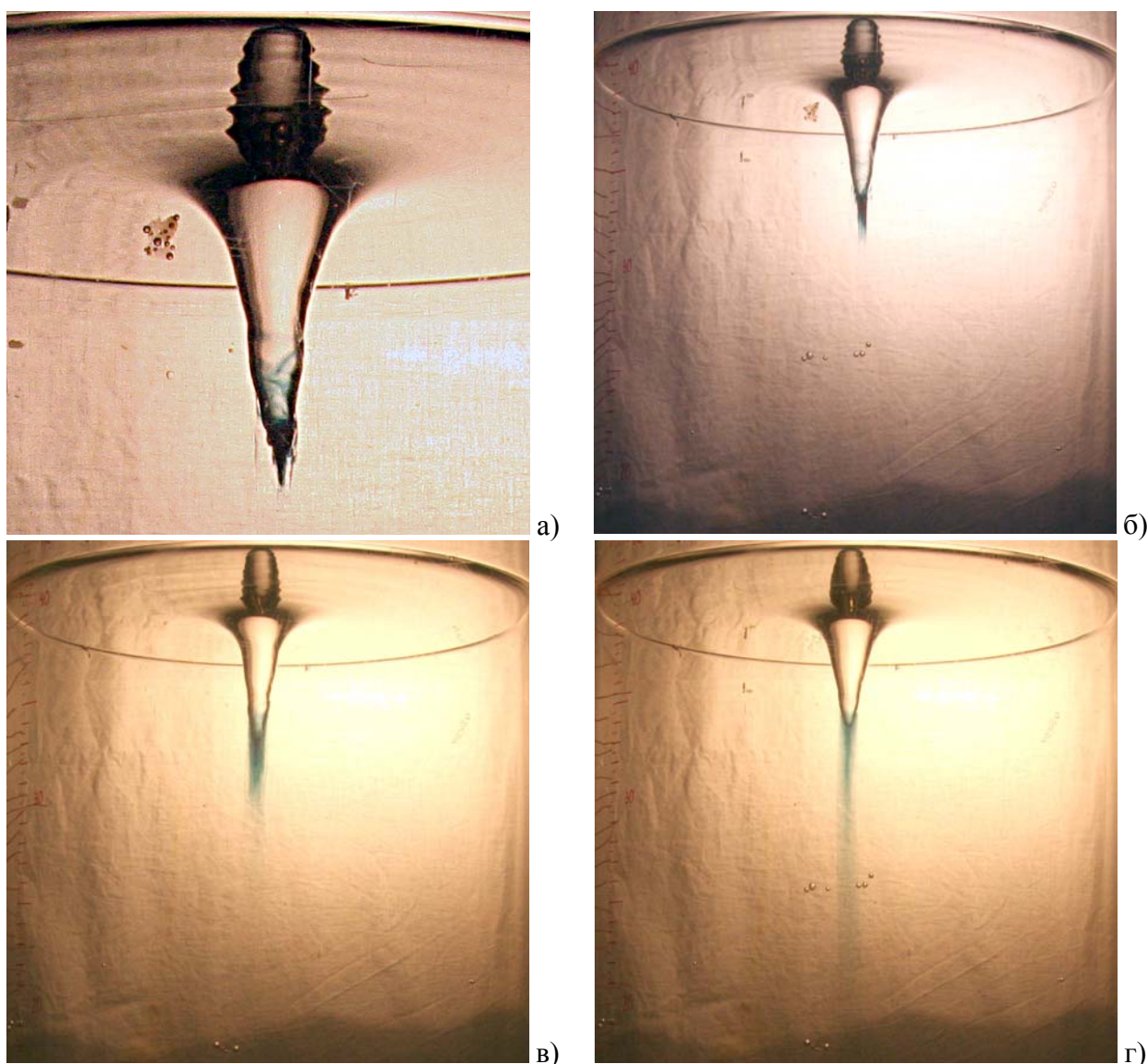


Рис. 5.18.1. Перенос красителя (синие чернила) составным вихрем при падении капли в центр воронки ($H = 40$ см, $\Omega = 820$ об/мин, $R = 2,5$ см): а – г) – $t = 0, 4, 14, 16$ с .

Развитие картины течения, образующегося при нецентральной падении следующей капли чернил, иллюстрируется серией фотографий, приведенных на рис. 5.18.3. Окрашенный столб, где была сосредоточена основная часть маркирующей примеси от предшествующих экспериментов, на фотографии, приведенной на рис. 5.18.3 а практически не различим.

Как и в предыдущих экспериментах, окрашенная жидкость из пятна начинает вытягиваться в спиральные рукава на свободной поверхности (рис. 5.18.3 а). Новая капля, попавшая на поверхность на большем расстоянии от центра, чем предыдущая формирует собственную систему рукавов, на рис.

5.18.3 б отчетливо различимы два спиральных рукава. Основная часть краски смещается к каверне, образуя темный окрашенный слой в области быстрого изменения радиуса кривизны свободной поверхности.

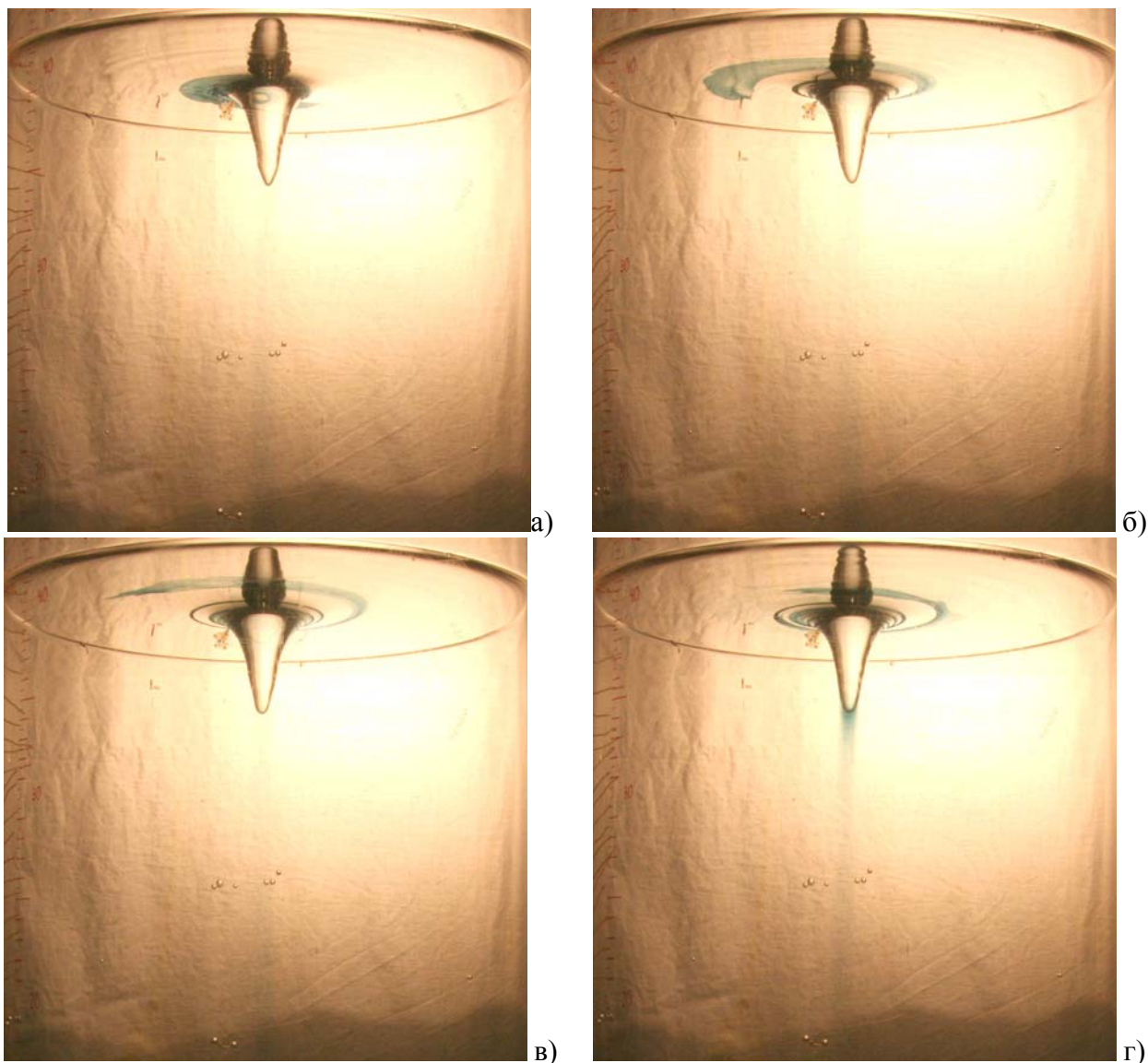


Рис. 5.18.2. Перенос красителя составным вихрем при нецентральной падении капли ($H = 40$ см, $\Omega = 820$ об/мин, $R = 7,5$ см): а – г) – $t = 52, 53, 58, 80$ с (от кадра на рис. 5.17.1 а).

Часть окрашенной жидкости попадает на дно каверны, откуда она постепенно проникает в толщу жидкости, формируя окрашенный столб (5.18.3 в, г). Сравнение фотограмм (рис. 5.18.3 б - г) показывает, что центральный окрашенный столб плавно искривляется, его нижняя кромка

движется по поверхности диска. Диаметр центральной окрашенной области практически не меняется во времени и составляет 1.31 см.

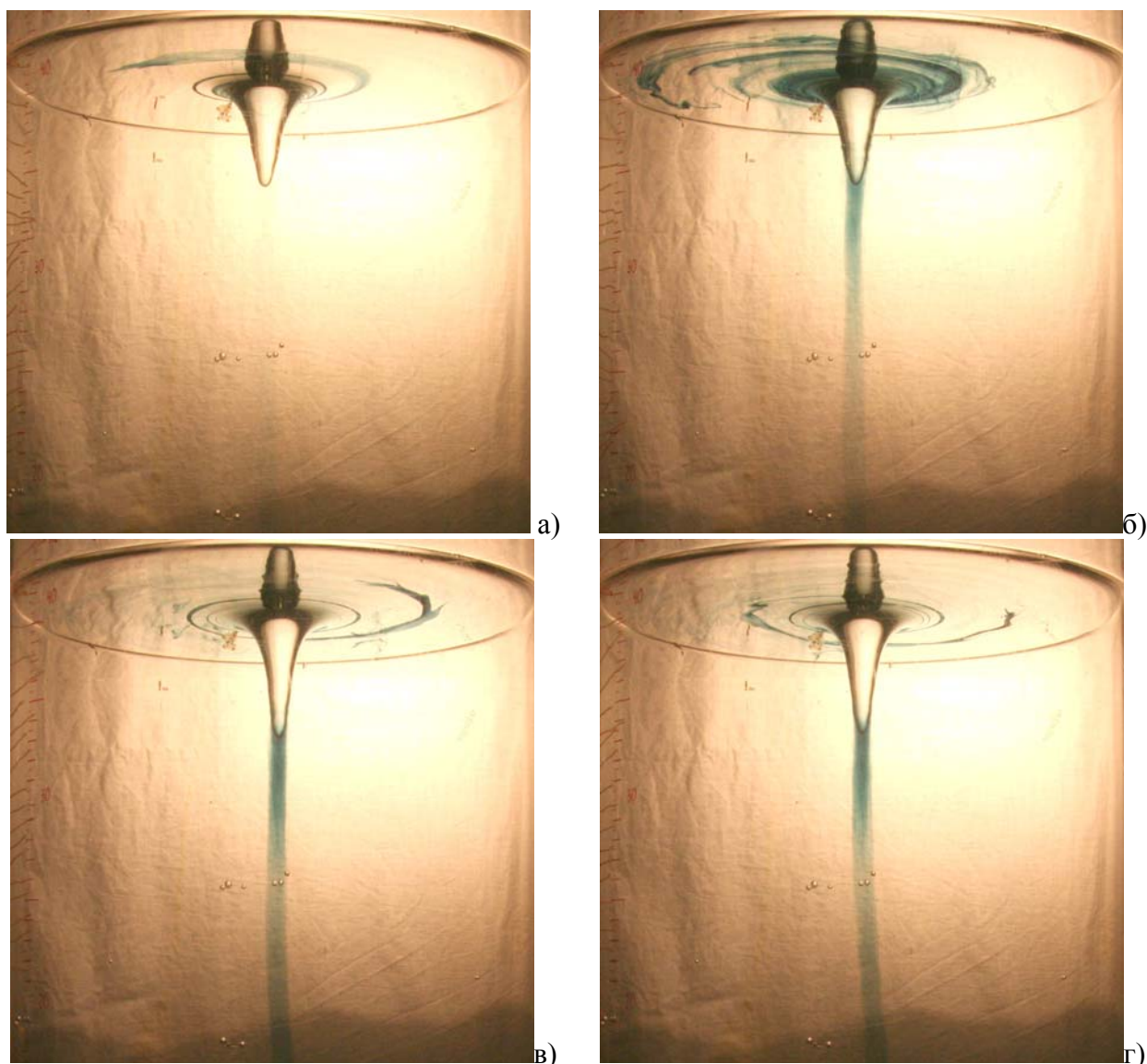


Рис. 5.18.3. Перенос окрашенной жидкости по поверхности и в толщу составного вихря из последовательности нецентрально падающих капель ($H = 40$ см, $\Omega = 820$ об/мин, $R = 7,5$ см): а – г) – $t = 58, 122, 142, 146$ с (от кадра на рис. 5.1 а).

Краситель продолжает распространяться в толщу жидкости, а новые капли на свободной поверхности дополняют систему спиральных рукавов (рис. 5.18.3 б-г).

5.4. Эволюция размеров областей окрашенной жидкости. Осредненные по высоте столба жидкости поперечные размеры (диаметры) областей

окрашенных приведены на рис. 5.19. Диаметр центрального столба окрашенной жидкости (сплошная линия 1 на рис. 5.19 а, б) медленно убывает со временем и составляет в 2.5 см. Горизонтальный размер второго слоя окрашенной жидкости (штриховая линия 2 на рис. 5.19 а) меняется немонотонно: вначале быстро нарастает до 7.39 см, затем медленно убывает до 6.64 см и плавно нарастает вновь.

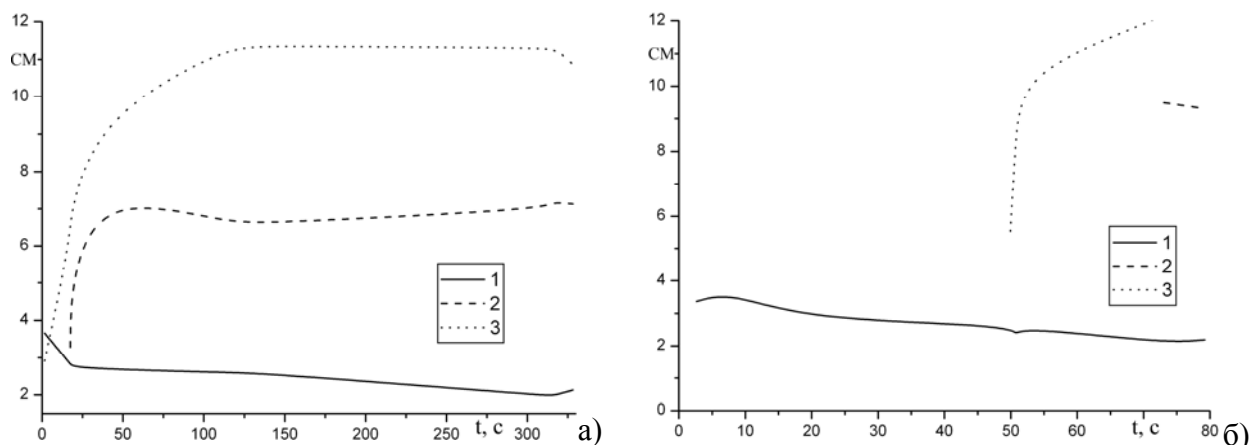


Рис. 5.17. Зависимость от времени размеров окрашенных областей ($R_0 = 29.6$ см, $H = 30$ см, $R = 5.0$ см): а, б) – $\Omega = 200$ и 2000 об/мин; линии 1, 2 – диаметры центрального ядра и оболочки, пунктирная линия 3 – полуширина области спиральных рукавов.

Пунктирной линией (линия 3 на рис. 5.19 а) обозначена полуширина области, занятой спиральными рукавами на поверхности жидкости. Как можно видеть, со временем все размеры стабилизируются. С увеличением частоты вращения практически сохраняется значение диаметра центрального столба и темп его убывания во времени (сплошная линия 1 рис. 5.19 б). Диаметр внешней цилиндрической оболочки слегка возрастает (штриховая линия 2 на рис. 5.19 б). Увеличивается темп возрастания размеров области, занимаемой спиральными рукавами.

Характер изменения размеров окрашенных областей сохраняется при увеличении глубины слоя жидкости и радиуса диска-активатора. Как и в предыдущем случае, радиус центрального ядра плавно убывает со временем (сплошная линия 1 на рис. 5.20 а, б). Диаметр окрашенного цилиндра в толще

жидкости меняется немонотонно, но в целом несколько убывает (штриховая линия 2 на рис. 5.20 а, б). Полуширина области спиральных рукавов немонотонно увеличивается. Немонотонность поведения кривой 3 отражает несимметричность формы области спиральных рукавов и относительную медленность продвижения кончика спирального рукава к обечайке.

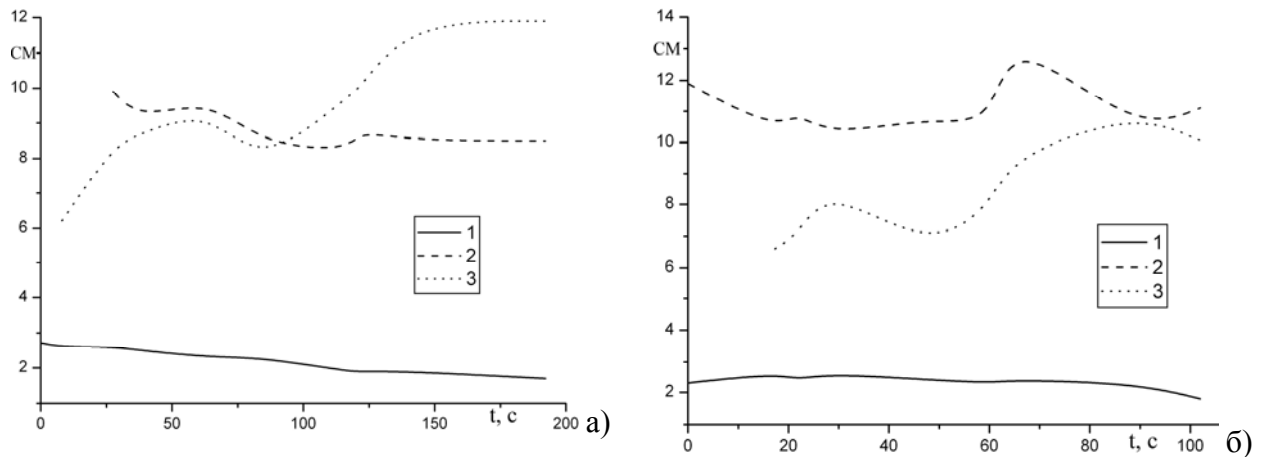


Рис. 5.20. Зависимость от времени размеров окрашенных областей ($R_0 = 29.6$ см, $H = 50$ см, $R = 7.5$ см): а, б) – $\Omega = 130$ и 260 об/мин; линии 1, 2 – диаметры центрального ядра и оболочки, пунктирная линия 3 – полуширина области спиральных рукавов.

В целом, внешняя граница областей, содержащих спиральные рукава на поверхности жидкости, растет более энергично, чем ширина второго цилиндрического слоя и в случае малого (пунктирная линия 3 на рис. 5.19 а), и в случае большого значения частоты вращения диска (пунктирная линия 3 на рис. 5.19 б) и в более тонком (рис. 5.19) и в более толстом (рис. 5.20) слое жидкости. Во всех проведенных опытах внешняя граница области спиральных рукавов на поверхности жидкости не достигает обечайки.

Заключение.

В результате масштабного анализа системы уравнений движения выделены характерные параметры, определены критические условия перестройки картины возмущений на свободной поверхности жидкости с составным вихрем, сформулированы требования к методике экспериментального исследования вихревых течений в контейнере.

Создана экспериментальная установка для изучения структуры составных вихрей в цилиндрическом контейнере, позволяющая с минимальными искажениями визуализировать геометрию течения в трех взаимно перпендикулярных плоскостях, изучать перенос примеси из компактных источников.

Выполнены экспериментальные исследования картины течения, создаваемого вращающимся диском в цилиндрическом контейнере в следующем диапазоне параметров задачи: глубина слоя жидкости $5 < H < 55$ см, радиус диска $R = 2.5, 5.0, 7.5, 14$ см, частота его вращения $100 < \Omega < 2000$ об/мин. Возникающее вихревое течение состоит из двух крупных вихрей, имеющих вертикальную и охватывающую ее круговую оси вращения. Течение деформирует свободную поверхность, максимальная глубина каверны монотонно растет с увеличением частоты вращения диска.

С увеличением частоты вращения на поверхности каверны образуются крупномасштабные (инерциальные) волны. При дальнейшем увеличении частоты в дополнение к крупномасштабным волнам появляются мелкомасштабные спиральные волны. Границы диапазонов формирования волн согласуются с теоретическими оценками.

В пределах точности эксперимента наблюдаемая форма каверны согласуется с рассчитанной с учетом действия силы тяжести и капиллярных

эффектов при физически обоснованном выборе значений эмпирических параметров.

Экспериментально изучен перенос красителя из окрашенной капли, падающей на свободную поверхность покоящейся жидкости. Часть жидкости из капли остается на свободной поверхности, где образует окрашенный диск, часть проникает в объем, где формируется каскад вихрей. Прослежено изменение геометрии течения для капель, окрашенных уранилом и чернилами.

Впервые последовательно зарегистрирован перенос красителя из компактного пятна, образующегося при падении капли, в толщу и вдоль свободной поверхности жидкости, вовлеченной в вихревое движение. Из пятна в центре каверны вытягивается один антициклонический рукав. При нецентральной постановке из начального пятна вытягиваются два спиральных рукава: длинный заостренный рукав формируется в циклоническом направлении, более короткий рукав вытягивается в антициклоническом направлении. Ширина рукавов убывает с удалением от области формирования. Окрашенная жидкость проникает внутрь составного вихря преимущественно по образующим цилиндрических поверхностей. В некоторых опытах на цилиндрических поверхностях наблюдаются винтовые линии с повышенным содержанием красителя.

Благодарности.

Автор выражает искреннюю благодарность сотрудникам Лаборатории механики жидкостей Учреждения Российской академии наук Института проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН: с.н.с., к.ф.-м.н. В.В. Левицкому за помощь в создании и поддержании в рабочем состоянии экспериментальной установки; д.ф.-м.н. А.В. Кистовичу за многочисленные стимулирующие обсуждения теоретических и экспериментальных результатов; к.ф.-м.н. В.Г. Байдулову, к.ф.-м.н. А.Ю. Васильеву, д.ф.-м.н. В.В. Миткину – за плодотворные обсуждения различных деталей задачи и практические советы по реализации идей; профессору кафедры Физики моря и вод суши Физического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова д.ф.-м.н. К.В. Показееву за поддержку работы; преподавателям кафедры Физики моря и вод суши Физического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова к.ф.-м.н. А.А. Будникову и к.ф.-м.н. Т.О. Чаплиной за помощь в проведении экспериментов и обработке данных; д.ф.-м.н., профессору Ю.Д. Чашечкину за руководство работой, всестороннее содействие и бесконечное терпение.

Литература.

1. Наливкин Д.В. Ураганы, бури и смерчи. Л.: Наука, 1969. 487 с.
2. Океанология. Физика океана. Т. I. Гидрофизика океана. Под ред. Моница А.С и Каменковича В.М. М.: Наука. 1978. 466 с.
3. Алексеенко С.В., Куйбин П.А., Окулов В.Л. Введение в теорию концентрированных вихрей. Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе. Новосибирск. 2003. 504 с.
4. Жуковский Н.Е. О падении в воздухе легких продолговатых тел, вращающихся около своей продольной оси // Собр. соч. Т. IV. Аэродинамика. М. – Л. ГИТТЛ. 1949. С. 51-68.
5. Hoerner S.F. Fluid-dynamic drag. Practical information on aerodynamic drag and hydrodynamic resistance. Bakersfield: Hoerner fluid dynamics. 1965.
6. Hoerner S.F., Borst H. V. Fluid-dynamic lift. Practical information on aerodynamic hydrodynamic lift. Bakersfield: Hoerner fluid dynamics. 1985.
7. Гайфуллин А.М. Исследование вихревых структур, образующихся при обтекании тел жидкостью или газом. М.: ЦАГИ. 2006. 139 с.
8. Lugt H.J. Introduction to vortex theory, Potomac Maryland: Vortex Flow Press. 1996. 627 p.
9. Гельмгольц Г. Основы вихревой теории. М.: ИКИ, 2002. 82 с.
10. Пуанкаре А. Теория вихрей. НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика». Ижевск. 2000. 160 с.
11. Козлов В.В. Общая теория вихрей. Ижевск. РХД. 1998. 238 с.
12. Борисов А.В., Мамаев И.С. Пуассоновы структуры и алгебры Ли в гамильтоновой механике. Ижевск. РХД. 1999. 470 с.
13. Должанский Ф.В., Кляцкин В.И., Обухов А.М., Чусов М.А. Нелинейные системы гидродинамического типа. М.: Наука. 1974.
14. Гледзер Е.Б., Должанский Ф.В., Обухов А.М. Системы гидродинамического типа и их применение. М.: Наука. 1981. 366 с.

15. Зырянов В.Н. Топографические вихри в динамике морских течений. М.: ИВП РАН. 1995. 240 с.
16. Федоров К.Н., Гинзбург А.И., Зацепин А.Г. О термохалинных возмущениях, сопровождающих вихри в Саргассовом море // В кн. Исследование изменчивости физических процессов в океане. М.: ИО РАН им. П. П. Ширшова. 1978. С. 8–34.
17. Kremenetskiy V.V., Stroganov O.Yu., Zatsepin A.G., et al. Frontal currants in the rotating fluid over sloping bottom: influence of canyons // Selected papers of international conference “Fluxes and structures in fluids –2003”. Moscow: IPMech RAS. 2004. P. 111–114.
18. Gushchin V.A., Konshin V.N. Computational aspects of the splitting method for incompressible flow with a free surface // Journal of Computers and Fluids. 1992. V. 21. No 3. P. 345-353.
19. Gushchin V.A., Kostomarov A.V., Matyushin P.V. 3D Visualization of the Separated Fluid Flows // Journal of Visualization. 2004. V. 7. No 2. P. 143-150.
20. Гущин В. А., Матюшин П. В. Механизм образования вихрей в следе за сферой для диапазона $200 < Re < 380$ // Механика жидкости и газа. 2006. Т. 41. № 5. С. 795–809.
21. Гущин В. А., Матюшин П. В. Математическое моделирование пространственных течений несжимаемой жидкости // Матем. Моделирование. 2006. Т. 18. № 5. С. 5–20.
22. Милн-Томсон Л.М. Теоретическая гидродинамика. М.: Мир. 1964.
23. Вилля Г. Теория вихрей. М.: КомКнига. 2006. 264 с. ISBN 5-484-00419-5
24. Бэтчелор Дж. Введение в динамику жидкости. М.: Мир. 1973. 758 с.
25. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Проблемы гидродинамики и их математические модели. М.: ФизМатГиз. 1973. 416 с.
26. Сэффмэн Ф.Дж. Динамика вихрей. М.: Научный мир. 2000. 376 с.
27. Ван-Дайк М. Альбом течений жидкости и газа. М.: Мир. 1986. 184 с.

28. Visualized Flow. Fluid motion in basic and engineering situations revealed by flow visualization // Compiled by The Japan society of Mechanical engineering, Chairman of Editorial committee Y. Nakayama. Pergamon Press 1987. pp. 26.
29. Atlas of visualization. Edited by the visualization society of Japan. Editors-in-chief Yasuki Nakayama, Yoshimichi Tanida. CRC Press. Boca Raton. New York. London. Tokyo. 1996. 225 p. ISBN 0-8493-2656-7
30. A gallery of fluid motion. Edited by M. Samimy, K.S. Breuer, L.G. Leal and P.H. Steen. Cambridge: Cambridge University press. 2003. 118 p. ISBN 0-521-82773-6
31. Taylor G.I. Experiments with rotating fluids // Roy. Soc. Proc. A. 1921. V. 100. Pl. 2. P. 114-121.
32. Long R. R. Note on Taylor's "ink walls" in a rotating fluid // Journal of the Atmospheric Sciences. 1954. V. 11. No. 3. P. 247–249.
33. Некрасов А.И. Диффузия вихря. Труды НИИ промышленности. №452. ЦАГИ. Вып. 84. М.: ГНТИ. 1931. 32 с.
34. Н.Е. Кочин, И.А. Кибель, Н.В. Розе Теоретическая гидромеханика. Ч. 1. М.: ФизМатГиз. 1963. 584 стр.
35. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика, Т. VI, М.: Физматлит. 2001. С. 731.
36. Эйлер Л. Общие законы движения жидкостей // Известия АН. Механика жидкостей и газа. 1999. № 6. С. 26-54.
37. Лагранж Ж. Аналитическая механика. Т. 1, 2 1950. 1036 с.
38. Нестеров С.В., Секерж-Зенькович С.Я. Автоколебания неоднородной жидкости, помещенной в электрическое поле // Доклады АН СССР. 1981. Т. 256. № 2. С. 318 – 320.
39. Нестеров С.В., Секерж-Зенькович С.Я. Управление колебаниями неоднородной жидкости с помощью электрического поля // Доклады АН СССР. 1982. Т. 265. № 2. С. 564 – 566.

40. Miscellaneous scientific papers: W.J.M. Rankine. London. Charles Griffin and company. 1881. P. 567.
41. Reynolds O. On the dynamic theory of incompressible viscous fluids and the determination of the criterion // Phil. Trans. Roy. Soc., London. 1895. V. 186. P. 123-161.
42. Ламб Г. Гидродинамика // ОГИЗ. Государственное издательство технико-теоретической литературы. Москва-Ленинград. 1947. 928 с.
43. Helmholtz H.V. Über discontinuirliche Flüssigkeitsbewegungen // Monatsberichte Acad.D. Wiss. 1868. S. 215-228.
44. Fuentes V.O.U. On the topology of vortex lines and tubes // Journal of Fluid Mechanics. 2007. V. 584. pp. 147-156.
45. Окулов В.Л., Соренсен Ж.Н., Войгт Л.К. Чередование право- и левовинтовых вихревых структур при увеличении интенсивности закрутки потока // Письма в ЖТФ. 2002. Т. 28. Вып. 2.
46. Кистович А.В., Чашечкин Ю.Д. Геометрия спиральных вихрей в однородной идеальной жидкости // Доклады АН. 2000. Т. 372, № 1. С. 46-49.
47. Escudier M.P. Observations of the flow produced in a cylindrical container by a rotating endwall // Experiments in fluids 2. 1984. pp. 189-196.
48. Lopez J.M., Perry A.D. Axisymmetric vortex breakdown. Part 3. Onset of periodic flow and chaotic advection // J. Fluid Mech. 1992. V. 234. P. 449.
49. Stevens J.L., Lopez J.M., Cantwell B.J. Oscillatory flow states in an enclosed cylinder with a rotating endwall. 1999. Vol. 389, pp. 101-118.
50. Lugt H.J., Abboud M. Axisymmetric vortex breakdown with and without temperature effects in a container with a rotating lid // J. Fluid Mech. 1987. V. 179. P. 179-200.
51. Brown G.L., Lopez J.M. Axisymmetric vortex breakdown. Part 2. Physical mechanisms // J. Fluid Mech. 1990. V. 221. P. 553.
52. Scorer R.S. Theory of waves in the lee of mountains // Q. J. Roy. Meteor. Soc. 1949. V. 76. P. 41-56.

53. Long, R.R. Some aspects of the flow of stratified fluids. Part 1. A theoretical investigation // . Tellus. 1953. V. 5. P. 42–59.
54. Long, R.R. Some aspects of the flow of stratified fluids. Part 3. Continious density gradients // Tellus. 1955. V. 7. P. 341–357.
55. Stommel H., Aarons A.B., Blanchard D. An oceanography curiosity: the perpetual salt fountain // Deep-Seas Research. 1956. V. 3. P. 152-153.
56. Окулов В.Л., Наумов И.В., Соренсен Ж.Н. Самоорганизующиеся вихревые мультиплеты в закрученном течении // Письма в ЖТФ. 2008. Т. 34. Вып. 15. С. 89-95.
57. Дорфман Л.А. Вращение и теплоотдача тела в жидкости. Гос. изд. физ.-мат. лит. 1960. 348 с.
58. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, ГРФМЛ. 1969. 742 с.
59. Ерманюк Е.В. Нестационарное гидродинамическое взаимодействие стратифицированной жидкости и твердых тел // Дисс. на соиск. уч. ст. д.ф.-м.н. по спец. 01.02.05. Новосибирск. ИГиЛ СО РАН. 2006. 218 с.
60. Stokes G.G. On the effect of the internal friction of fluids on the motion of pendulums // Transaction of the Cambridge Philosophical Society. 1850. V. 9. P. 8.
61. Prandtl L. Mein Weg zu hydrodynamischen Theorien // Physikalische Blätter. 1948.
62. Курант Р. Уравнения с частными производными. М.: Мир, 1964.
63. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука. 1977.
64. Чашечкин Ю.Д., Байдулов В.Г., Бардаков Р.Н., Васильев А.Ю., Кистович А.В., Миткин В.В., Прохоров В.Е., Степанова Е.В. Механика свободных стратифицированных течений // Препринт ИПМех РАН № 876. М.: ИПМех РАН. 2008. 127 с.
65. Neitzel G.P. Streak-line motion during steady and unsteady axisymmetric vortex breakdown // Phys. Fluids. 1988. 31, 958.

66. Hadid A.H. Chaotic flow in rotating lid cavities // *Phys. Fluids*. 1993. A 5, 1939.
67. Владимиров В.А., Макаренко В.Г., Тарасов В.Ф. Экспериментальное исследование неосесимметричных инерциальных волн во вращающейся жидкости // *Известия АН СССР: Мех. жидкости и газа*. 1987. №1. С. 176-180.
68. Vogel J.V. Experimentelle Ergebnisse uber die laminare Stromung in einem zylindrischen Gehause mit darin rotierender Scheibe. Max-Plank-Institute fur Stromungs-forchshung, Gottingen, Bericht 6. 1968.
69. Окулов В.Л., Меледин В.Г., Наумов И.В. Экспериментальное исследование закрученного потока в кубическом контейнере.//*Журнал технической физики*. 2003. Т. 73. Вып. 10.
70. Spohn A., Mory M., Hopfinger E.J. Observations of vortex breakdown in an open cylindrical coltainer with partly rotating bottom // *Exp. in Fluids*. 1993. V. 14. P. 70.
71. Piva M., Meiburg E. Steady axisymmetric flow in an open cylindrical coltainer with partly rotating bottom wall // *Phys. of Fluids*. 2005. V. 17. P. 063603-1 – 063603-12.
72. Stepanova E.V. Study of the rotating fluid surface form in the cylindrical container // *Selected papers of international conference “Fluxes and structures in fluids –2005”*. Moscow: IPMech RAS. 2006. P. 313 – 319.
73. Ильиных Ю. С., Чашечкин Ю. Д. Генерация периодических движений диском, совершающим крутильные колебания в вязкой непрерывно стратифицированной жидкости // *Изв. РАН. Механика жидкости и газа*. 2004. № 1. С. 165-180.
74. Степанова Е.В., Чашечкин Ю.Д. Анизотропный перенос примеси в составном вихре // *Доклады АН*. 2008. Т. 423, № 4. С. 474-478.
75. Озмидов Р.В. Диффузия примесей в океане. Л-д: Гидрометеиздат. 1986. 280 с.

76. Thomson J.J., Newall H.F. On the formation of vortex-rings by drops // Proc. Roy. Soc. 1885. V. 39. P. 417-436.
77. Thompson D.W. On growth and form. Cambridge: CUP. 1961.
78. Yajima S. Formation of vortex rings from a liquid drop // Nature. 1934. No. 133. P. 414-415.
79. Chapman D.S., Critchlow P.R. Formation of vortex rings from falling drops // J. Fluid Mech. 1967. No. 29. V. 1. P. 177-185.
80. Craeye C., Sobieski P.W., Bliven L.F., Guissard A. Ring-waves generated by water drops impacting on water surfaces at rest // J. Oceanic Engineering. 1999. V. 24. No. 3. P. 323 – 332.
81. Peck B., Sigurdson L.W. The vortex ring velocity resulting from an impacting water drop // Experiments in Fluids. 1995. No. 18. P. 351-357.
82. Peck B., Sigurdson L.W. The three-dimensional vortex structure of an impacting water drop // Physics of Fluids. 1994. V. 6. No. 2. Pt. 1. P. 564-576.
83. Peck B., Sigurdson L.W. Impacting water drops // Physics of Fluids A. 1992. V. 4. No. 9. P. 1872.
84. Sigurdson L.W. Atom-bomb/Water drop // Physics of Fluids A. 1991. V. 3. No. 9. P. 2034.
85. Peck B., Sigurdson L.W. Impacting water drop // Physics of Fluids A. 1991. V. 3. No. 9. P. 2032.
86. Shariff K., Leonard A. Vortex rings // 1992. Ann. Rev. Fluid Mech. V. 23. P. 79.
87. Morton D., Rudman M., Liow J.-L. A numerical investigation of drop formed vortex rings // 1998. Proc. 13th Australasian Fluid Mechanics Conf. Melbourne, Australia. 13–18 Dec. 1998, eds M.C. Thompson & K. Hourigan. V. 2. P. 949–952.
88. Тернер Дж. Эффекты плавучести в жидкостях. М.: “Мир”. 1977. 430 с.
89. Зацепин А.Г., Семенов А.В. баротропные вихри-интрузии над плоским дном во вращающейся жидкости// Интрузионные течения: теория и эксперимент. Калининградский государственный технический

университет государственного комитета РФ по рыболовству. 1997. С. 55-69. (рис. 2 а)

90. Кистович А.В., Чашечкин Ю.Д. Регулярные и сингулярные компоненты периодических движений в толще жидкости // Прикладная математика и механика, 2007, Т. 71, Вып. 5, С. 844 – 854.

Приложение 1. Листинг программы в среде MatLab применявшейся для первичной обработки экспериментальных данных

```

clear
C=imread('D:\pictures\H15d10w1120_4_obr.bmp');
c=find(C<=0.5); [m n]=size(C);
p=30/n;
gy=rem(c,m); f=find(gy==0); gy(f)=m;
gx=(c-gy)/m+1; gy=m-gy;
[m n]=size(gx); i=1; j=0;
while i <= m-1
    if gx(i,1) == gx(i+1,1)
        i=i+1;
    else
        i=i+1; j=j+1; X(j,1)=gx(i,1); Y(j,1)=gy(i,1);
    end;
end
plot(gx,gy, 'g.', X,Y,'r-');
X=X*p; Y=Y*p;
XY=[X, Y];
[m n] = size(XY);
[n,nmb]=min(Y);
X(1:m)=X(1:m) - X(nmb); Y(1:m)=Y(1:m) - Y(nmb);
figure(2); plot(X,Y,'b-');
XY=[X, Y];
dY=diff(Y); mdY=abs(dY);
dX=X(1:m-1);
figure(3); plot(dX,dY,'g-',dX,mdY,'y-');
[mY,minY]=min(dY); [mY,maxY]=max(dY);
storona = nmb+nmb-minY-maxY;
if sign(storona)>0 rangeY=nmb-minY; else rangeY=maxY-nmb; end
R_tv=abs((X(minY)-X(maxY))/2);

```