

Министерство образования Российской Федерации
Московский физико-технический институт
Институт проблем механики Российской академии наук

На правах рукописи

ЯРЕМЧУК Василий Павлович

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ПРОСТРАНСТВЕННЫХ КОНВЕКТИВНЫХ ПРОЦЕССОВ
В УСЛОВИЯХ КОСМИЧЕСКОГО ПОЛЕТА

01.02.05 — механика жидкости, газа и плазмы

Диссертация на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:

доктор физико-математических наук,

профессор Полежаев В. И.

Консультант:

доктор физико-математических наук,

Никитин Н.В.

Москва – 2004

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	7
Глава 1. Общая постановка задачи о конвективных процессах в условиях космического полета	19
1.1. Терминология	19
1.2. Источники остаточных микроускорений	21
1.3. Обсуждение различий в микрогравитационной обстановке при различной динамике полета КА	23
1.4. Обзор параметров, определяющих условия проведения космического эксперимента	23
1.5. Модельные уравнения	26
1.6. Безразмерный вид уравнений и определяющие параметры.....	27
1.7. Оценка значений определяющих параметров для различных КА.....	30
1.8. Замечания о применимости приближения Буссинеска для данного класса задач	31
Глава 2. Решение ряда двумерных задач в земных и космических условиях	36
2.1. Особенности решения двумерных задач	36
2.2. Концепция компьютерной лаборатории.....	36
2.3. Время начала влияния конвекции на теплопередачу в задаче подогрева снизу.....	37
2.4. Термокапиллярная конвекция в задаче подогрева сбоку при пониженном уровне гравитации	40
2.5. Взаимодействие термокапиллярной конвекции и гравитационной конвекции в условиях космического полета для расплава полупроводника	42
2.6. Максимум концентрационного расслоения при конвекции Марангони	43
2.7. Обсуждение методов управляющих воздействий в условиях микрогравитации на КА	44

2.8. Моделирование влияния ориентации кюветы с неравномерно нагретой жидкостью/газом относительно вектора остаточных ускорений на величину и характер возникающих в ней течений.....	45
2.9. Расчет датчика конвекции, основанного на измерении скорости движения среды.....	47
2.9.1. Постановка задачи, физические свойства модельных жидкостей.....	48
2.9.2. Выбор наиболее подходящей модельной среды	48
2.9.3. Расчет скорости движения жидкости и поперечного температурного расслоения при различных амплитудах остаточных ускорений	49
2.9.4. Оценка времени реакции системы на изменение остаточных ускорений.....	50
2.9.5. Влияние удлинения области	51
2.9.6. Выводы.....	51
2.10. Заключительные замечания по решению двумерных задач в земных и космических условиях	52

Глава 3. Методика трехмерных расчетов в цилиндрической области.

Тестовые расчеты: сравнение результатов с другими авторами	66
3.1. Методика расчетов.....	66
3.2. Тестирование расчетного кода в задаче подогрева сбоку	67
3.3. Тестирование расчетного кода в задаче донного подогрева.....	69

Глава 4. Моделирование конвекции в датчике ДАКОН и ДАКОН-М:

анализ и интерпретация экспериментальных данных	74
4.1. Описание и технические характеристики прибора ДАКОН.....	74
4.2. Описание и технические характеристики прибора ДАКОН-М.....	76
4.3. Идеализированная модель датчика конвекции.....	76
4.4. Калибровка датчиков ДАКОН и ДАКОН-М при подогреве сбоку: результаты численного моделирования	78
4.5. Анализ эксперимента по поиску критического числа Ra в задаче подогрева снизу для прибора ДАКОН-М.....	80

4.6. Расчет отклика датчика при микроускорениях от 1 до 10 μg во время маневров станции «Мир»	81
4.7. Расчет отклика датчика при микроускорениях менее 1 μg во время стабилизированного полета станции «Мир»	82
4.8. Расчет отклика датчика ДАКОН при его установке на Российский сегмент МКС	82
4.9. Расчет отклика датчика ДАКОН-М при его установке на Российский сегмент МКС для двух различных рабочих давлений	83
4.10. Моделирование планируемых экспериментов с датчиком конвекции ДАКОН-М на основе двухмерных уравнений Навье – Стокса.....	84
4.11. Выбор рабочей среды для датчика конвекции	86
4.12. Численное подтверждение способов увеличения чувствительности датчика конвекции	87
4.13. Основные результаты и выводы.....	88
Глава 5. Моделирование концентрационного расслоения примеси в расплаве полупроводника под воздействием микроускорений	110
5.1. Свойства расплава, граничные условия и начальные условия	110
5.2. Массовые силы	111
5.3. Эволюция течения и концентрационной неоднородности.....	112
5.4. Пространственная картина распределения примеси.....	113
5.5. Исследование влияния вибраций	115
5.6. Обсуждение предельных требований по остаточным ускорениям для данного типа реальных космических экспериментов	117
5.7. Основные результаты и выводы.....	117
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	133
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	136
Приложение 1: Компьютерная лаборатория. Построение общих и специализированных практикумов	150
Приложение 2: Методика решения уравнений Навье – Стокса.....	153

СПИСОК ОБОЗНАЧЕНИЙ И СОКРАЩЕНИЙ

КА — Космический аппарат;

МКС — Международная космическая станция;

РС — Российский сегмент;

t — время;

$r=r(r, \varphi, z)$ — радиус-вектор точки исследуемого объема в цилиндрической системе координат;

$u=u(r, t)$ — скорость;

$T=T(r, t)$ — температура;

$C=C(r, t)$ — концентрация пассивной примеси;

$p=p(r, t)$ — давление;

ρ — плотность;

ν — кинематическая вязкость;

a — температуропроводность;

D_c — коэффициент диффузии примеси;

β_t, β_c — коэффициенты теплового и концентрационного расширения;

n — вектор микроускорения;

Ω — угловая скорость вращения КА;

e — орт геоцентрического радиус-вектора центра масс станции;

R — радиус-вектор начала локальной системы координат, относительно центра масс станции;

Ω_E — константа, определяемая условиями полета и имеющая размерность частоты;

n_a — ускорение, связанное с сопротивлением атмосферы;

H — высота цилиндра или двумерной прямоугольной области;

D — диаметр цилиндра;

α — угол отклонения оси цилиндра от вертикали;

σ — коэффициент поверхностного натяжения;

k — равновесный коэффициент распределения примеси;

v_f — безразмерная скорость движения фронта кристаллизации;

Nu — число Нуссельта;

Bi — число Био;

$Fo = at/H^2$ — число Фурье;

$Pr = \nu/a$ — критерий Прандтля;

$Sc = \nu/D_c$ — критерий Шмидта;

$Ta = H^2\Omega/\nu$ — критерий Тейлора;

$Gr = \beta_t(T_1 - T_2)gH^3/\nu^2$ — критерий Грасгофа;

$Ra = \beta_t(T_1 - T_2)gH^3/(a\nu)$ — критерий Рэлея;

$Ma = (\partial\sigma/\partial T)(T_1 - T_2)H/(\rho\nu a)$ — критерий Марангони;

$Ma_c = (\partial\sigma/\partial C)(C_1 - C_2)H/(\rho\nu D_c)$ — концентрационный критерий Марангони;

$g_0 = 9,8 \cdot 10^2$ см/сек² — ускорение свободного падения на поверхности Земли;

$\mu g = 10^{-6} \cdot g_0$ — микро- g .

ВВЕДЕНИЕ

Отсутствие механического равновесия приводит к возникновению в жидкости или газе внутренних течений. Такой тип движения называется конвекцией. Чаще всего под словом конвекция понимается тепловая гравитационная конвекция, однако, понятие конвекция имеет более широкое значение: помимо сил Архимеда конвекцию могут вызывать капиллярные силы, вибрационные воздействия и т.п.

Большой интерес к исследованию конвективных процессов вызван в первую очередь их повсеместным распространением, а также использованием в различных технологических процессах.

Существует заблуждение, что в космических условиях конвекция отсутствует. Конвекция в условиях космического полета, встречающаяся как в элементах ракетно-космических систем, так и в установках по изучению физических свойств, получению материалов, разделению веществ, отличается многими особенностями. При этом используются представления об основных механизмах конвекции, полученные за многие предшествующие годы [1]. Несмотря на существенное ослабление конвекции, по сравнению с наземными условиями, ее интенсивность может быть достаточной для того, чтобы существенно влиять на распределение температуры и другие характеристики рабочих процессов в жидкой и газовой фазах. В то время как в топливных баках достаточно больших размеров ($L \sim 1\text{м}$) имеется сильное перемешивание, конвективные движения в жидкости или газе в замкнутом объеме небольших размеров ($L \sim 1\text{см}$) обладают меньшей интенсивностью и обнаруживаются лишь в специальных условиях. Тем не менее, они представляют интерес при проведении фундаментальных исследований для "наук в условиях микрогравитации" (microgravity sciences), так как представляют серьезную проблему для экспериментов в условиях космического полета.

Теоретические исследования в этой области ведутся уже несколько десятилетий (см., например, [1; 2]), но первые прямые измерения в реальном косми-

ческом полете температурных полей в датчике конвекции, представляющем замкнутую ячейку с твердыми стенками, в совокупности с данными о микроускорениях и соответствующие численные расчеты выполнены недавно [3].

Для получения реальной картины конвекции важную роль приобретает количественное определение микроускорений в космическом полете, которые обусловлены множеством причин гравитационной и негравитационной природы. В последнее время опубликован ряд работ, посвященных расчету и измерению отдельных оставляющих микроускорений на различных космических аппаратах [4; 5; 6], и развито сопряжение компьютерных систем с полем микроускорений. Это создает предпосылки для подготовки космического эксперимента аналогичного конвективному датчику в более сложных условиях, в том числе при наличии свободной поверхности жидкости.

Задача сопряжения компьютерных систем с полем микроускорений поставлена и продемонстрирована первыми примерами в [4]. Эта работа требует развития специальных гидродинамических моделей и систематических параметрических исследований.

Данная диссертация посвящена исследованию закономерностей тепловой гравитационной и термокапиллярной конвекции, а также моделированию космических экспериментов на основе трехмерных уравнений Навье – Стокса и интерпретации результатов реальных космических экспериментов.

Глава 1 посвящена общей постановке задачи о конвекции в условиях микрогравитации, модельным уравнениям, определяющим параметрам и т.д. Обсуждаются причины, вызывающие остаточные ускорения на КА, уровень основных составляющих микроускорений на различных КА и рамки применимости приближения Буссинеска в условиях решаемых в диссертации задач.

Глава 2 посвящена решению двумерных задач, обсуждаются особенности решения таких задач, дается краткая информация о компьютерной лаборатории и практикумах по задачам свободной конвекции. Приводятся результаты решения нестационарной задачи для тепловой гравитационной и термокапиллярной конвекции при подогреве снизу тонкого горизонтального слоя. Решается задача

о конвекции в условиях микрогравитации для расплава полупроводника при наличии свободной поверхности, определяется уровень конвекции Марангони, воздействие которой сопоставимо с воздействием остаточных ускорений. Обсуждаются управляющие воздействия, в том числе, влияние ориентации экспериментального объема относительно строительной системы координат КА на интенсивность конвекции вызванной остаточными ускорениями. Выявлен эффект максимума концентрационной неоднородности в зависимости от числа Марангони. Проведены расчеты и определен масштаб течений, возникающих в различных прозрачных модельных жидкостях под влиянием малой силы тяжести, и, исходя из этого, обсуждается возможность создания прибора, в котором уровень остаточных ускорений будет определяться по скорости движения жидкости.

В Главе 3 приводятся результаты тестирования трехмерного кода для задачи конвекции в длинном горизонтальном цилиндре ($H/D=5$) при боковом подогреве, коротком горизонтальном цилиндре ($H/D=1$) при боковом подогреве и вертикальном цилиндре при подогреве снизу ($H/D=1$). Приводится подробное сравнение результатов с данными других авторов.

Глава 4 посвящена анализу наземных и космических экспериментов в датчике ДАКОН и ДАКОН-М. Построены калибровочные кривые для различных типов боковых граничных условий. Показано, что в случае теплоизолированных боковых стенок поперечная температурная неоднородность, вызываемая конвекцией, на 65 % выше, чем в случае идеально теплопроводящих боковых границ. Исследованы локальные и интегральные характеристики теплопередачи на холодном торце для задачи подогрева с боку. Показано, что для рабочих режимов эксплуатации датчика в космических условиях число Нуссельта на холодном и горячем торцах мало отличается от единицы. Проведен анализ эксперимента для лабораторного образца датчика ДАКОН-М в задаче подогрева снизу. Показано, что возникающие в эксперименте докритические течения связаны с отклонением оси датчика от вертикали. Проведено сопоставление результатов эксперимента с датчиком ДАКОН на КА «Мир» в 1999 г. с

данными компьютерного моделирования, на основании этого сопоставления сделан вывод о недостаточной чувствительности датчика. Проведена серия параметрических расчетов для датчика ДАКОН-М в случае его заполнения воздухом или углекислым газом для нормального и повышенного давления. Показано, что для планируемых размеров датчика $H=9$ см и наполнении его углекислым газом под давлением 2 атмосферы вызываемая в нем поперечная температурная неоднородность будет составлять 0.3 градуса при установке его на РС МКС, где средний уровень остаточных ускорений в режиме гравитационной стабилизации составляет примерно $2 \mu g$. Обсуждаются пути увеличения чувствительности датчика, в особенности выбор рабочей среды, проводится анализ эксперимента JUSTSAP с датчиком, заполненным водой [7].

В Главе 5 излагаются результаты моделирования тепло- и массопереноса в расплаве полупроводника в условиях остаточных ускорений КА «Фотон-11». Изучена пространственная структура течений и поля концентрации пассивной примеси при трех различных ориентациях кюветы с расплавом относительно строительной системы координат КА. Показано, что в рассмотренных случаях средняя поперечная концентрационная неоднородность не превышает 8%. Выявлено существенное влияние ориентации исследуемого объема на процессы тепло- и массопереноса в расплаве и связанные с динамикой движения КА эффекты пространственного изменения распределения примеси, которые могут объяснить некоторые из описанных в работе [8] эффекты. Исследовано влияние поступательных вибраций на распределение примеси в расплаве полупроводника, выявлен эффект максимума, аналогичный эффекту максимума для воздействия постоянной силы тяжести [1]. Обсуждаются требования к уровню остаточных ускорений, принятому для МКС, исходя из полученных результатов моделирования.

Приложение 1 посвящено методике построения общих и специализированных практикумов по тепло- и массопереносу.

В Приложении 2 излагается методика решения уравнений Навье – Стокса для трехмерных задач, представленных в Главах 3, 4 и 5.

Актуальность проблемы

В космических условиях, как показал опыт выполненных исследований, несмотря на малую величину остаточных ускорений, их воздействие на гравитационно-чувствительные системы в ряде случаев является весьма значительным. При этом характер вызываемых ими массовых сил оказывается достаточно сложным и зависит от геометрии исследуемого объема, его расположения на борту космического аппарата и динамики полета. Существует проблема интерпретации результатов экспериментов, обусловленная неконтролируемостью и невоспроизводимостью условий, в которых производятся космические эксперименты. Моделирование конвективных процессов и процессов тепломассопереноса на основе нестационарных уравнений Навье – Стокса дает возможность изучить воздействие различных типов остаточных ускорений, объяснить некоторые экспериментальные феномены и сформулировать рекомендации для проведения экспериментов в условиях пониженной гравитации, а также предсказать результаты некоторых планируемых экспериментов.

В первых работах, посвященных конвективным процессам в космических условиях, остаточные ускорения моделировались постоянной малой силой тяжести [9]. Позднее появились модели, где остаточные ускорения представлялись в виде синусоидального воздействия (вибрации) или вращающегося вектора силы тяжести постоянной величины. Несмотря на простоту этих моделей микрогравитации, полученные на их основе результаты смогли объяснить ряд экспериментальных фактов. Сейчас эти модели так же применяются многими исследователями при моделировании различных технологических экспериментов (см., например, [10]). В работе [11] в рамках двумерного приближения исследована конвекция в расплаве InAs-GaAs в модели метода Бриджмена и метода плавающей зоны с учетом кристаллизации, но без учета конвекции Марангони под действием постоянной малой силы тяжести. А в работе [12] проведена интерпретация экспериментов MERISTO, выполненных на КА «Space Shuttle Columbia» с использованием простой модели микрогравитацион-

ной обстановки – вектора силы тяжести постоянной амплитуды и переменного направления. Однако, все чаще в современных работах решается сопряженная задача теоретической механики и гидродинамики, учитывающая динамику реального космического полета (см., например, [1; 13; 14; 15; 16]).

С развитием компьютерной техники и математических методов стали возможны трехмерные расчеты конвективных течений (см., например, [17]). Однако, в [17] не рассматривалось уравнение для переноса примеси, которое важно для моделирования процессов, происходящих в расплаве полупроводника. В работе [18] учитывался перенос пассивной примеси, что позволило выявить эффект максимума концентрационной неоднородности при увеличении числа Ra , однако, определенным недостатком данной работы, как и работы [17] было использование в качестве модельного объема параллелепипеда, что несколько удаляло данную постановку от геометрии физических экспериментов, хотя и упрощало математическую модель. В этой связи встает вопрос о сравнении результатов, получаемых в рамках различных геометрических приближений, в том числе двумерных (см., например, [19]). Конечно, некоторые качественные результаты возможно получить в рамках простой геометрии, но для изучения более тонких эффектов пространственной структуры распределения тепла и примеси необходимо применение трехмерных моделей [20].

В рамках интерпретации результатов космических экспериментов существует ряд работ, посвященных влиянию высокочастотных вибраций на распределение тепла и примеси [21; 22; 23; 24; 25; 26; 27; 28; 29; 30]. Здесь стоит отметить некоторые основополагающие работы в этой области [31; 32]. В работах [33; 34] изучается влияние вибраций наряду с постоянной силой тяжести на распределение примеси в экспериментах, связанных с определением коэффициентов диффузии, а в работе [35] – на характеристики теплопередачи (число Нуссельта). Вопрос влияния различного рода вибраций тесным образом связан с вопросом управляющих воздействий (см., например, [21; 22]), который обсуждается в диссертации. Так, в работе [22] уменьшение воздействия конвекции осуществляется за счет вращения цилиндрического объема вокруг своей оси.

Также в качестве управляющего воздействия может рассматриваться магнитное поле [36].

Следует отметить наличие широкого фронта исследований в области поиска альтернатив экспериментам на орбитальной станции. Существует техника получения условий пониженной гравитации на башнях сбрасывания или в условиях специальных самолетов-лабораторий, выходящих на баллистические траектории [37]. Однако в этом случае время экспериментов ограничено, поэтому возможность успешного проведения эксперимента зависит от характерных гидродинамических времен (подробнее см. обзор [38]). Существуют еще альтернативные методы моделирования невесомости в земных условиях (см., например, [39]), хотя они также связаны с серьезными ограничениями по времени.

В настоящее время ведутся активные работы по сопоставлению результатов численного моделирования в трехмерной геометрии с данными экспериментов [8; 40; 41; 42], особенно по росту кристаллов из расплава [43; 44], что диктуется необходимостью улучшения технологии получения полупроводниковых материалов. Сюда же следует отнести работы по интерпретации экспериментов по кристаллизации белка в космических условиях (см., например, [45; 46]).

Помимо перечисленных, выше имеется еще целый ряд направлений исследований, связанных с динамикой жидкости или газа в условиях космического полета, например по исследованию двухфазных течений [47], динамике пузырей [48], изучению околоскритических явлений [49; 50; 51; 52] и т.п.

Следует отметить, что существуют работы, в которых результаты космических экспериментов по выращиванию кристаллов из расплава интерпретируются без учета гидродинамики [53]. Такой подход является, по крайней мере, спорным (см. более подробное обсуждение в Главе 5).

Как можно видеть по тематике цитируемых выше работ, проблема получения качественных полупроводниковых материалов, особенно в космических условиях, сейчас является актуальной [54]. Однако существует целое направле-

ние исследований, связанное с изучением динамики модельных жидкостей/газов в условиях космического полета (см., например, [1; 7; 55; 56; 57; 58]), которое предполагает идею измерения остаточных ускорений по различным эффектам, возникающим в этих жидкостях/газах под воздействием микрогравитации [1].

Исходя из освещенных выше направлений исследований, актуальным остается моделирование конвективных процессов и процессов тепломассопереноса на основе нестационарных уравнений Навье – Стокса в двух- и трехмерном случаях, что, как показано в диссертации, дает возможность изучить воздействие различных типов остаточных ускорений, объяснить некоторые экспериментальные феномены и сформулировать рекомендации для проведения экспериментов в условиях пониженной гравитации, а также предсказать результаты некоторых планируемых экспериментов.

Цель работы

Настоящая диссертационная работа посвящена численному моделированию процессов тепло- и массопереноса в плоской двухмерной и цилиндрической трехмерной геометрии в условиях космического полета с использованием данных о реальных микроускорениях на КА «Мир», «Фотон-11» и МКС и сопоставлению результатов расчетов с экспериментальными данными.

Научная новизна результатов

Научная новизна полученных в работе результатов заключается в использовании трехмерной цилиндрической геометрии, сопряженной с реальными данными по микроускорениям, что приближает математическую модель данной работы к реальным физическим экспериментам в условиях пониженной гравитации с датчиком конвекции ДАКОН и установкой по выращиванию полупроводникового кристалла из расплава.

В отличие от работы [15], где в трехмерной цилиндрической геометрии проводилась интерпретация экспериментов ДАКОН, проведен более подроб-

ный анализ наземных экспериментов, в том числе с датчиком ДАКОН-М в задаче подогрева снизу, исследованы интегральные и локальные тепловые потоки через торцы датчика. При этом впервые:

проведены расчеты для отклика датчика ДАКОН и планируемой модернизированной модели ДАКОН-М, наполненной воздухом или углекислым газом при нормальном или повышенном давлении при условии установки датчика на РС МКС.

проведено сопоставление результатов моделирования в плоской двухмерной и цилиндрической трехмерной геометрии для задачи конвекции в условиях микрогравитации.

проведено моделирование экспериментов по выращиванию полупроводникового кристалла из расплава на КА «Фотон-11». Показано, что среднее концентрационное расслоение существенным образом зависит от ориентации экспериментального объема относительно системы координат КА.

в рамках трехмерной цилиндрической геометрии исследовано влияние вибраций, найден эффект максимума средней поперечной концентрационной неоднородности от амплитуды вибраций. С учетом полученных результатов показано, что кривая требований к уровню остаточных ускорений на МКС нуждается в уточнении, по крайней мере, для экспериментов по выращиванию полупроводниковых кристаллов.

в рамках двумерной геометрии сопоставлено влияние конвекции Марангони с гравитационной конвекцией, вызванной остаточными ускорениями.

Научная и практическая значимость работы

- результаты диссертации использованы ЦНИИМаш для выработки рекомендаций по оптимизации ориентации научной аппаратуры на РС МКС относительно осей строительной системы координат;
- получены расчетные данные, которые позволили определить чувствительность датчика ДАКОН-М к остаточным ускорениям и предсказать порядок ожидаемого отклика датчика в случае его установки на МКС;

- данные численного моделирования концентрационной неоднородности в расплаве полупроводника дали один из вариантов интерпретации «эффекта грани», обнаруженного в экспериментах на КА типа «Фотон»;
- данные, полученные в тестовых расчетах в задаче подогрева снизу и с боку в условиях цилиндрической геометрии, дают возможность тестирования различных численных методик, применяемых при расчетах конвективных течений.

Работа выполнялась в рамках грантов Российского фонда фундаментальных исследований (03-01-06190, 03-01-00682), проекта «Интеграция» Министерства образования РФ под руководством Ростовского Государственного Университета (рег. №74), гранта Президента РФ «Ведущие научные школы» №2239.2003.8, программы №17 Президиума Российской Академии Наук «Параллельные вычисления с использованием многопроцессорных компьютерных систем». Исследование проводилось также по хоздоговорам с ЦНИИМаш «Разработка расчетно-теоретической модели натурного эксперимента по синхронному моделированию технологических процессов направленной кристаллизации полупроводников» (2001, 2002).

Автором представляются к защите:

- результаты решения нестационарной задачи подогрева снизу при наличии тепловой гравитационной и термокапиллярной конвекции и зависимость времени начала влияния конвекции на теплопередачу от чисел Рэлея и Марангони;
- результаты решения двумерной задачи по сопоставлению действия конвекции Марангони и остаточных ускорений на концентрационную неоднородность в расплаве полупроводника;
- результаты сопоставления численных решений в геометрии ДАКОН/ДАКОН-М при различных типах боковых температурных граничных условий;

- результаты численных расчетов калибровочных кривых для датчиков ДАКОН и ДАКОН-М, а так же локальных и интегрального тепловых потоков на холодном торце датчика при различных числах Ra ;
- результаты моделирования наземных экспериментов с лабораторной моделью датчика конвекции ДАКОН-М в задаче подогрева снизу;
- результаты сопоставления экспериментальных данных, полученных для прибора ДАКОН 1999 г. на станции «Мир» с данными численного моделирования с использованием реальных микроускорений на станции «Мир», соответствующих интервалу проведения эксперимента;
- результаты моделирования поведения датчиков ДАКОН и ДАКОН-М в условиях РС МКС, а так же датчика, заполненного водой;
- результаты моделирования экспериментов по тепло- и массопереносу в расплаве полупроводника в условиях КА «Фотон-11»;
- результаты по моделированию средней концентрационной неоднородности распределения пассивной примеси под влиянием поперечных вибраций различной амплитуды и частоты в цилиндрическом объеме, а так же обнаруженный эффект максимума средней поперечной концентрационной неоднородности от амплитуды вибраций.

Апробация работы

Результаты диссертации представлялись на

- VII Российском Симпозиуме «Механика невесомости. Итоги и перспективы фундаментальных исследований гравитационно-чувствительных систем», Москва, 2000;
- First Conference of International Marangoni Association, Giessen, 2001;
- Международной космической конференции – 2001 «Космос без оружия – арена мирного сотрудничества в XXI веке»;
- Третьей Всероссийской национальной конференции по теплообмену, Москва, 2002;
- 4th International Workshop on Modeling in Crystal Growth, Fukuoka, 2003

- International Conference “Advanced Problems in Thermal Convection”, Perm, 2003;
- 21th International Congress of Theoretical and Applied Mechanics, Warsaw, 2004;
- Семинаре «Механика невесомости и гравитационно-чувствительные системы» Института проблем механики РАН.

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, 5 глав, заключения и списка цитируемой литературы (127 наименований) и двух приложений. Общий объем диссертации 163 страниц, включая 54 рисунка и 11 таблиц.

Перечень публикаций автора по теме диссертации включает 15 наименований. В публикациях [39; 59], посвященных конвекции Рэлея – Бенара, автору принадлежит часть, связанная с проведением расчетов и анализом результатов, а так же получением зависимости времени начала влияния конвекции на теплопередачу от чисел Ra и Ma . В публикациях [60; 61; 62; 63; 64; 65; 66], посвященных концепции компьютерной лаборатории, соавторами соискателя выступали сотрудники лаборатории математического и физического моделирования в гидродинамике. В этих публикациях автору принадлежит часть, связанная с тестированием двумерного компьютерного кода, разработкой учебных примеров и практикумов, а так же использованием компьютерной лаборатории для решения ряда новых научных задач. В работах [16; 67; 68; 69; 70; 71], автору принадлежит часть, связанная с отладкой для работы в системе Windows трехмерного кода, разработанного д.ф.-м.н. Никитиным Н.В., тестированием этого кода для ряда классических задач, доработкой системы визуализации и вывода результатов расчетов, а так же с проведением непосредственных расчетов и анализом и интерпретацией результатов.

Глава 1. Общая постановка задачи о конвективных процессах в условиях космического полета

В этой главе приводится постановка задачи о конвекции и тепломассопереносе в условиях реального космического полета. Обсуждаются источники остаточных ускорений. Производится анализ безразмерных параметров.

1.1. Терминология

Терминология, относящаяся к конвекции в условиях, соответствующих космическому полету, отраженная в названиях книг и статей [1; 14], сама по себе характеризует сложность предмета исследования.

Перед общей постановкой задачи необходимо ввести ряд общепринятых терминов, и дать их точные определения. Терминология, встречающаяся в работах по “microgravity science” еще не установилась до конца, в силу того, что эта область науки появилась относительно недавно и в последнее время бурно развивается. Само название направления “microgravity science” в русском языке еще не имеет четкого аналога, сейчас наиболее приемлемым назвать его “Механика гравитационно-чувствительных систем”, хотя это название несколько сужает класс задач, нежели данный выше английский аналог.

Определение 1. *Механикой гравитационно-чувствительных систем (“microgravity science”) назовем раздел науки, изучающие влияние остаточных ускорений на борту космического аппарата (далее по тексту КА) на широкий круг процессов, включающих в себя как явления, которые имеют место лишь в условиях микрогравитации, так и явления которые происходят в земных условиях, но в условиях орбитального полета проявляются более отчетливо.*

Данное определение включает в себя ряд понятий (“остаточные ускорения”, “микрогравитация”), которые требуют дополнительного определения.

Определение 2. Микроускорениями (остаточными ускорениями) назовем ускорения, которые неизбежно возникают в условиях космического полета, экспериментах на башнях сбрасывания или в самолетах, совершающих свободное падение. Причем эти ускорения могут иметь достаточно сложную природу и нестационарный характер, однако их модуль должен быть много меньше ускорения свободного падения на поверхности Земли.

Следует заметить, что в литературе наряду с термином “микроускорения” встречается также термин “остаточная гравитация”, а также ряд других терминов, подразумевающих под собой остаточные ускорения.

Сами по себе микроускорения чаще всего подразделяют на две основные составляющие: квазистатическая составляющая микроускорений и вибрационная составляющая микроускорений (в англоязычной литературе принят термин *g-jitter*). Такое разделение имеет под собой физическую суть: квазистатическая и вибрационная составляющая остаточных ускорений различным образом влияют на гравитационно-чувствительные системы.

Определение 3. Квазистатической составляющей микроускорений назовем совокупность микроускорений безотносительно причин их вызывающих, характерная частота которых не превышает 0,01 Гц. Соответственно вибрационной составляющей микроускорений назовем совокупность микроускорений безотносительно причин их вызывающих, характерная частота которых больше 0,01 Гц.

Граница 0,01 Гц условна, и, на самом деле, такое определение не несет на себе необходимой физической нагрузки, но, оно уже прочно утвердилось в литературе [72]. Более правильно было бы в качестве границы взять обратное время установления равновесия в системе, но для различных систем оно может значительно отличаться. У одного и того же процесса может существовать целая иерархия характерных времен. С другой стороны, в отечественной литера-

туре принято квазистатическую компоненту ускорения определять как ускорение, возникающее при движении КА как твердого тела, включая вращения [1; 14].

Следует заметить, что в литературе указывают также верхнюю границу вибрационной составляющей – от 100 до 300 Гц. Это связано, во-первых, с тем, что на космических аппаратах высокочастотные вибрации практически отсутствуют. Во-вторых, обычно для гравитационно-чувствительных систем при повышении частоты воздействия необходимо увеличивать амплитуду воздействия для того, чтобы получить заметный отклик, поэтому при частоте вибраций порядка сотен Гц их амплитуда должна быть порядка g_0 , а такие воздействия не относятся к микроускорениям (см. Определение 1).

1.2. Источники остаточных микроускорений

Сама по себе квазистатическая компонента микроускорения может быть представлена суммой нескольких составляющих, связанных с различными источниками вызывающими остаточные ускорения. Вибрационная компонента включает в себя различные виды вибраций – как поступательные, так и не поступательные (например, качания [73]).

Далее приведем классификацию квазистатических микроускорений. Из явлений, вызывающих остаточные микроускорения, относящиеся к квазистатической компоненте, можно выделить следующие:

1. сила, вызванная градиентом гравитационного поля;
2. центробежная сила, вызванная равномерным вращением КА вокруг своей оси;
3. сила, связанная с ускоренным вращением КА вокруг своей оси;
4. сила Кориолиса, связанная с вращением КА вокруг своей оси;
5. сила, связанная с аэродинамическим сопротивлением КА в атмосфере Земли.

Первая сила связана с тем, что КА является достаточно протяженным объектом. Силу тяготения, которая никуда не девается и действует на КА со стороны Земли, компенсирует центробежная сила, возникающая из-за движения КА по орбите вокруг Земли. Однако эти силы компенсируют друг друга только в центре масс КА. В частях КА, которые лежат от Земли дальше, чем центр масс, преобладает центробежная сила, так как сила гравитационного притяжения убывает с увеличением расстояния, а центробежная сила возрастает. В частях КА, которые лежат ближе к Земле, преобладает сила тяготения. Эффект при достаточном удалении от центра масс может оказаться существенным и вызвать остаточные ускорения порядка нескольких μg .

Вторая сила связана с равномерным вращением КА вокруг своей оси.

Третья сила связана с ускоренным вращением КА и может вызывать, так называемую, изотермическую конвекцию, в отличие от всех остальных сил, которые вызывают конвекцию только в стратифицированной среде. Представить, почему изменение угловой скорости вызывает изотермическую конвекцию, достаточно легко: вообразим равномерно вращающийся вокруг своей оси сосуд, заполненный жидкостью. Жидкость в нем будет вращаться с такой же скоростью, как стенки сосуда, то есть весь сосуд с содержимым будет двигаться как твердое тело, однако, если резко увеличить или уменьшить скорость вращения, то в жидкости возникнет движение, связанное с силами инерции. Аналогичные явления будут наблюдаться в случае, когда ось вращения лежит за пределами объема с жидкостью.

Четвертая сила не вносит большого вклада в остаточные ускорения при небольших скоростях течения, в ранних работах по моделированию космических экспериментов эта сила не учитывалась [14].

Пятая сила связана с тем, что КА движется не в пустом пространстве, и, хотя плотность атмосферы на высотах более 100 км мала, ускорение, вызываемое сопротивлением атмосферы, сравнимо с остальными ускорениями, описанными выше.

1.3. Обсуждение различий в микрогравитационной обстановке при различной динамике полета КА

Для различных КА и при различной динамике полета вклад представленных выше сил может существенно различаться. Более того, в различных точках КА микрогравитационная обстановка различна. Область в районе центра инерции космического аппарата характеризуется наиболее низким уровнем остаточных ускорений.

Здесь необходимо сделать следующее замечание, силы, вызывающие микроускорения, не только сложны по своему составу, но имеют сложный временной характер. Суммарный вектор остаточных ускорений может испытывать колебания как по модулю, так и по направлению. Характер этих колебаний связан со многими факторами, но основным из них является динамика полета КА. На рис. 1.1 дается схема двух основных типов стабилизированного полета КА.

В случае (а) угловая скорость вращения КА Ω близка к нулю, но остаточное ускорение, вызванное градиентом гравитационного поля, меняется с периодом равным периоду обращения КА вокруг Земли (модуль этого ускорения меняется с частотой в два раза выше частоты обращения станции вокруг Земли). В случае (б) остаточное ускорение, вызванное градиентом гравитационного поля, в каждой точке КА остается почти постоянным, но сам по себе КА совершает вращение вокруг своего центра масс с частотой, равной частоте обращения КА вокруг Земли.

Этот простой пример дает некоторое представление о временной зависимости остаточных ускорений, однако реальная картина намного сложнее, поэтому для моделирования космических экспериментов необходим полный учет внешних сил в уравнении движения жидкости (газа).

1.4. Обзор параметров, определяющих условия проведения космического эксперимента

Задачи по конвекции и тепломассопереносу в условиях космического полета имеют целый ряд важных определяющих параметров (см. рис. 1.2). Для

лучшего понимания их роли и упрощения построения их безразмерных комбинаций следует разбить их предварительно на несколько групп:

- 1) параметры, определяющие свойства рабочей среды (вязкость, теплопроводность и т.д.),
- 2) параметры, определяющие геометрию экспериментального объема (геометрический размер, аспектное отношение, граничные условия),
- 3) параметры, определяющие расположение экспериментального объема в системе координат КА (расстояние от центра масс КА, направление относительно осей строительной системы координат),
- 4) параметры, определяющие динамику полета КА (высота орбиты, скорость вращения КА, направление оси вращения и т.д.),
- 5) параметры, определяющие внешние управляющие воздействия (частота и амплитуда вынужденных вибраций и т.д.).

Конечно, существуют воздействия, связанные, например, с жизнедеятельностью экипажа в пилотируемом полете или маневрами КА при стыковках. Для простоты модели можно эти воздействия не учитывать или включить их в четвертую группу параметров, так как они тоже определяют динамику движения КА.

Первая группа параметров может дать такие безразмерные комбинации, как число Прандтля Pr , число Шмидта Sc и т.п.

Из второй группы можно получить геометрическое отношение сторон, число Марангони Ma (если имеется свободная поверхность) и т.п.

Из третьей группы параметров можно сразу выделить безразмерное расстояние от центра масс, равное размерному расстоянию, деленному на характерный размер экспериментального объема. Этот параметр был бы единственным, если бы экспериментальный объем не имел выделенных направлений, например, был бы сферическим объемом, заполненным равномерно нагретой жидкостью/газом. Для случая цилиндрической геометрии с градиентом темпе-

ратуры, направленным вдоль оси, существует одно выделенное направление, по отношению к которому необходимо определять направление воздействия массовых сил. То есть необходимо определить направление оси цилиндрического объема относительно строительной системы координат КА, для этого можно ограничиться, например, двумя углами. Принципиальная значимость выбора направления экспериментального объема в условиях космического полета будет обсуждаться на основе результатов математического моделирования в Главах 2 и 5. Здесь же следует отметить, что в некоторых работах, посвященных воздействию сложных массовых сил, например, непоступательных вибраций, где содержится подробный анализ безразмерных параметров, не уделяется должного внимания изучению влиянию ориентации исследуемой системы относительно характерных направлений воздействия [73].

Если аккуратно рассмотреть положение экспериментального объема в условиях полета, окажется, что важно не просто расстояние от центра масс КА, но и направление, в котором экспериментальный объем удален от центра масс КА. Например, если экспериментальный объем удален от центра масс вдоль вектора скорости движения КА по орбите, воздействие градиента гравитационного поля будет гораздо меньше, чем в случае удаления экспериментального объема в направлении, перпендикулярном вектору скорости КА (см. рис. 1.3). Идея рис. 1.3 взята из работы [72], где подробно рассмотрены уровни остаточных ускорений, вызываемые различными факторами. Так же важно, как далеко удален объем от мгновенной оси вращения КА [72; 74]. Таким образом, необходимо определить, кроме безразмерного расстояния от центра масс и направление удаления объема от центра масс КА.

Параметры из четвертой группы определяют движение КА как твердого тела.

Если из пятой группы управляющих воздействий рассмотреть высокочастотные поступательные вибрации, то для них, наряду с таким определяющим безразмерным параметром, как вибрационное число Рэлея, будет возникать параметр или несколько параметров, определяющих направление вибраций.

1.5. Модельные уравнения

Для большей общности будем рассматривать трехмерную постановку задачи о конвекции в условиях космического полета с учетом уравнений переноса тепла и пассивной примеси. В Главе 2 будут решаться двумерные задачи, уравнения для которых легко получить из трехмерных уравнений. В Главах 3 и 4 будут рассмотрены трехмерные задачи с теплопереносом. И только в Главе 5 будет полностью использоваться приведенная ниже постановка с учетом переноса тепла и пассивной примеси.

Впервые подробный обзор математических моделей конвекции в условиях микрогравитации был представлен в монографии [1].

Трехмерные нестационарные уравнения Навье-Стокса в приближении Буссинеска (см., например, [75]) с уравнением переноса тепла и пассивной примеси при наличии ненулевого углового ускорения, имеют вид [76]:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + (u \nabla)u + 2(\Omega \times u) = \nu \Delta u - \frac{1}{\rho} \nabla p + \beta_t (T - T_0) n + r \times \frac{d\Omega}{dt}, \quad (1.1)$$

$$\nabla u = 0, \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (u \nabla)T = a \Delta T, \quad (1.3)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + (u \nabla)C = D_c \Delta C, \quad (1.4)$$

$$n = R_0 \times \frac{d\Omega}{dt} + (\Omega \times R_0) \times \Omega + \Omega_E^2 [3(e \cdot R_0)e - R_0] + n_a \quad (1.5)$$

В используемой модели считается, что присутствие примеси не влияет на плотность жидкости ($\beta_c=0$). Далее по тексту у β_i индекс будет опускаться.

В данной работе, в отличие от упомянутой выше работы [76], к общей постановке задачи добавлено уравнение для расчета концентрации пассивной примеси. Наиболее общая постановка задачи о конвекции в условиях космического полета дана в монографии [1], где была учтена как тепловая, так и концентрационная конвекция, однако в уравнении (1.1) отсутствовал член $r \times \dot{\Omega}$, отвечающий за возникновение, так называемой, изотермической конвекции, которая может оказывать существенное влияние на тепломассоперенос, если КА вращается неравномерно вокруг своей оси.

Трехмерные расчеты конвекции в условиях микрогравитации, результаты которых представлены в Главах 4, 5, выполнены в цилиндрической системе координат, как и расчеты в работе [15], где рассматривалась задача о переносе тепла в геометрии прибора ДАКОН.

1.6. Безразмерный вид уравнений и определяющие параметры

Вопрос выделения безразмерных определяющих параметров является важным особенно в случае наличия большого количества внешних воздействий, таких как микроускорения. К данному моменту времени вопрос этот еще остается открытым, хотя есть работы, в которых этот вопрос освещен достаточно подробно [77]. Ниже приводится предложенный автором способ обезразмеривания, основанный на отделении составляющих микроускорений, вызываемых градиентом гравитационного поля и сопротивлением атмосферы, от микроускорений, связанных с вращением КА вокруг своей оси, который впервые был опубликован в работе [67]. Такой способ основан на том, что микроускорения, связанные с вращением КА вокруг своей оси, оказывают принципиально отличающееся от других составляющих воздействие на гравитационно-чувствительные системы, аналогичное воздействию непоступательных вибраций (см., например, [73]).

Введем обозначение

$$g = \Omega_E^2 [3(e \cdot R_0)e - R_0] + n_a, \quad (1.6)$$

отделив часть микроускорения (1.5), которая не зависит от Ω .

Таким образом, (1.1) можно переписать:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + (u \nabla)u + 2(\Omega \times u) = \nu \Delta u - \frac{1}{\rho} \nabla p + \\ + \beta(T - T_0) \left(\frac{d\Omega}{dt} \times R_0 + \Omega \times (\Omega \times R_0) + g \right) + r \times \frac{d\Omega}{dt} \end{aligned}$$

Чтобы обезразмерить это уравнение, необходимо правильно выбрать масштаб времени. Возможно три варианта: H^2/a , H^2/ν и $1/\Omega_0$ (Ω_0 - характерная частота вращения КА). Для случая экспериментов на КА «Фотон-11» с расплавом Ge/Si (германий с примесью кремния) при характерном масштабе длины $H=1$ см эти характерные времена равны соответственно 7.7 с, 770 с, 67 с. Если более подробно проанализировать микрогравитационную обстановку, можно выделить несколько характерных частот, связанных с динамикой полета [53].

Для обезразмеривания системы (1.1)-(1.5) выберем второй из приведенных выше масштабов времени. Для расстояния, скорости и давления определим следующие масштабы: H , ν/H и $\rho \nu^2/H^2$ соответственно. В этом случае уравнения (1.1) можно переписать в виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + (u \nabla)u + 2(\omega \times u) = \Delta u - \nabla p + \frac{g\beta(T - T_0)H^3}{\nu^2} + \\ + \frac{\beta(T - T_0)}{H} \cdot \frac{d\omega}{dt} \times R_0 + \frac{\beta(T - T_0)}{H} \cdot \omega \times (\omega \times R_0) + r \times \frac{d\omega}{dt} \end{aligned} \quad (1.7)$$

Здесь введено обозначение $\omega = H^2 \Omega / \nu$ – безразмерная частота или число Тейлора (далее Ta). Таким образом, в уравнении (1.7) можно выделить следующие безразмерные параметры:

$$Ta = H^2 \Omega / \nu - \text{число Тейлора}, \quad (1.8)$$

$$\text{Gr} = \frac{g\beta(T-T_0)H^3}{\nu^2} - \text{число Грасгофа}, \quad (1.9)$$

$$\frac{\beta(T-T_0)R_0}{H} \cdot \text{Ta}, \quad (1.10)$$

$$\text{Gr}_R = \frac{\beta(T-T_0)R_0}{H} \cdot \text{Ta}^2 = \frac{\beta(T-T_0)\Omega^2 R_0 H^3}{\nu^2} - \text{вращательное число Грасгофа}. \quad (1.11)$$

Из приведенных выше безразмерных параметров только три являются линейно независимыми. В качестве определяющих параметров возьмем (1.8), (1.9), (1.11).

Уравнения (1.3) и (1.4) в безразмерном виде запишутся следующим образом:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (u\nabla)T = \frac{1}{\text{Pr}} \Delta T, \quad (1.12)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + (u\nabla)C = \frac{1}{\text{Sc}} \Delta C, \quad (1.13)$$

где r, t, u, Ω, p, C, T в данном контексте являются безразмерными.

Из уравнений (1.12) и (1.13) получается два безразмерных параметра – число Прандтля $\text{Pr}=\nu/a$ и число Шмидта $\text{Sc}=\nu/D_c$.

Таким образом, течение жидкости, подчиняющееся системе уравнений (1.1)-(1.5) определяется пятью безразмерными параметрами.

Однако в параграфе 1.5 было выделено несколько большее число параметров. И если безразмерное удаление от центра масс КА входит во вращательный критерий Рэлея, то куда делись параметры, определяющие различные направления? Ответ на этот вопрос прост: параметры, определяющие направления, маскируются за знаками векторных произведений в уравнении (1.7).

1.7. Оценка значений определяющих параметров для различных КА

В этот параграфе приводятся данные по оценке числовых значений введенных выше безразмерных параметров. Сразу следует оговориться, что данные носят оценочный характер, так как они получены на основании небольших по времени интервалов записи остаточных ускорений для различных КА, предоставленных проф. В.В. Сазоновым. К тому же на различных КА возможно различное размещение полезной нагрузки относительно центра масс и осей строительной системы координат, поэтому для сравнения различных КА была выбрана одна точка, соответствующая расположению прибора QSAM на «Фотон-11» [8] с координатами (126, 5, 3). Такой метод сравнения микрогравитационного фона для различных КА использовался в [78].

Для вычисления безразмерных параметров был взят характерный для космических экспериментов масштаб длины и перепада температуры: $H=1$ см, $\Delta T=30^\circ\text{C}$. Результаты для двух жидкостей (силиконового масла $\text{Pr}=12$ и расплава полупроводника $\text{Pr}=0.016$) представлены в таблице 1.1.

Из таблицы 1.1 видно, что Gr и Gr_R имеют для расплава полупроводника более высокие значения, следовательно, расплав будет обладать большей чувствительностью к остаточным ускорениям по сравнению с силиконовым маслом. Более подробно вопросы чувствительности расплава полупроводника к микроускорениям обсуждаются в Главах 2 и 5 на основе данных численного моделирования. Однако даже из оценки безразмерных параметров еще до проведения численных расчетов можно сделать определенные априорные заключения относительно гравитационной чувствительности изучаемых гидродинамических систем. Существуют соотношения между основными определяющими параметрами, по которым можно оценить порядок скорости конвективного движения и поперечного концентрационного расслоения, не прибегая к сложным расчетам [79].

Таблица 1.1. Характерные значения безразмерных параметров числа Грасгофа (Gr) и вращательного числа Грасгофа (Gr_R) для двух различных жидкостей: си-

ликонового масла (ПМС-1) и расплава германия с примесью кремния (Ge/Si) на различных КА.

КА	$g_{\max},$ см/с ²	Gr (ПМС-1)	Gr (Ge/Si)	$\Omega_{\max},$ 1/с	Gr _R (ПМС-1)	Gr _R (Ge/Si)
Мир	$4,5 \cdot 10^{-4}$	$3 \cdot 10^{-1}$	2	$3,5 \cdot 10^{-6}$	$1,0 \cdot 10^{-6}$	$6,7 \cdot 10^{-6}$
Фотон-11	$2 \cdot 10^{-3}$	1,3	9	$1,5 \cdot 10^{-2}$	$1,8 \cdot 10^1$	$1,2 \cdot 10^2$
Shuttle	$5 \cdot 10^{-4}$	$3,3 \cdot 10^{-1}$	2,2	$1,3 \cdot 10^{-3}$	$1,4 \cdot 10^{-4}$	$9,5 \cdot 10^{-4}$
ISS	$7 \cdot 10^{-4}$	$4,6 \cdot 10^{-1}$	3,1	$7,5 \cdot 10^{-3}$	$4,7 \cdot 10^{-3}$	$3,1 \cdot 10^{-2}$

1.8. Замечания о применимости приближения Буссинеска для данного класса задач

Приближение Буссинеска имеет определенные границы применимости, которые следуют из допущений, использованных при его выводе из полных уравнений Навье – Стокса [75]. Хотя в последнее время существует класс задач, в которых приближение Буссинеска оказывается недостаточным (см., например, [80; 81]), задачи о конвекции в условиях космического полета, рассмотренные в данной работе, как будет показано далее, находятся в рамках применимости приближения Буссинеска.

В настоящее время ведутся работы по уточнению уравнений Навье – Стокса в приближении Буссинеска, которые позволяют расширить рамки применимости этих уравнений. Одним из таких уточнений являются уравнения микроконвекции, предложенные В.В. Пухначёвым [82]. Отличительной чертой этой модели является учет несоленоидальности поля скоростей [83]. Параметром, определяющим необходимость применимости уравнений микроконвекции, является $\eta = gH^3/\nu a$, где H – характерный масштаб расстояния, а g – масштаб массовой силы. Согласно теории микроконвекции приближение Буссинеска не применимо, когда $\eta < 1$.

В задачах, рассмотренных ниже, параметр микроконвекции всегда больше единицы, поэтому уравнений Навье – Стокса в приближении Буссинеска применимы. Так для наименьшего из рассматриваемых геометрических разме-

ров $H=1$ см, для расплава полупроводника ($\nu=0.0013$ см²/с, $a=0.081$ см²/с), считая $g\sim 0.001$ см/с², получаем $\eta\sim 9.5$.

Для задач вибрационной конвекции при наличии свободной границы Д.В. Любимовым было предложено «обобщенное приближение Буссинеска» [32], которое отличается от классического приближения наличием в правой части уравнения (1.1) слагаемого $\beta(T - T_0) \frac{\partial u}{\partial t}$ вместо $\frac{\partial u}{\partial t}$. Эта поправка оказывается принципиальной, по-видимому, только в случае высокочастотных вибраций. Действительно, в задачах, связанных с устойчивостью гидростатического равновесия критические числа, полученные в рамках «обобщенного приближения Буссинеска», существенно отличаются от таковых для классического приближения Буссинеска [84]. Однако в расчетах, представленных в Главах 2, 4, 5, рассматриваются режимы, где гидростатическое равновесие отсутствует в случае вибраций поступательного и непоступательного характера. А в задачах подогрева снизу, представленных в Главах 2, 3 и 4, рассматривается постоянная сила тяжести, поэтому в этом случае применение классического приближения Буссинеска кажется оправданным.

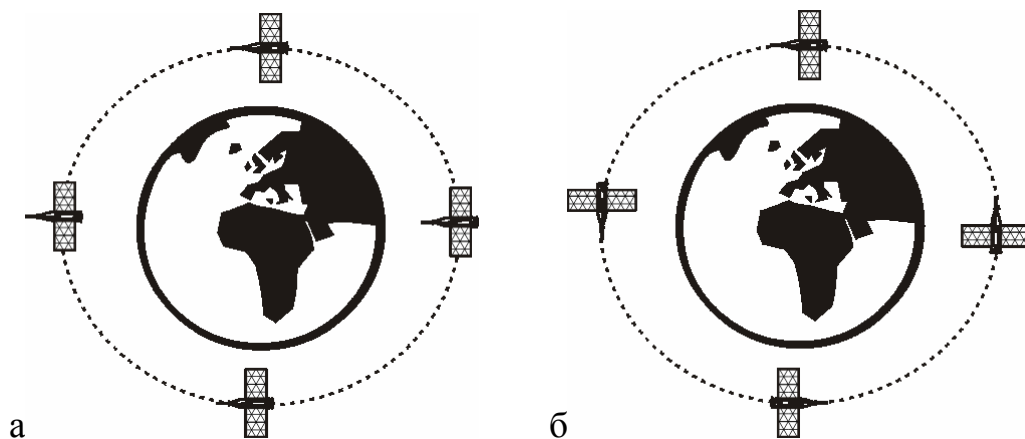


Рис. 1.1. Схема двух основных типов стабилизированного полета КА.

(а) Сохраняется ориентация в абсолютном пространстве.

(б) Сохраняется ориентация относительно поверхности Земли.

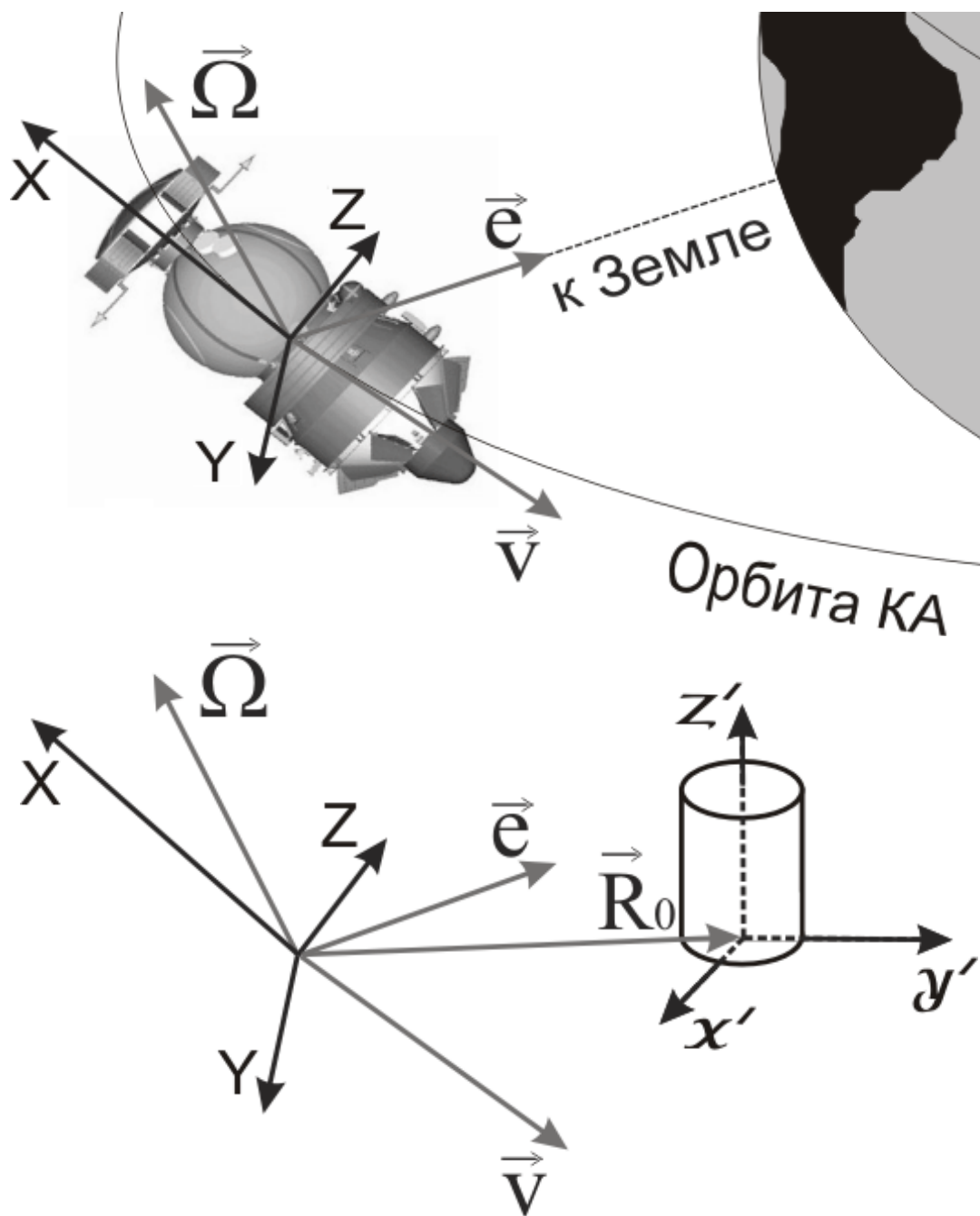


Рис. 1.2. Верхний рисунок: схема полета КА,
нижний рисунок: схема расположения экспериментального объема относительно строительной системы координат КА.

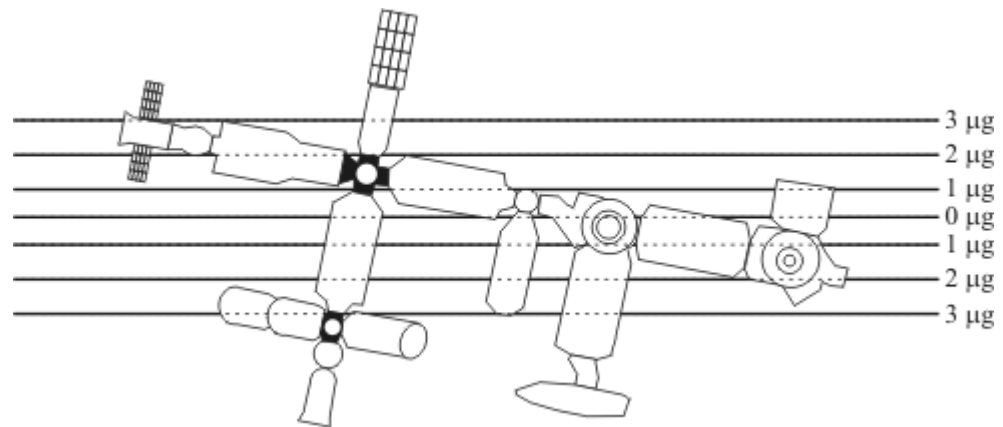


Рис. 1.3. Схема уровня остаточных ускорений вызванных градиентом гравитационного поля на МКС.

Глава 2. Решение ряда двумерных задач в земных и космических условиях

В данной главе излагаются результаты решения ряда задач в двумерной геометрии. Несмотря на развитие компьютерной техники и методов решения трехмерных задач, многие важные результаты можно получить при решении более простых двумерных задач. Такой подход к экспресс-анализу космических экспериментов развит в работах [1; 14; 76; 78].

2.1. Особенности решения двумерных задач

Класс двумерных задач по конвекции в замкнутой области является к настоящему моменту хорошо изученным. Численные методы для решения таких задач широко представлены в монографиях [85; 86; 87; 88; 89; 90].

В двухмерном случае можно исключить давление из уравнений Навье – Стокса, перейдя к переменным вихрь-функция тока (см, например, [85; 90; 91]).

Однако, двумерные задачи могут быть решены и в переменных скорость-давление [89].

2.2. Концепция компьютерной лаборатории

С начала 90-х годов прошлого века в лаборатории математического и физического моделирования в гидродинамике ИПМех РАН разрабатывалась концепция компьютерной лаборатории, включающей в себя системы для решения задач конвективного теплообмена, постановки классических задач и их решения [91].

В настоящее время разработаны общие и специализированные практикумы на основе двумерных компьютерных систем (см., например, [60; 61; 62; 63; 64; 65; 92; 93] и приводимую там библиографию).

Однако, помимо решения классических задач в рамках концепции компьютерной лаборатории в двумерном приближении был решен ряд новых задач, часть из которых представлена ниже в рамках данной главы.

2.3. Время начала влияния конвекции на теплопередачу в задаче подогрева снизу

Условия возникновения конвекции при подогреве снизу изучены достаточно подробно в приближении линейной устойчивости [94], исследованы режимы при различных надкритичностях [95; 96], однако процесс потери устойчивости в нестационарной задаче для гравитационной и капиллярной конвекции еще мало изучен. Так, например, в работе [97] показано, что при моделировании конвекции в трехкомпонентных полупроводниковых соединениях в расчетах наблюдается возникновение и развитие конвективного движения при числах Рэлея, меньших, чем предсказывает линейная теория.

Следует отметить, что механизм конвекции Рэлея – Бенара возникает во многих технологических приложениях, например при выращивании кристаллов методом Чохральского при охлаждении сверху (см., [60] и приводимую там библиографию), а также в некоторых конфигурациях метода жидкостной эпитаксии [98; 99], поэтому интерес к этому типу задач в последнее время не ослабевает.

Результаты, представленные в данном параграфе, являются кратким изложением работ [39; 59], где исследовалось время начала влияния конвекции на теплопередачу от Ra в нестационарной задаче Рэлея – Бенара (подробнее см. [59] и приводимую там библиографию). Следует отметить, что исследования нестационарной конвекции при потере гидростатического равновесия численно начаты в работе [100], где обнаружена зависимость времени начала развития конвекции от числа Грасгофа. В работе [59] исследованы режимы нестационарной конвекции в задаче Рэлея – Бенара, безразмерное время начала влияния конвекции на теплопередачу (Fo^*) определяется по минимуму Nu на нижней границе области (см. рис. 2.1). Зависимость этого времени от числа Ra показана на рис. 2.2.

Ниже подробно представлены результаты в основном для термокапиллярной конвекции.

Следует сразу отметить, что исследования в области нестационарной термокапиллярной конвекции представлены в литературе гораздо реже, чем исследования нестационарной гравитационной конвекции. Хотя в последнее время встречаются работы, в которых подробно освещена как гравитационная, так и капиллярная конвекция, а также их совместное действие [101; 102].

Постановка задачи для термокапиллярного случая аналогична постановке для термогравитационной конвекции [59], однако присутствуют следующие изменения:

В уравнении $\mathbf{g}=\mathbf{0}$.

Граничные условия для скорости:

$$\mathbf{v}(t, x, 0) = \mathbf{v}(t, 0, y) = \mathbf{v}(t, L, y) = \mathbf{0},$$

$$\nu\rho \frac{\partial u(t, x, H)}{\partial y} = \frac{\partial \sigma}{\partial T} \frac{\partial T(t, x, H)}{\partial x}, \quad v(t, x, H) = 0 \quad \text{на свободной поверхности};$$

Граничные условия для температуры:

$$T(t, x, 0) = 1, \quad dT/dx(t, 0, y) = dT/dx(t, L, y) = 0,$$

$$\left(\frac{\partial T(t, x, H)}{\partial y} + Bi \cdot T(t, x, H) \right) = 0 \quad \text{на свободной поверхности};$$

Начальные условия:

$$\mathbf{v}(0, x, y) = \mathbf{0}, \quad T(0, x, y) = (H-x)/H.$$

Решение будет определяться следующими безразмерными параметрами: L/H , Pr , Ma , Bi .

Задача решается с помощью системы COMGA_W (см. [60]) на равномерной сетке 210x21 узел.

В таблице 2.1 приводятся результаты серии параметрических расчетов для термокапиллярной конвекции, в которых варьировалось число Ma , в то время как остальные параметры оставались фиксированными ($L/H=10$, $Pr=1$, $Bi=1$).

При проведении параметрических расчетов время начала влияния конвекции на теплопередачу определялось аналогично работе [59].

Еще одной проблемой при расчетах термокапиллярной конвекции является то, что из-за условий третьего рода по температуре, заданных на свободной поверхности, температура на самой свободной поверхности меняется с течением времени, при этом меняется характерная разность температур и, следовательно, число Марангони. Надо отметить, что на разных участках поверхности температура различна в силу постановки задачи (иначе не было бы эффекта Марангони), поэтому различен вертикальный градиент температуры для различных вертикальных сечений области. В этом случае определение числа Марангони для всей области в целом становится неоднозначным, поэтому приводимые здесь параметрические расчеты имеют качественный характер.

Таблица 2.1. Зависимость времени начала влияния конвекции на теплопередачу Fo^* от числа Ma . $Ma(0)$ – число Марангони, определенное в начальный момент времени, $Ma(Fo^*)$ – число Марангони, определенное во время Fo^* .

$Ma(0)$	$Ma(Fo^*)$	Fo^*
10^3	500	3
$5 \cdot 10^3$	2900	0.68
10^4	6500	0.38
$5 \cdot 10^4$	39000	0.105
10^5	81000	0.06
$5 \cdot 10^5$	450000	0,02

На рис. 2.3 представлена зависимость Fo^* от Ma , приведены два графика для различных способов определения Ma . $Ma = Ma(Fo^*)$ – число Марангони, взятое с учетом изменения масштаба температуры, $Ma = Ma(0)$ – число Марангони, вычисленное по начальному масштабу температуры. Видно, что различные определения Марангони дают не сильно различающиеся результаты.

2.4. Термокапиллярная конвекция в задаче подогрева сбоку при пониженном уровне гравитации

Серия расчетов, представленная в этом и следующем параграфах, проведена для оценки уровня Ma , при котором квазистатическая компонента микроускорения оказывает влияние на распределения тепла и примеси.

В данном параграфе учитывалась реальная геометрия кюветы, установленной на космическом аппарате, и физические свойства силиконового масла ПМС-1 в качестве рабочей жидкости. Рассматривалось плоское конвективное движение вязкой несжимаемой жидкости в длинном горизонтальном слое со свободной поверхностью. Для скорости на всех границах, кроме верхней ставилось условие прилипания, а на верхней свободной границе – условие Марангони. Из-за температурной зависимости силы поверхностного натяжения от температуры на свободной поверхности возникает тангенциальная сила, из-за этого тангенциальная компонента скорости на этой поверхности не равна нулю. Для температуры ставятся такие условия: правая и левая границы – изотермические, причем температура левой границы выше, чем температура правой; верхняя и нижняя границы – теплоизолированные. В качестве начальных условий задается неподвижная жидкость, имеющая по всему объему постоянный градиент температуры, направленный справа налево. Решались двумерные уравнения Навье – Стокса в приближении Буссинеска в переменных вихрь – функция тока для случая присутствия квазистатической компоненты микроускорений. Используются записи реальных микроускорений для космических аппаратов «Мир», «Спейс-Шатл», «Фотон-11» и МКС. Предполагалось, что объем с жид-

костью имеет следующие координаты относительно центра инерции станции: $R=(126, 5, 3)$.

Безразмерные определяющие параметры: $Pr=12$, $Ma=4.7 \cdot 10^5$, $L/H=5$. Моделировалось поведение однокомпонентной жидкости, поэтому уравнение (1.4) не учитывалось.

Расчеты показывают, что квазистатическая компонента микроускорений, записанная для перечисленных выше космических аппаратов, не влияет на термокапиллярную конвекцию в условиях данной постановки, т.е. при $Ma=4.7 \cdot 10^5$. Этот результат является крайне важным, ведь в реальных условиях, для реальных физических сред, в которых возникает термокапиллярный эффект, число Ma достаточно велико, поэтому при моделировании и проведении космического эксперимента учет квазистатической компоненты микроускорений может оказаться излишним. Все зависит от конкретной постановки эксперимента и определяемых характеристик, причем на одни характеристики влияние остаточных ускорений может быть значительным, в то время как другие характеристики могут «не чувствовать» микроускорений. С другой стороны вклад квазистатической компоненты микроускорения всегда следует учитывать в тех случаях, когда имеются сравнительно большие геометрические размеры полости (>1 м) и таким образом число Gr оказывается сравнимым с числом Ma , например, в частично заполненных баках ракетных двигателей при межпланетных перелетах [9; 103].

Заметим, что у многих жидкостей эффекта Марангони вообще не наблюдается, так как их поверхность в реальных условиях быстро загрязняется [101].

В следующем параграфе представлены расчеты, в которых постепенно уменьшалось число Ma при неизменных значениях других определяющих параметров.

2.5. Взаимодействие термокапиллярной конвекция и гравитационной конвекции в условиях космического полета для расплава полупроводника

В данном параграфе рассматривались типичные параметры для полупроводникового расплава и определялось влияние квазистатической компоненты микроускорения на поперечную концентрационную неоднородность при воздействии осложняющего фактора – конвекции Марангони. На рис. 2.4. показано совместное действие микроускорений (КА «Фотон-11», $Gr \sim 10$) и конвекции Марангони на расплав полупроводника ($L/H = 4$, $Pr = 0.01$, $Sc = 10$, горячая стенка справа). Воздействие микроускорений и конвекции Марангони сравнимо, когда $Ma \sim Gr$, при числах Ma , больших характерных Gr для данных остаточных ускорений, конвекция Марангони подавляет тепловую гравитационную конвекцию. Этот факт отмечен еще в работах [1; 103]. Данные исследования показывают более конкретный результат. В условиях космических экспериментов по выращиванию кристаллов полупроводников при наличии свободной поверхности, например, методом БЗП (Бестигельной Зонной Плавки, см., например, [8]) микроускорения не оказывают существенного влияния на формирование течений в расплаве, так как числа $Ma \gg Gr$, но могут влиять на сами термокапиллярные течения (см., например, [53]). Действительно, при $Ma > 10^2$ микрогравитация в целом не оказывает влияния на конвекцию в расплаве, хотя существуют области, вблизи фронта кристаллизации, где интенсивность термокапиллярной конвекции невысока (см. рис. 2.4), что свидетельствует о необходимости учета микроускорений при моделировании роста кристалла из расплава даже при наличии интенсивных капиллярных течений.

В диссертации рассматривается только термокапиллярный эффект, хотя концентрационно-капиллярная конвекция также может иметь место в эксперименте, но в рамках данной постановки предполагается, что $Ma_c \ll Ma$.

2.6. Максимум концентрационного расслоения при конвекции Марангони

Содержание этого параграфа вытекает из предыдущего, так как возникает вопрос о влиянии термокапиллярной конвекции самой по себе. Хотелось бы определить, насколько может быть велико влияние термокапиллярной конвекции, какие числа Марангони вызывают самое высокое концентрационное расслоение, а какие – полное перемешивание с практически однородной концентрацией примеси по всему объему. Исследования этого вопроса в определенной мере были выполнены в работах [104; 105], однако ввиду практической направленности этих работ зависимость $\Delta C(Ma)$ не изучалась подробно. Результаты анализа этой зависимости для расплава полупроводника, а также конкретное значение числа Ma , при котором наблюдается максимум концентрационной неоднородности, по-видимому, получены впервые в этой работе.

Рассматривается двумерная прямоугольная область с верхней свободной границей ($L/H=4$). Между боковыми границами области задана разность температуры и концентрации. Неравномерный нагрев свободной поверхности вызывает термокапиллярную конвекцию. Рассматривается расплав полупроводника $Pr=0.016$, $Sc=10$. Сила тяжести отсутствует: $Gr=0$.

Исследуется разность концентраций между верхней и нижней точками области в центральном поперечном сечении (ΔC). Зависимость ΔC от Ma показана на рис. 2.5. Видно, что при $Ma \sim 1$ имеется выраженный максимум концентрационного расслоения, с увеличением чисел Ma поперечное концентрационное расслоение убывает, что связано с выравниванием концентрации внутри исследуемого объема за счет сильного перемешивания. Подобные эффекты максимума для гравитационной конвекции были показаны в монографии [1], но эффект максимума концентрационного расслоения при термокапиллярной конвекции обнаружен впервые. В Главе 5 будет описан подобный эффект для случая поступательных вибрационных воздействий.

2.7. Обсуждение методов управляющих воздействий в условиях микрогравитации на КА

В условиях пониженной гравитации, когда влияние гравитационной конвекции существенно снижено, но полностью не исключено, возникает вопрос об управляющих воздействиях, которые могут повлиять на структуру возникающего течения необходимым для проведения эксперимента образом. Также важно отметить, что в космических условиях могут проявиться эффекты, маскируемые в земных условиях действием гравитационной конвекции.

Было исследовано влияние поступательных вибраций, как одного из типов управляющих воздействий, на конвекцию Марангони в силиконовом масле ПМС-1 ($Pr=12$, $Ma=4.7 \cdot 10^5$) в емкости с характерным размером 5 см (см. также [66]). Оказалось, что такой тип воздействия является неэффективным для термокапиллярной конвекции в условиях рассмотренной постановки.

Однако вибрационные воздействия могут оказывать влияние на порог устойчивости равновесия в задаче подогрева снизу при конвекции Марангони [106]. В таких задачах немаловажным фактом является деформируемость свободной поверхности, модели учета которой сейчас достаточно развиты [107]. Следует отметить, что даже при отсутствии температурной стратификации поступательные вибрации могут вызвать конвекцию, возникающую в силу деформации свободной поверхности, что подробно изучено в [107; 108].

В условиях микрогравитации управляющие воздействия сводятся, в основном, к высокочастотным вибрациям или воздействию электромагнитных полей. Применение обоих методов в условиях космической станции сталкивается с проблемами технического характера, так как приборы должны удовлетворять определенным техническим требованиям и не производить внешних воздействий на КА выше установленных норм. В следующем параграфе приводится исследование управляющего воздействия, идея которого была разработана во время совместных работ лаборатории математического и физического моделирования в гидродинамике ИПМех РАН с центральным научно-исследовательским институтом машиностроения (ЦНИИМаш.) по теме «Разра-

ботка расчетно-теоретической модели натурального эксперимента по синхронному моделированию технологических процессов направленной кристаллизации полупроводников». В рамках этой работы выполнено моделирование конвективных течений в двухмерном приближении в условиях РС МКС, позволившее в первом приближении оптимизировать ориентацию научной аппаратуры относительно осей строительной системы координат МКС для снижения воздействия остаточных ускорений.

2.8. Моделирование влияния ориентации кюветы с неравномерно нагретой жидкостью/газом относительно вектора остаточных ускорений на величину и характер возникающих в ней течений

Каким образом нужно ориентировать ампулу с расплавом полупроводника относительно вектора остаточных ускорений интуитивно понятно. Для ответа на этот вопрос следует вспомнить ряд простых примеров: задачу о подогреве сбоку, задачу о подогреве снизу и задачу о подогреве сверху. В случае подогрева сбоку конвекция всегда присутствует, а в случае подогрева сверху, когда градиент температуры антипараллелен вектору ускорения, – конвекции нет, в случае подогрева снизу конвекция носит пороговый характер, но для случая микрогравитации можно считать, что и в задаче подогрева снизу конвекция отсутствует. Однако при небольшом отклонении направления вектора микроускорения от направления градиента температуры конвекция неизбежно возникает. Приведенные ниже примеры иллюстрируют влияние направления вектора остаточного ускорения на интенсивность конвекции.

Рассматривается двумерная область ($H=2$ см – высота полости, $L=4$ см – длина полости). Для исследуемой жидкости используются физические свойства, характерные для полупроводникового расплава ($Pr=0.01$, $Sc=10$, $\beta=2.5 \cdot 10^{-4}$, $\nu=0.0013$). На боковых границах поддерживается разность температур $\Delta T=50$. Остаточные ускорения моделируются с помощью постоянного ускорения $g=10^{-2}$ см/с², что соответствует по порядку величины остаточным ускорениям на бор-

ту МКС, возникающим во время маневров станции. Таким образом, для приведенных параметров $Gr=588$.

На рис. 2.6 (а) вектор остаточных ускорений перпендикулярен градиенту температуры и концентрации пассивной примеси. Видно, что возникает интенсивное течение. В случаях, показанных на рис. 2.6 (б) и (в) конвекция не возникает. При отклонении вектора остаточных ускорений от градиента температуры интенсивность течения зависит от величины этого отклонения (см. рис. 2.6 (г) и (д)).

Приведенные выше результаты говорят о том, что направление вектора ускорения относительно градиента температуры существенным образом влияет на возникающую под воздействием микроускорений гравитационную конвекцию. Однако простой путь решения задачи подавления конвекции путем создания устройства, которое будет поворачивать экспериментальную установку вслед за вектором гравитационного поля, может столкнуться с рядом трудностей. Во-первых, до сих пор экспресс-анализ микроускорений, несмотря на наличие большого количества акселерометрических систем, не позволяет давать данные о направлении микроускорений без значительного запаздывания, да и данные о модуле микроускорений можно получать лишь с опозданием на несколько минут. Во-вторых, если велико влияние изотермической конвекции, которая возникает при наличии ускоренного вращения КА, что характерно для маневров КА и случаев изменения динамики полета, то ее влияние невозможно устранить путем изменения ориентации экспериментальной установки.

Однако, при некоторых условиях полета, направление вектора микроускорения оказывается ограниченным в пределах небольшого телесного угла, что существенно упрощает задачу создания и использования поворотной платформы.

Из результатов предварительного анализа микроускорений на МКС важным является то, что для Российского сегмента при некоторых режимах стабилизированного полета квазистатическая компонента микроускорения вы-

зывается, в основном, градиентом гравитационного поля, поэтому направление остаточного ускорения меняется слабо.

Для моделирования рассматривалась точка $R=(-1500 \text{ см}, 106 \text{ см}, 106 \text{ см})$ в строительной системе координат КА, лежащая в пределах Российского сегмента МКС. Использовалась запись квазистатической компоненты микроускорения соответствующая дате 05.11.2001.

Расчетная область ориентировалась так, чтобы градиент температуры оказался направленным параллельно оси X строительной системы координат. Расчеты проводились для двумерной геометрии в плоскости XZ строительной системы КА. В этом случае конвекция лишь незначительно влияла на распределение концентрации (см. рис. 2.7 (а)). Если, например, развернуть область на 90 градусов, то конвективное течение окажется значительным (см. рис. 2.7 (б)). Еще один пример влияния ориентации технологической ампулы с расплавом полупроводника на величину распределения примеси для трехмерной цилиндрической постановки будет показан в Главе 5.

2.9. Расчет датчика конвекции, основанного на измерении скорости движения среды

В приборах типа ДАКОН (см. Главу 4) воздействие микроускорений на неравномерно нагретую среду определялось по поперечной температурной неоднородности. Измерения такого типа связаны с целым рядом технических трудностей, связанных с крайне малой величиной поперечной температурной неоднородности. Идея измерения скоростей течения, которое вызывает эти поперечные температурные неоднородности, должна лечь в основу прибора, предварительные оценки работы которого представлены в этом параграфе.

Основной целью данного исследования является подбор параметров прибора и модельного вещества, в котором будут возникать течения достаточные для их измерения современными оптическими методами. Дополнительным является требование проверки подобия течений, возникающих в приборе, с течениями в расплаве полупроводника для анализа возможности проведения экспе-

римента по синхронному физическому моделированию течений в расплаве полупроводника и в прозрачной модельной жидкости в условиях космического полета.

2.9.1. Постановка задачи, физические свойства модельных жидкостей

Цель расчетов - сопоставление воздействия микроускорений на расплав полупроводника (Ge с примесью Si), силиконовое масло ПМС-1, воду и спирт (см. таблицу 2.2).

Рассматривается плоская геометрия 4x4 см. Для моделирования малой силы тяжести ее направление выбирается перпендикулярным градиенту температуры. Для всех типов жидкостей задается перепад температуры между горячей и холодной стенками 40 градусов, что соответствует градиенту температуры 10 градусов/см. Уменьшение перепада температуры в n -ое число раз будет производить такой же эффект, как уменьшение силы тяжести в такое же число раз. Поэтому параметрических исследований для различных перепадов температуры между вертикальными стенками не производится.

Таблица 2.2. Физические свойства рабочих сред.

	ν , см ² /с	a , см ² /с	Pr	β , K ⁻¹
ПМС-1	$8 \cdot 10^{-3}$	$6.6 \cdot 10^{-4}$	12	$1.45 \cdot 10^{-3}$
Расплав	$1.3 \cdot 10^{-3}$	$8.1 \cdot 10^{-2}$	0.016	$2.5 \cdot 10^{-4}$
Вода	10^{-2}	$1.43 \cdot 10^{-3}$	7	$3.14 \cdot 10^{-3}$
Спирт	$1.5 \cdot 10^{-2}$	$8.8 \cdot 10^{-4}$	17	$1.1 \cdot 10^{-3}$

2.9.2. Выбор наиболее подходящей модельной среды

В таблице 2.3 представлены значения горизонтальной скорости в точке с координатами (2 см, 1 см) для постоянной силы тяжести $1 \mu g$ (0.001 см/с^2), направленной перпендикулярно градиенту температуры. Выбор точки для определения скорости обусловлен требованием поиска оптимальной области для экспериментального измерения скорости. С одной стороны это должна быть

точка, где скорость течения близка к максимальной, с другой стороны она должна быть простой для позиционирования аппаратуры. В ходе эксперимента может оказаться технически затруднительным менять точку измерения скорости. На рис. 2.8 показано поле скорости для ПМС-1. Следует заметить, что для малой силы тяжести поля скорости для различных веществ отличаются только по абсолютному значению, а не по характеру.

Таблица 2.3. Горизонтальная скорость в точке (2 см, 1 см) в см/с. $g=0.001 \text{ см/с}^2$.

Расплав	ПМС-1	Вода	Спирт
$4.5 \cdot 10^{-4}$	$4.1 \cdot 10^{-4}$	$3.7 \cdot 10^{-4}$	$8.6 \cdot 10^{-5}$

По данным расчетов, представленных в таблице 2.3, следует вывод, который можно сделать из теории подобия: *для экспериментального наблюдения движения жидкости лучше всего использовать жидкость с минимальной кинетической вязкостью и максимальным коэффициентом объемного расширения*. То есть максимизировать критерий Gr для данной жидкости, в отличие от экспериментов типа ДАКОН, где нужно стремиться к увеличению числа Ra.

2.9.3. Расчет скорости движения жидкости и поперечного температурного расслоения при различных амплитудах остаточных ускорений

Дальнейшие параметрические расчеты проводились для силиконового масла ПМС-1, так как скорость, возникающих в нем движений близка к скорости движений, возникающих в расплаве. Сила тяжести изменялась от $0.1 \mu g$ (0.0001 см/с^2) до $1000 \mu g$ (1 см/с^2).

На рис. 2.9 и 2.10 представлены результаты таких расчетов. Видно, что при небольших амплитудах силы тяжести скорость и вертикальная температурная неоднородность линейно зависят от силы тяжести. Однако диапазон такой линейной зависимости для силиконового масла и расплава полупроводника существенно отличается. Так, в расплаве полупроводника линейная зависимость скорости течения от воздействующего ускорения наблюдается практически до

100 μg , а в силиконовом масле только до 1 μg . Поэтому для проведения эксперимента по предсказанию интенсивности движения в расплаве полупроводника по интенсивности движения в силиконовом масле необходимо определить функцию, аргументом в которой будет скорость в ПМС-1, а выходным значением скорость движения в расплаве.

В пределах от 0.1 до 10 μg соотношение между скоростью в силиконовом масле и скоростью в расплаве можно аппроксимировать параболой $y=629 \cdot x^2 + 0,817 \cdot x + 9,12 \cdot 10^{-6}$, но при больших микроускорениях необходима более сложная зависимость.

2.9.4. Оценка времени реакции системы на изменение остаточных ускорений

Важным параметром является не только амплитуда отклика на внешнее воздействие, но и характерное время реакции на это воздействие. Очевидно, что время реакции поля скорости на изменение массовой силы будет порядка квадрата характерного размера, деленного на вязкость, а время выравнивания температуры – порядка характерного размера, деленного на температуропроводность. В таблице 2.4 приведены эти характерные времена для силиконового масла и расплава полупроводника. Видно, что эти времена велики, следовательно, с помощью измерения скорости движений жидкости можно будет фиксировать только низкочастотные ускорения ($\ll 0.01$ Гц). Следует отметить различие в характерных временах этих веществ, что неизбежно приведет к различию динамики реакции на одинаковые нестационарные микроускорения, возникающие в условиях космического полета. На рис. 2.12 показана реакция скорости течения на воздействия микроускорения КА «Фотон-11» (рис. 2.11), видно, что скорость с небольшим запаздыванием реагирует на изменение микроускорения. Для силиконового масла такое запаздывание несколько меньше, чем для расплава полупроводника, но составляет, тем не менее, около минуты. Скорости движения в силиконовом масле под действием реальных микроускорений составляют чуть менее 10^{-3} см/с.

Из рис. 2.13 видно, что динамика температурного расслоения, возникающего под действием микроускорений, отличается от динамики скорости течения, что связано с различием в характерных временах (см. таблицу 2.4).

Таблица 2.4. Характерные гидродинамические времена (для данной постановки задачи).

	ПМС-1	Расплав полупроводника
Характерное вязкое время, с	2000	24000
Характерное тепловое время, с	12300	200

2.9.5. Влияние удлинения области

Так как в технологической практике редко попадаются экспериментальные объемы с аспектным отношением 1:1, следует сделать несколько замечаний по поводу влияния удлинения на скорость движения жидкости под действием микроускорений. В работе [7] для трехмерной цилиндрической геометрии аналитически и экспериментально показано, что относительное поперечное температурное расслоение пропорционально произведению числа Ра на квадрат отношения радиуса к длине цилиндра. Аналогичные выводы можно сделать для скорости движения жидкости.

2.9.6. Выводы

Расчеты, проведенные в параграфе 2.10, показывают принципиальную возможность измерения остаточных ускорений по изменению скорости движения жидкости под действием остаточных ускорений.

Предсказание движений, возникающих в расплаве полупроводника по наблюдению течений в модельной прозрачной жидкости возможно при условии малых по амплитуде остаточных ускорений (до $10 \mu g$). При этом фиксироваться будет только постоянная и низкочастотная составляющая микроускорения (до 0.01 Гц).

Для лучшего определения динамики микроускорений необходимо выбирать жидкость с небольшим характерным вязким временем.

2.10. Заключительные замечания по решению двумерных задач в земных и космических условиях

В данной главе упомянута концепция компьютерной лаборатории, в рамках которой решен ряд новых задач в двумерной постановке. Показана возможность качественной интерпретации реальных экспериментов на основе двумерного приближения, требующего незначительных вычислительных затрат на данном этапе развития компьютерной техники и позволяющего производить вычисления «в режиме реального времени», то есть в рамках времени проведения моделируемого физического эксперимента. Более подробная информация о компьютерной лаборатории содержится в Приложении 1.

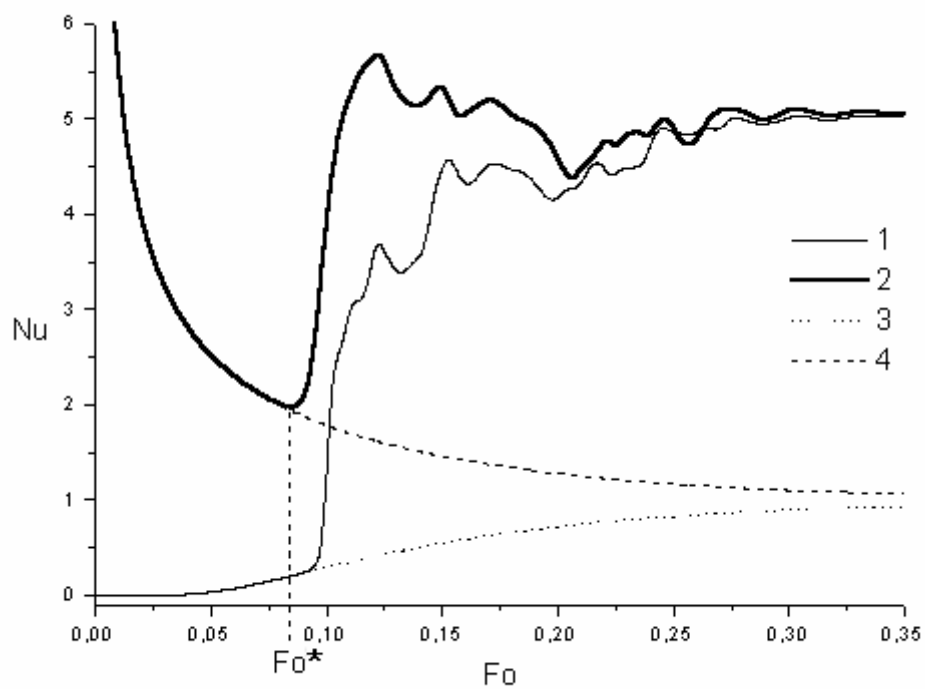


Рис. 2.1. Зависимость $Nu(Fo)$, возникающая при решении нестационарной задачи. 1 – на верхней границы, 2 – на нижней границе, 3 – на верхней границе в случае чистой теплопроводности, 4 – на нижней границе в случае чистой теплопроводности.

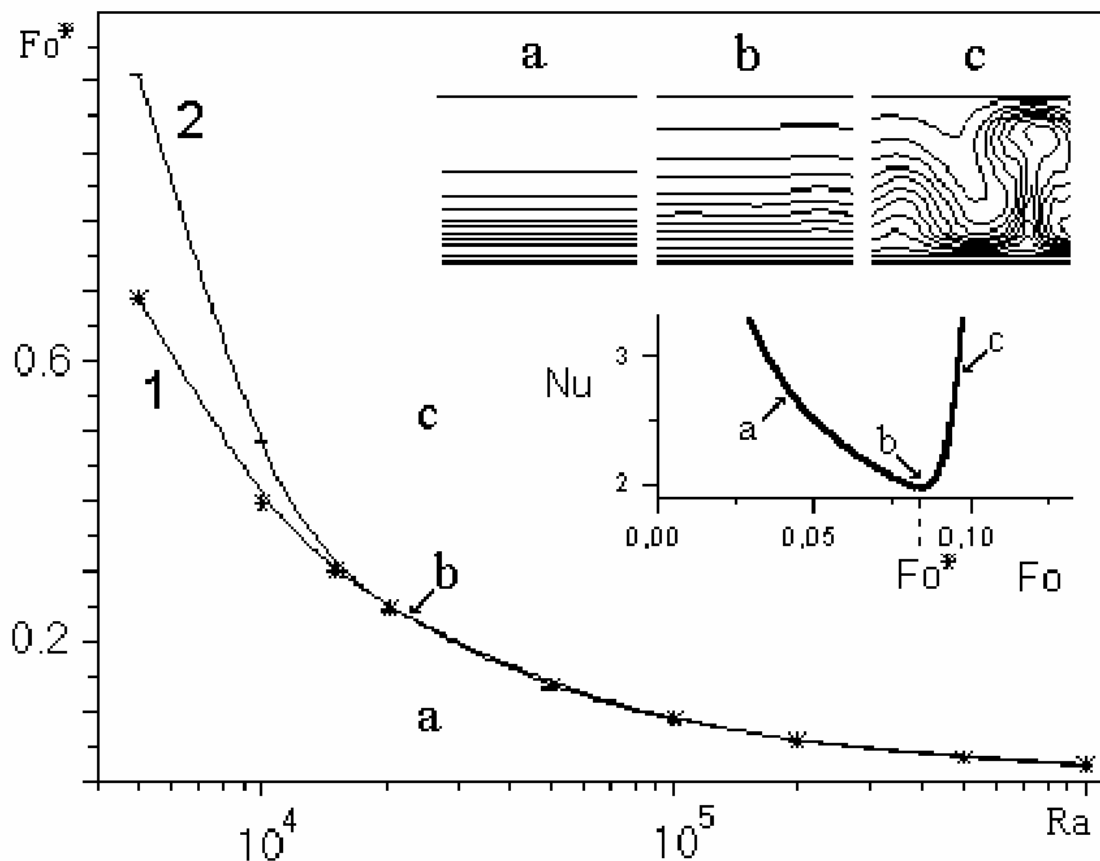


Рис. 2.2. Зависимость $Fo^*(Ra)$. Режимы a , b , c реализуются последовательно при решении нестационарной задачи.

a – режим чистой теплопроводности,

b – момент начала влияния конвекции на теплопередачу, характеризующийся минимумом теплового потока через нижнюю границу,

c – режим развитой конвекции.

Справа приведены фрагменты поля температуры и зависимости $Nu(Fo)$ (см. рис. 2.1), поясняющие границы режимов.

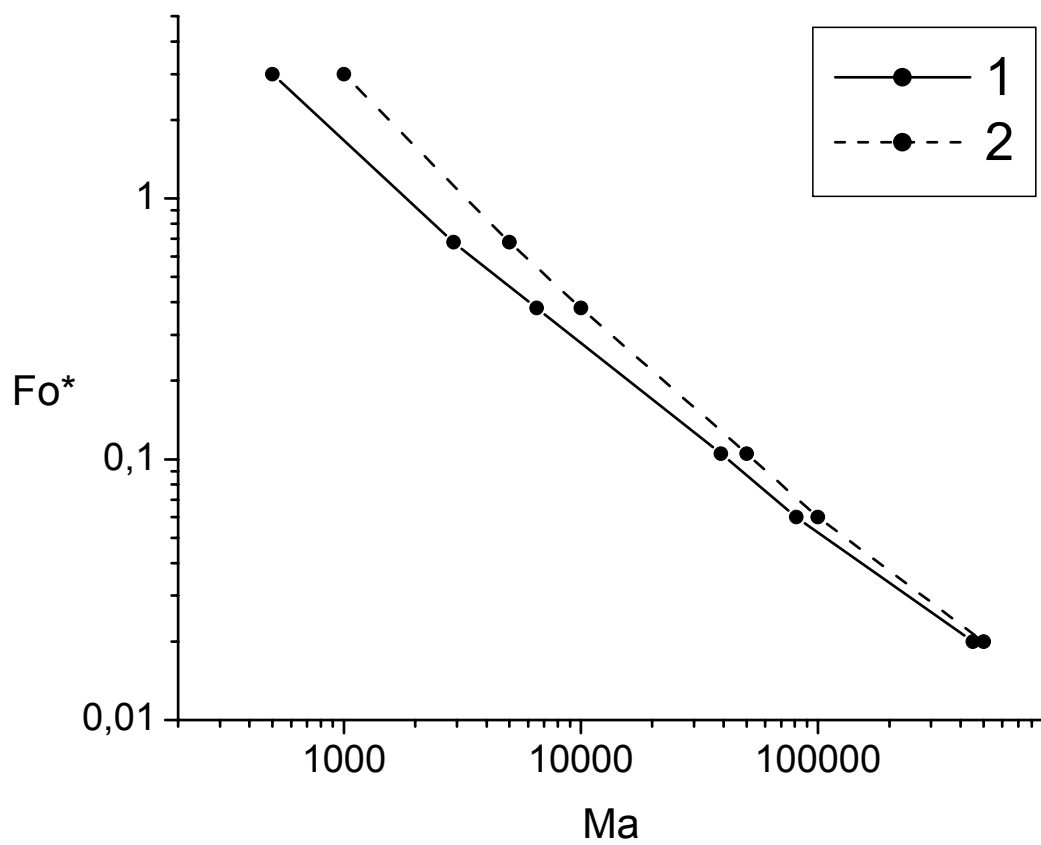


Рис. 2.3. Зависимость $Fo^*(Ma)$ в логарифмических координатах.

1 – $Ma=Ma(Fo^*)$, 2 – $Ma=Ma(0)$.

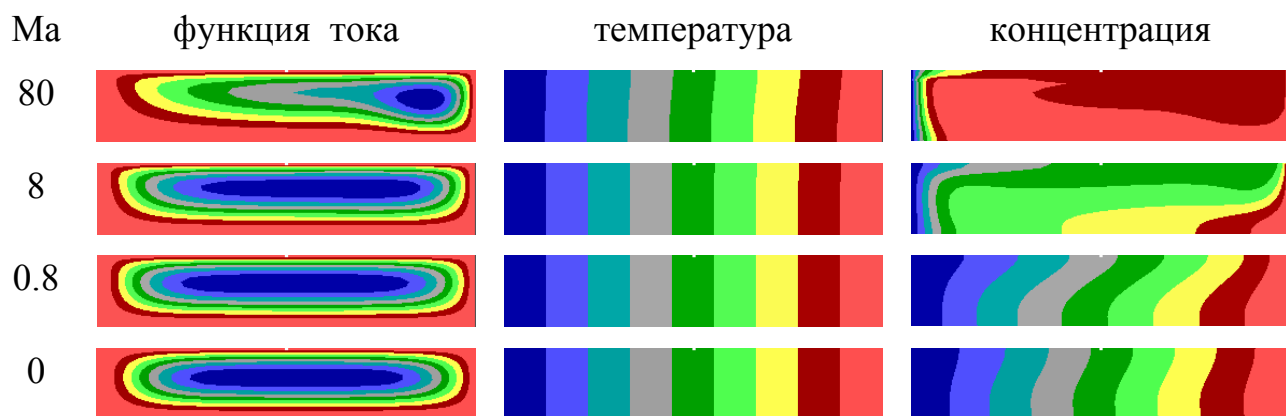


Рис. 2.4. Совместное действие микроускорений (КА «Фотон-11», $Gr \sim 10$) и конвекции Марангони на расплав полупроводника ($L/H = 4$, $Pr = 0.01$, $Sc = 10$).

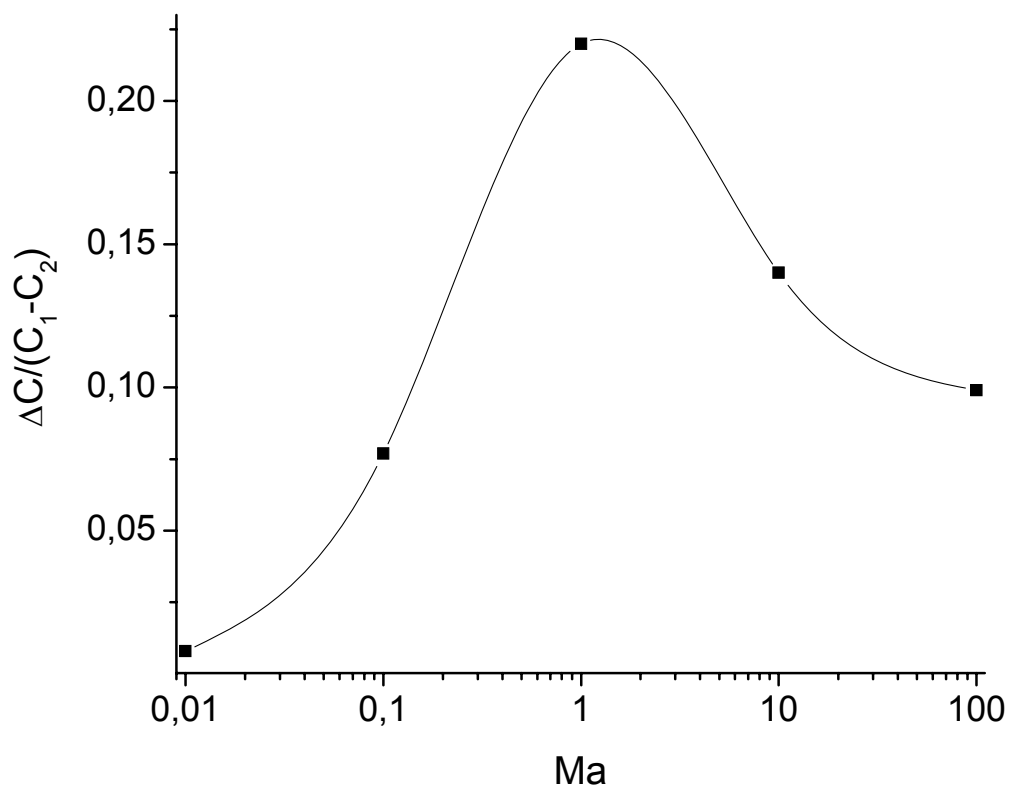


Рис. 2.5. Зависимость относительного поперечного концентрационного расслоения от числа Марангони. Эффект максимума.

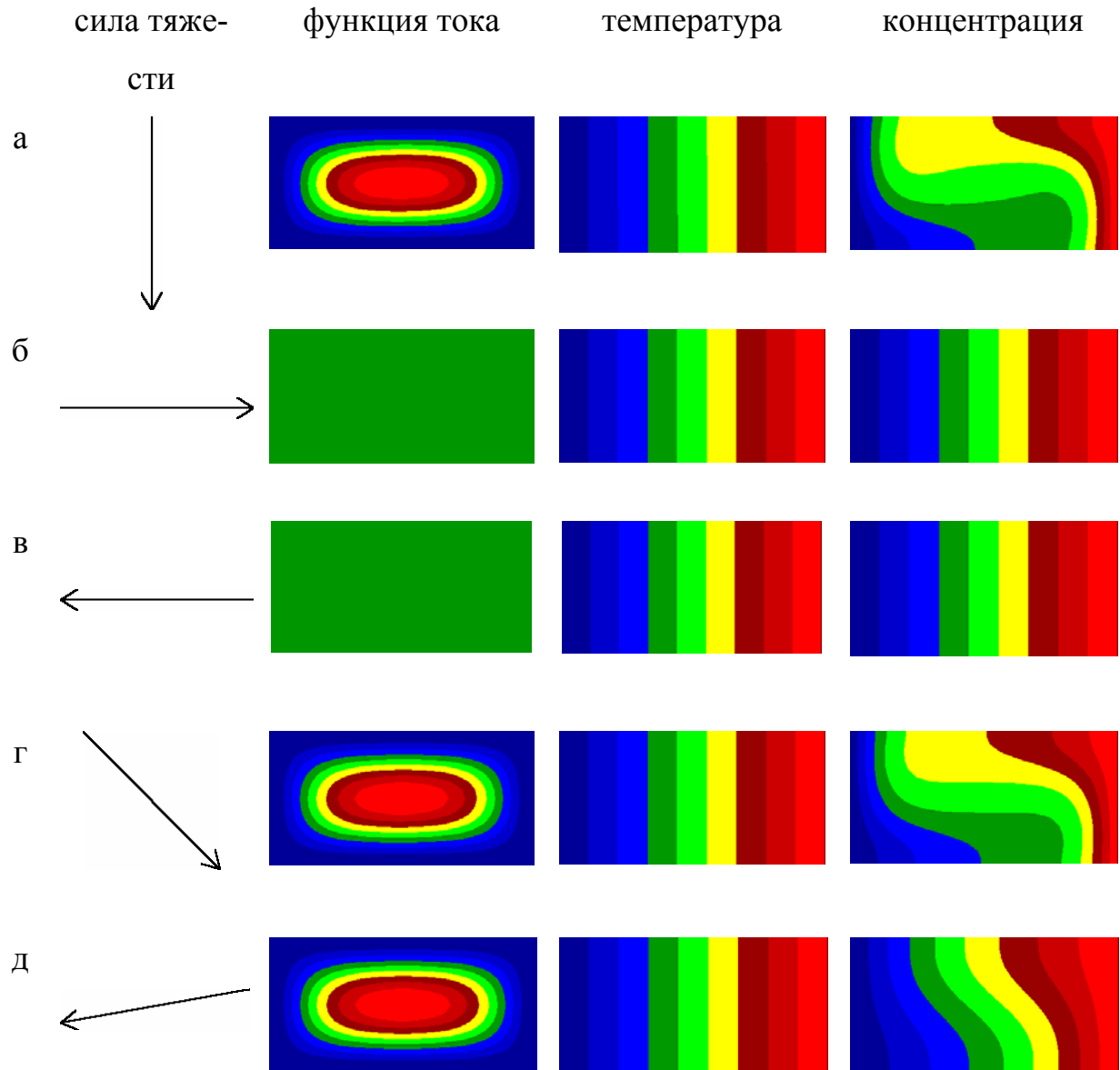


Рис. 2.6. Вектор силы тяжести, поле функции тока, поле температуры, поле концентрации пассивной примеси.

- (а) - вектор остаточных ускорений перпендикулярен градиенту температуры,
 (б) - вектор остаточных ускорений параллелен градиенту температуры,
 (в) - вектор остаточных ускорений антипараллелен градиенту температуры,
 (г) - вектор остаточных отклонен от градиента температуры на 45 градусов,
 (д) - вектор остаточных отклонен от градиента температуры на 170 градусов.

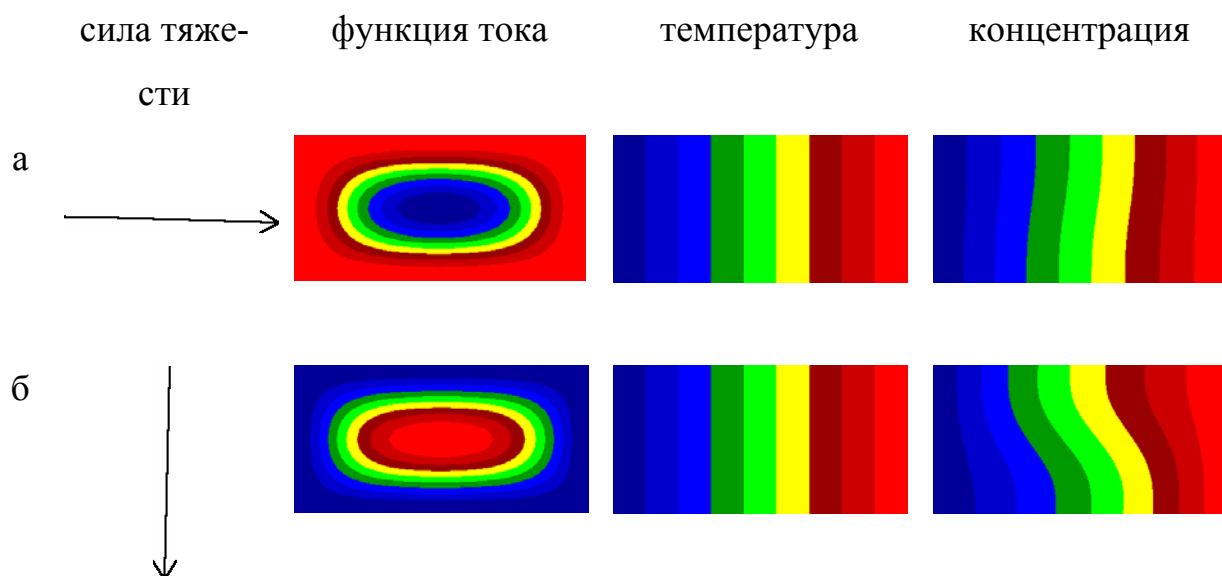


Рис. 2.7. Вектор силы тяжести, поле функции тока, поле температуры, поле концентрации пассивной примеси при использовании реальных микроускорений на РС МКС.

- (а) – область ориентирована вдоль оси X строительной системы координат КА,
 (б) – область ориентирована перпендикулярно оси X строительной системы координат КА.

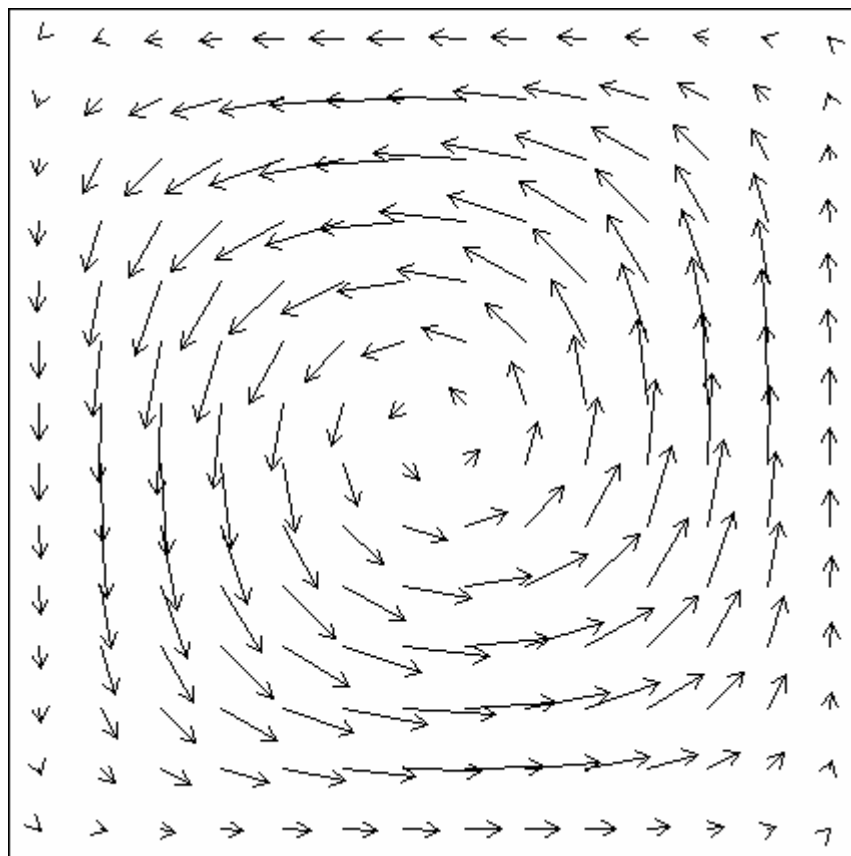


Рис. 2.8. Векторное поле скорости для плоской квадратной геометрии.

Микроускорение $1 \mu g$ направлено вниз.

Левая стенка – холодная, правая – горячая.

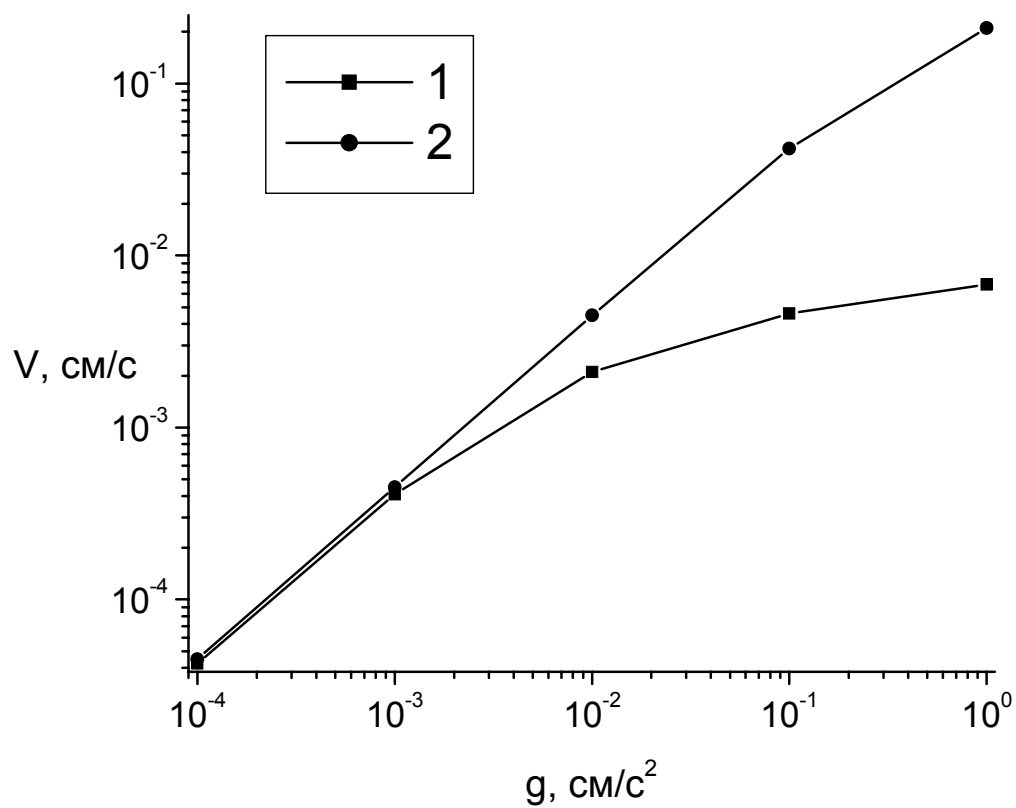


Рис. 2.9. Зависимость возникающей в среде скорости V от приложенного микроускорения g . (1) – силиконовое масло, (2) – расплав полупроводника.

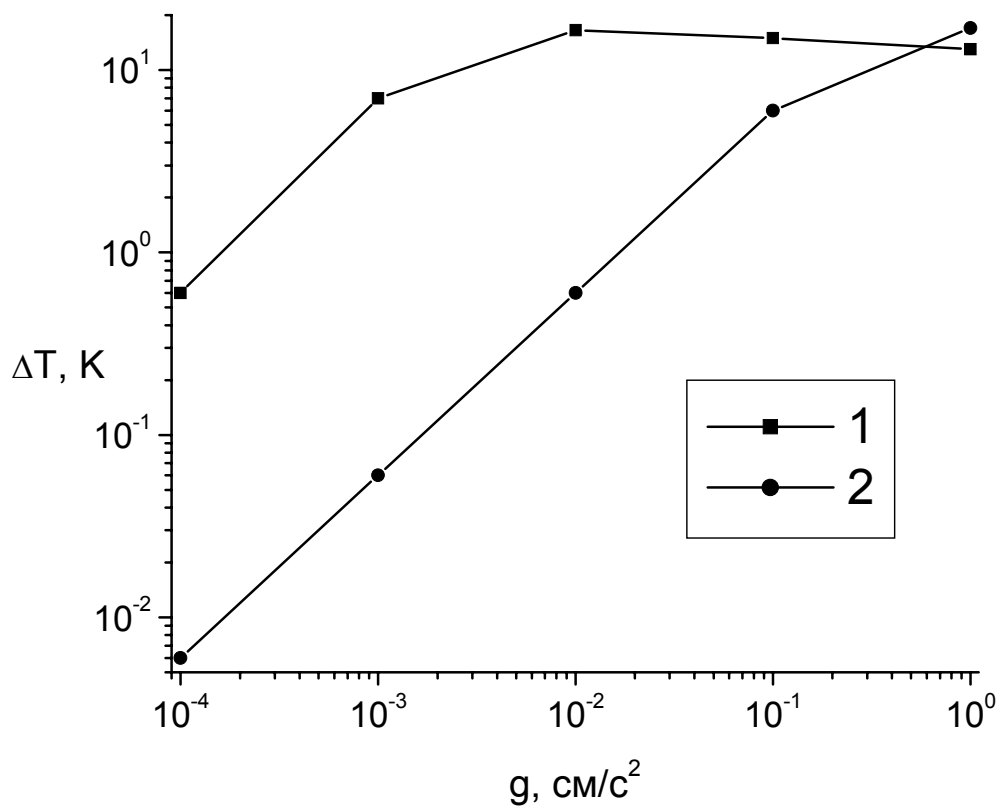


Рис. 2.10. Зависимость возникающей в среде поперечного температурного расслоения ΔT от приложенного микроускорения g . (1) – силиконовое масло, (2) – расплав полупроводника.

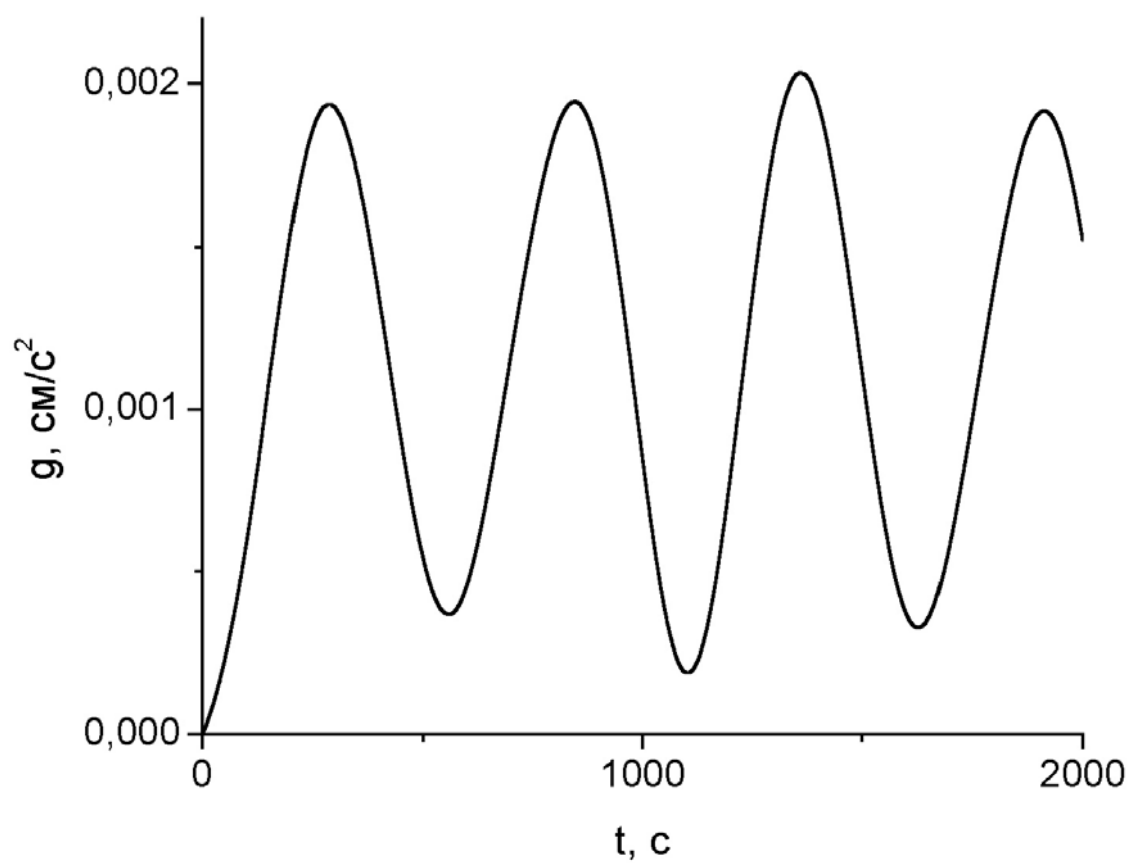


Рис. 2.11. Зависимость микроускорения g , перпендикулярного градиенту температуры, от времени (микроускорения взяты для КА «Фотон-11»).

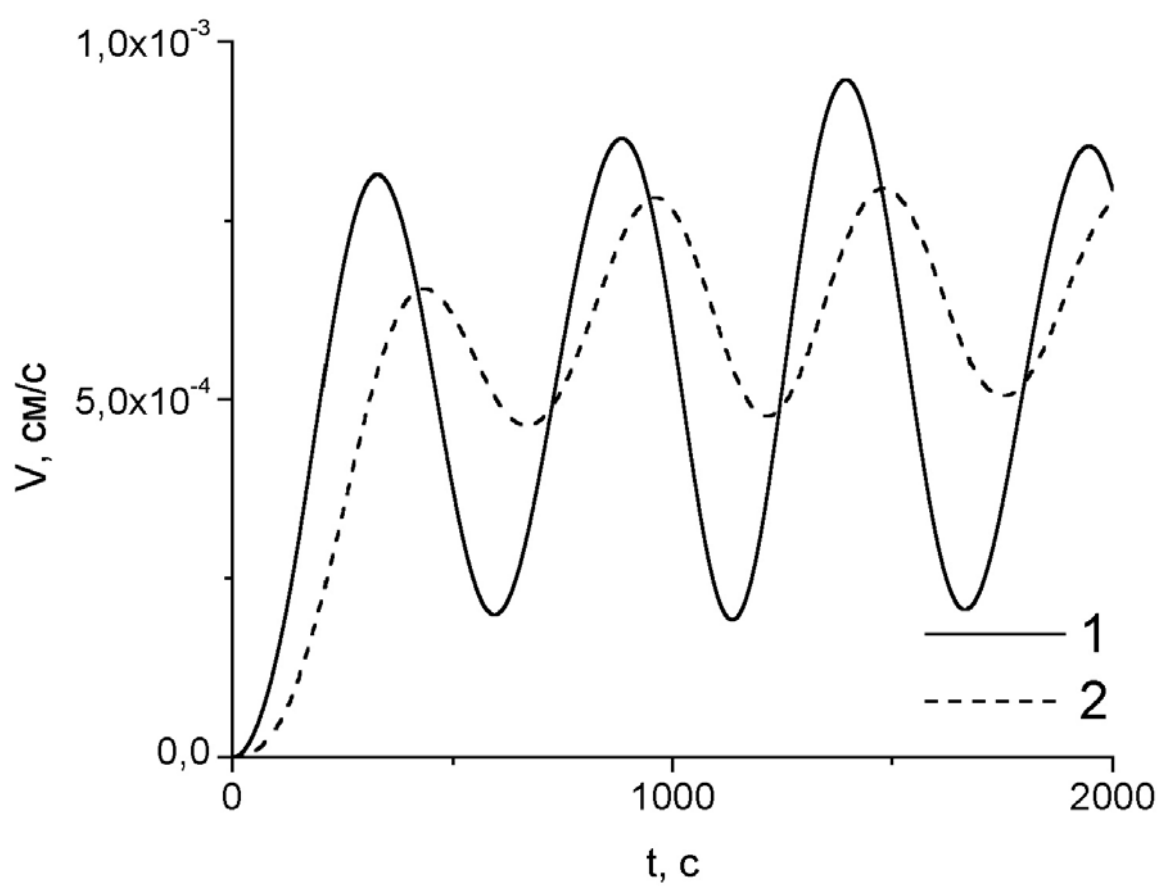


Рис. 2.12. Изменение скорости V , вызванное изменением микроускорения.

(1)– силиконовое масло, (2) – полупроводниковый расплав.

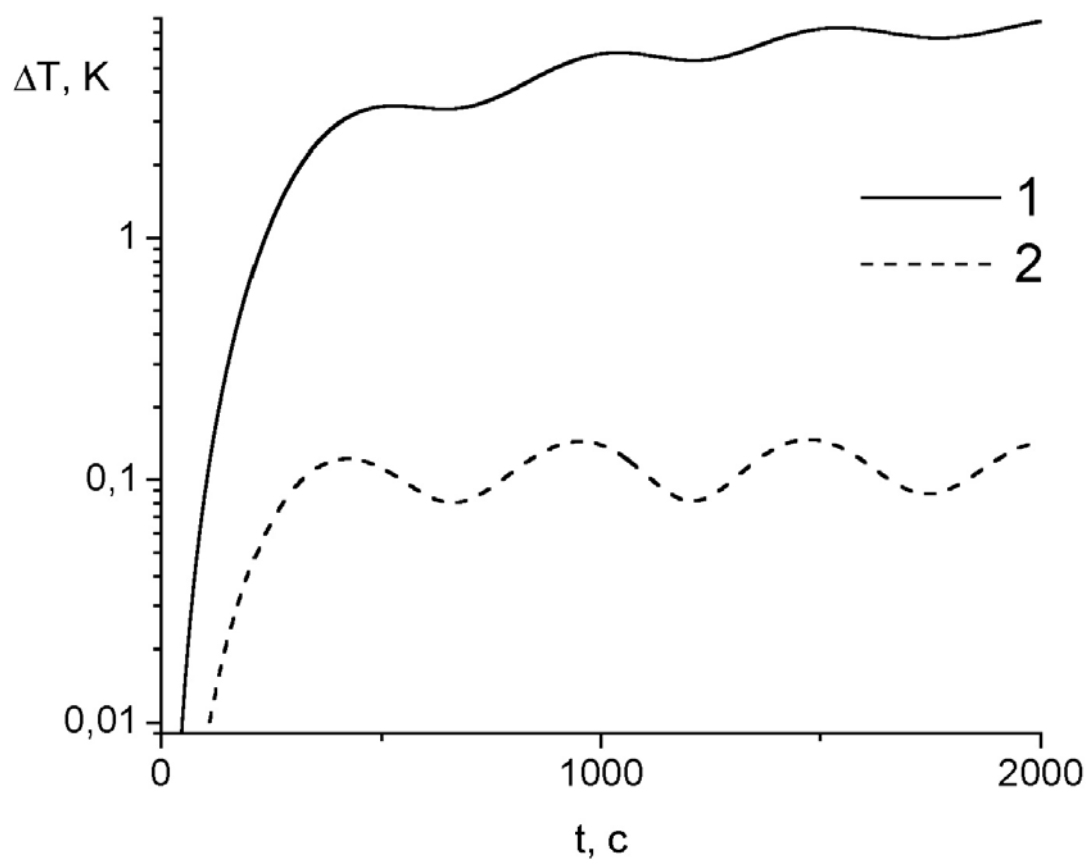


Рис. 2.13. Изменение поперечной температурной неоднородности ΔT , вызванное изменением микроускорения. (1) – силиконовое масло, (2) – полупроводниковый расплав. Температурная неоднородность отложена в логарифмическом масштабе, для возможности сопоставления температурного расслоения для силиконового масла и расплава полупроводника.

Глава 3. Методика трехмерных расчетов в цилиндрической области. Тестовые расчеты: сравнение результатов с другими авторами

Материалы, изложенные в данной главе, являются в определенной степени вспомогательными. Они необходимы для понимания материала в Главах 4, 5, но их отдельное изложение необходимо для того, чтобы выделить методические аспекты работы.

В связи со стремительным развитием численных методов исследований, результаты, изложенные в данной главе, имеют самостоятельную ценность, так как могут быть использованы для тестов новых численных схем. Ниже приводятся расчеты для цилиндрического кода, подобные работы есть и для кубической геометрии (см, например, [109]), однако анализ зависимости решения от геометрии задачи выходит за рамки данной работы.

3.1. Методика расчетов

При численном моделировании использовался метод расчетов, автором которого является доктор физико-математических наук Н.В. Никитин [110]. Подробное изложение метода выходит за рамки этой работы (см. Приложение 2). Решение задач, представленных в Главах 4, 5, и тестовых примеров, представленных ниже в этой главе, выполнено в трехмерной геометрии на разнесенных сетках. Интегрирование по времени выполнялось с помощью неявного метода Рунге – Кутты второго порядка точности. Решение уравнения Пуассона для давления выполнялось методом быстрого преобразования Фурье (FFT).

Данная методика относится к классу методов прямого численного моделирования (DNS), применение которых при решении задач с высокой надкритичностью требует использования подробных сеток, а, следовательно, больших вычислительных ресурсов. Надо заметить, что в последнее время для решения задач турбулентной конвекции развиты методы решения осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье – Стокса (RANS), методы моделирования крупных вихрей (LES) и другие методы (см., например, [111]). Однако, в трехмерных за-

дачах, рассматриваемых в диссертации, турбулентных режимов не возникает из-за низких чисел Ra , которые соответствуют остаточным ускорениям.

3.2. Тестирование расчетного кода в задаче подогрева сбоку

Перед использованием трехмерного кода для расчетов конвекции в космических условиях нужно было проверить правильность получаемых с помощью него результатов на более простых задачах. В качестве одной из таких задач была выбрана постановка из работы [112], где подробно изложены результаты экспериментальных, численных и аналитических исследований конвекции в горизонтальном цилиндре.

Рассматривался цилиндрический объем радиусом $R=1$ см, длиной $L=10$ см (см. рис. 3.1). На каждом из торцов цилиндра была задана постоянная температура: $T_c=300$ К ($z=0$), $T_h=362$ К ($z=L$). Боковая поверхность цилиндра предполагалась теплоизолированной. Полость была заполнена азотом ($Pr=0.73$). Число Ra , определяемое по R , варьировалось от 74 до 18700 (в эксперименте путем изменения давления азота). Ось симметрии цилиндра была направлена перпендикулярно силе тяжести.

В численных расчетах [112] использовалась сетка $9 \times 32 \times 33$ (r, φ, z) для Ra в диапазоне (70, 18700) и сетка $9 \times 32 \times 65$ для Ra в диапазоне (3580, 18700).

В расчетах настоящей работы использовались следующие входные данные: высота цилиндра $Z=10$ см, радиус $R=1$ см, вязкость $\nu=1$ см²/с, $Pr=0.73$, разность температур $\Delta T=100$ К. Число Рэлея варьировалось за счет изменения коэффициента объемного расширения ($\beta=0.049$ соответствует $Ra=3580$, $\beta=0.256$ соответствует $Ra=18700$). Исследовалось стационарное решение на сетке $8 \times 32 \times 64$ (r, φ, z).

В качестве индикатора для сравнения результатов использовалась проекция безразмерного градиента температуры на ось цилиндра в центре исследуемого объема (см. таблицу 3.1). Градиент обезразмеривался на общий перепад температуры между торцами.

Таблица 3.1. Проекция безразмерного градиента температуры на ось цилиндра в центре области.

Ra	[112]			Расчет данной работы
	Аналитич.	Числен.	Эксперим.	
660	0.094	0.0996	0.099	-
3580	0.064	0.0976	0.093	0.09399
8860	0.049	0.0935	-	-
18700	0.034	0.0827	0.078	0.07986

Данные, приведенные в таблице 3.1, показывают хорошее совпадение расчетов, полученных с помощью разработанного кода с численными и экспериментальными результатами [112]. Поля течений, полученные численно в [112], также хорошо совпадают с полями вектора скорости, полученными в этой работе, однако из-за большого удлинения области расчетов их представление на рисунках связано с определенными техническими трудностями.

Тест, предложенный Бессоновым О.А. [113], для цилиндра с отношением диаметра к высоте 1:1 представляет больше возможностей для сравнения различных искомых величин. Между торцами горизонтального цилиндра задана разность температур, боковая поверхность цилиндра теплоизолирована, $Pr=0.71$. В таблице 3.2 представлены результаты сопоставления некоторых величин, полученных по результатам тестового расчета, с данными [113] для $Ra=10^4$ (определяемого по высоте области).

В таблице Nu_h – средний Nu на горячей стенке, Nu_{max} – максимальный локальный Nu на горячей стенке, R_{Nu} – координата точки с максимальным локальным Nu (отсчитанная от оси), U – максимальная горизонтальная скорость в вертикальном осевом сечении, V – максимальная вертикальная скорость в вертикальном осевом сечении.

Таблица 3.2. Результаты тестовых расчетов для случая $H/D=1$, $Ra=10^4$.

	данные [113]	тестовый расчет
Сетка ($\varphi \times Z \times R$)	128 x 82 x 32	64 x 64 x 32
Особенности сетки	Сгущение по Z к торцам	Сгущение по R к боковой поверхности
Nu_h	2.0096	2.1078
Nu_{max}	3.7070	3.725824
R_{Nu}	-0.341	-0.334
U	22.84	23.02
V	25.23	25.49

3.3. Тестирование расчетного кода в задаче донного подогрева

Дополнительные тестовые расчеты были проведены для задачи донного подогрева, так как этот тип задач обладает дополнительными особенностями по сравнению со случаем бокового подогрева, например, пороговым характером возникновения конвекции, наличием различных пространственных мод, существенной трехмерностью течения и т.п.

Для тестирования была выбрана работа [114], в которой были представлены данные для нескольких аспектных отношений и широкого диапазона чисел Ra .

Введем обозначения, принятые в цитируемой работе: $A=L/R$ – геометрическое отношение, R – радиус цилиндрического объема, принятый в качестве масштаба длины, $Ra=\beta g \Delta T R^3 / \nu a$ – критерий Рэлея. В качестве масштаба времени принято выражение R^2/a .

Для скорости на всех границах поставлены граничные условия прилипания. Между верхней и нижней границами задана разность температур. На боковой поверхности заданы адиабатические граничные условия.

Рассмотрим случай $A=2$, $Pr=0.02$. Число Ra , определяемое по R , варьировалось от 750 до 4000. Численный счет осуществлялся на равномерных сетках $11 \times 32 \times 33$ и $17 \times 32 \times 33$ по r , φ , z соответственно в цитируемой работе и на

сетке 32 x 32 x 32 со сгущением по r к боковой поверхности цилиндра для тестирования используемого кода. Были повторены расчеты работы [114] и дополнительно проведен расчет для случая $Ra=500$, который был интересен в силу слабой надкритичности. В таблице 3.3 приведено сравнение значений максимальной вертикальной скорости. Максимальное расхождение результатов тестовых расчетов и данных [114] составляет 13 %. Данные тестовых расчетов дают несколько меньшие значения, чем данные [114].

Таблица 3.3. Максимальные значения вертикальной скорости.

Ra	Результаты цитируемой работы	Тестовый расчет
500	-	0.296
750	1.47	1.38
1000	2.59	2.40
1600	4.49	4.17
2400	6.20	5.78
4000	8.32	7.27

На рис. 3.2 изображены данные таблицы 3.3 в виде графиков. Видно, что различие между результатами расчетов и данными [114] возрастает с ростом надкритичности.

Пользуясь таблицей 3.3 и рис. 3.2 можно оценить критическое число $Ra_c=430$, что несколько ниже результатов цитируемой работы [114] ($Ra_c=472$).

Поля вектора скорости, полученные в работе [114] (рис. 3.3а), качественно совпадают с полями скорости, полученными в настоящей работе (рис. 3.3б).

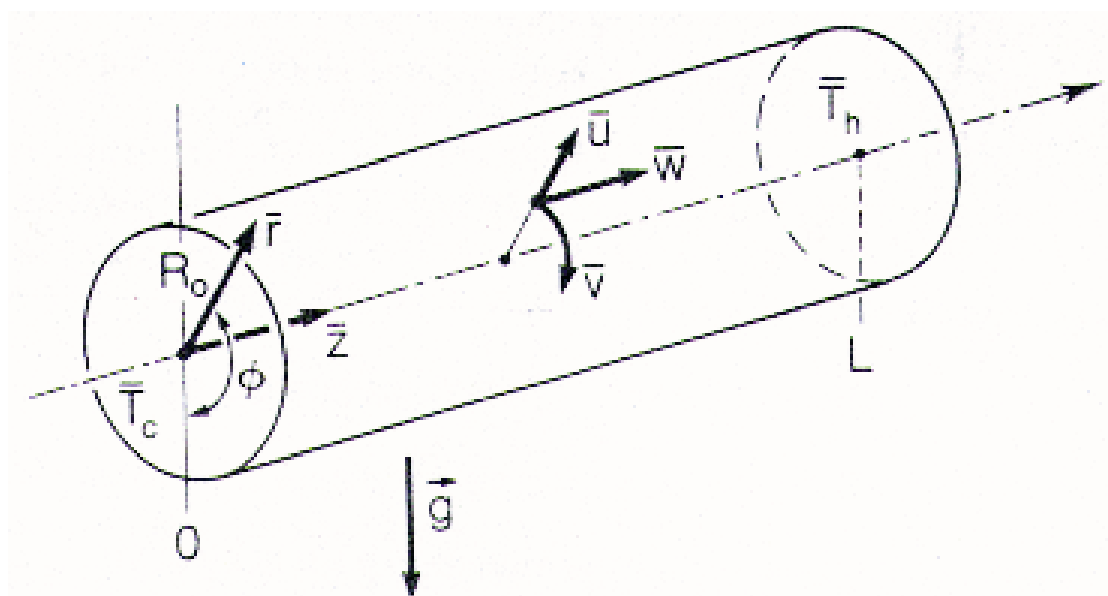


Рис. 3.1. Геометрия задачи.

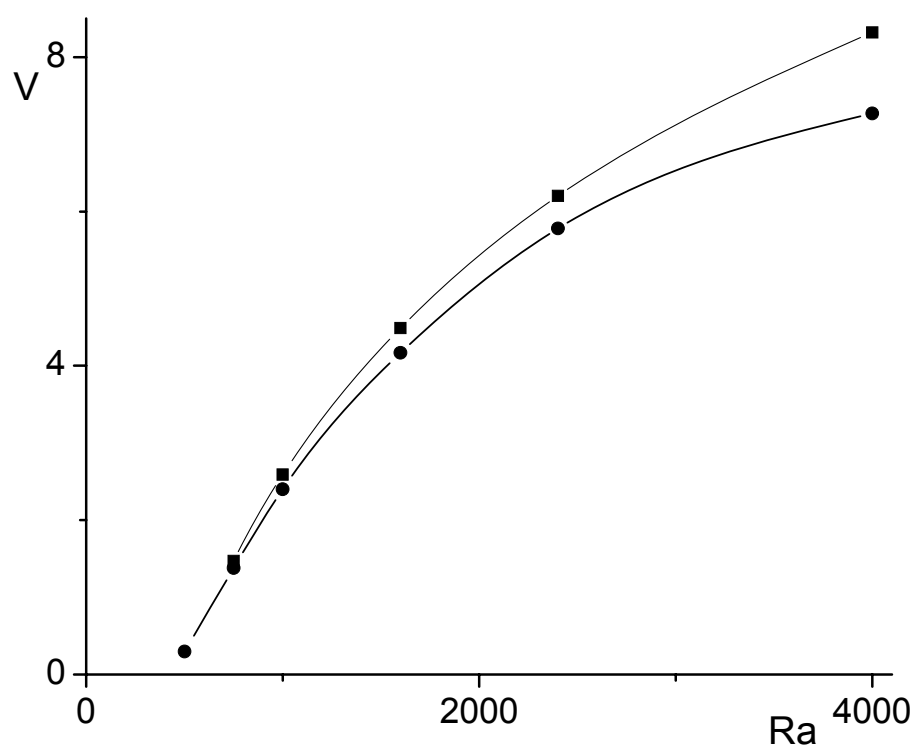


Рис. 3.2. Зависимость максимума вертикальной скорости от Ra . Квадратики – данные цитируемой работы, кружки – тестовый расчет.

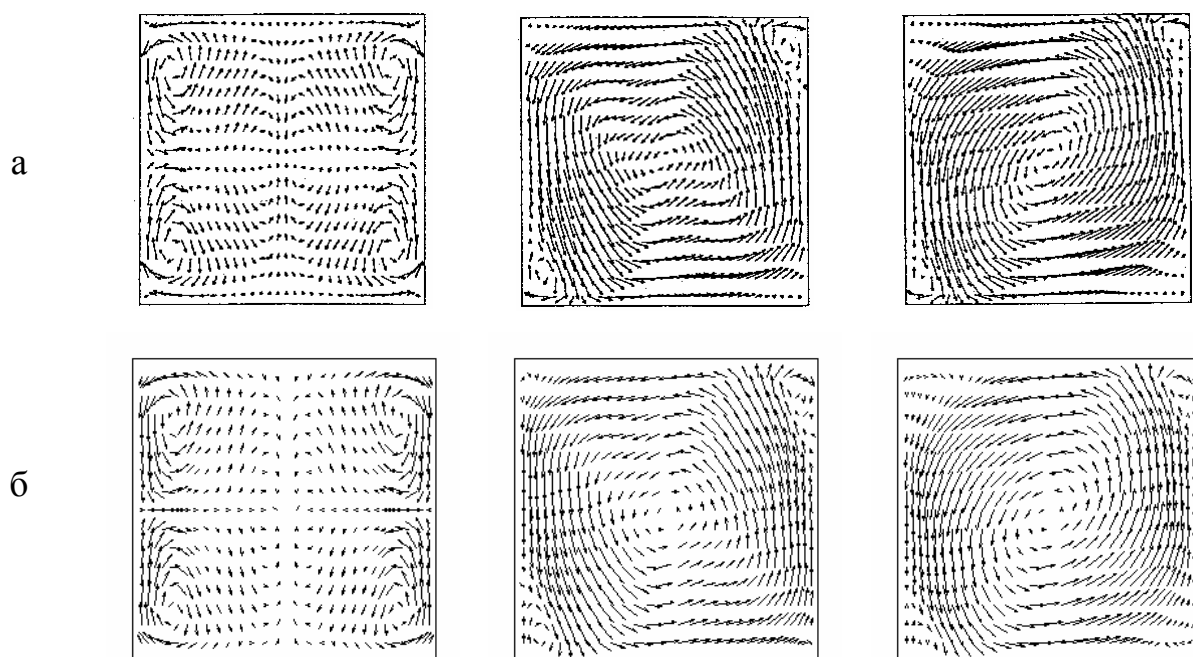


Рис. 3.3. Проекция поля скорости на различные вертикальные сечения цилиндра для $Ra=2400$ (а) – по данным работы [107] и (б) – тестовым расчетам (сечения получены при угловой координате $\varphi=45, 90, 135$ соответственно).

Глава 4. Моделирование конвекции в датчике ДАКОН и ДАКОН-М: анализ и интерпретация экспериментальных данных

В данной главе изложены результаты моделирования конвекции в математической модели датчика ДАКОН и ДАКОН-М, произведено сопоставление этих результатов с экспериментальными данными в наземных условиях, проведены дополнительные расчеты поведения датчиков в условиях орбитального полета на станции «Мир» и МКС.

Впервые наиболее полно идея измерения остаточных ускорений по производимому ими поперечному температурному расслоению в объеме со стратифицированной средой была представлена в монографии [1].

Конвективный датчик ДАКОН был разработан на кафедре общей физики Пермского государственного университета под руководством доктора физико-математических наук, профессора Геннадия Федоровича Путина. В представленном ниже описании датчика использовалась информация из многочисленных статей, посвященных датчику конвекции ДАКОН, экспериментам, произведенным на нем в наземных и космических условиях и интерпретации этих экспериментов (см., например, [3; 15; 115; 116]). Но обилие работ по данной тематике не означает того, что результаты данных экспериментов полностью изучены.

Результаты данной главы являются продолжением работ [16; 70], в которых было поведено сопоставление экспериментальных данных на станции «Мир» с результатами компьютерного моделирования.

4.1. Описание и технические характеристики прибора ДАКОН

В условиях микрогравитации в экспериментальных и технологических установках на борту КА, содержащих неравномерно нагретую жидкость/газ, возникает конвекция, которая, как правило, негативно влияет на проходящие там процессы. Поэтому на сегодняшний день главной задачей технологий в условиях микрогравитации является уменьшение остаточных ускорений или, по

крайней мере, контроль их уровня в ходе проведения космических экспериментов. Прибор ДАКОН разрабатывался как раз с целью такого контроля и экспресс-анализа уровня остаточных ускорений, а так же определения адекватности применяемых математических и физических моделей.

Основной идеей конвективного датчика является метод измерения ускорений по изменению температурного поля, вызванного наличием слабых конвективных течений, возникающих в результате действия различных составляющих микроускорения на жидкость/газ. Очень важным является вопрос выбора рабочей среды конвективного датчика (см., например, [7; 71]). В датчике ДАКОН в качестве рабочей среды был выбран воздух. На рис. 4.1 представлена конструкция конвективного датчика [58].

Чувствительными элементами прибора являются термопары. Одна из термопар измеряет перепад температур между холодильником и нагревателем. Предполагается, что профиль температуры, возникающий в рабочей среде, близок к линейному.

Конвекция в полости искажает линейный профиль температуры внутри датчика. Это искажение является мерой интенсивности конвективного движения, а, следовательно, и мерой вызывающих эти движения ускорений. В случае малых воздействий зависимость между величиной микроускорений и перепадом температур между термопарами должна быть линейной. Для измерения интенсивности конвективного движения в плоскости, параллельной торцам цилиндра, в 10 мм от горячего торца располагаются спаи двух сигнальных терморпар. Примерное положение двух спаев одной термопары отмечено на рис. 4.1 крестиками. Спаи второй термопары расположены вдоль линии, перпендикулярной плоскости рисунка.

Более подробное описание конструкции датчика ДАКОН можно найти в работе [58].

4.2. Описание и технические характеристики прибора ДАКОН-М

По сравнению с ДАКОН новая модель ДАКОН-М (см. рис. 4.2а) имеет следующие важные конструктивные особенности:

- В приборе есть возможность уменьшения (или увеличения) давления P .
- Размеры полости с рабочим веществом в лабораторной модели датчика несколько меньшие, чем в ДАКОН, они составляют: высота $h = 31,5$ мм, диаметр 30,0 мм. В космическом эксперименте предполагается использовать модификацию с увеличенной рабочей полостью: высота $h \sim 90$ мм, диаметр ~ 90 мм.
- Цилиндрическая стенка выполнена из дюралюминия, что позволяет считать тепловое распределение на боковой поверхности линейным по высоте области, в отличие от предыдущего варианта (ДАКОН), где тепловое условие на боковой стенке было близко к условию теплоизоляции.
- Термопары для регистрации течения имеют координаты спаев, обозначенные на рис. 4.2б, что конструктивно отличается от случая ДАКОН (см. рис. 4.1).
- Сигналы со всех четырех датчиков температуры фиксируются с разрешением 0.1°C и периодом опроса всех датчиков 5 секунд для лабораторной модели датчика. В окончательном варианте предполагается довести чувствительность датчика до 0.01°C .

Более подробное описание конструкции датчика ДАКОН-М можно найти в отчете [117].

4.3. Идеализированная модель датчика конвекции

Для моделирования датчика конвекции рассматривалась идеализированная модель: цилиндрический объем высотой 45.5 мм и диаметром 45.2 мм в случае прибора ДАКОН и цилиндрический объем высотой 31.5 мм и диаметром 30 мм в случае прибора ДАКОН-М. Торцы цилиндра предполагались изотермическими. Для моделирования наземных экспериментов перепад температур

варьировался, для моделирования космических экспериментов с прибором ДА-КОН перепад брался постоянным и составлял 50 градусов.

В данной работе для тепловых граничных условий на боковой поверхности цилиндра рассматривалось два крайних асимптотических случая:

- боковая стенка датчика состоит из идеального теплоизолятора, т.е. на боковой границе ставится адиабатическое граничное условие для температуры.
- Боковая стенка датчика состоит из идеально теплопроводящего материала, т.е. на боковой границе задан линейный профиль температуры.

В условиях реального физического эксперимента тепловые граничные условия были гораздо сложнее, более аккуратный учет свойств боковой границы дан в работе [15]. Однако, как будет показано в дальнейшем, более простые граничные условия дают результаты с приемлемой точностью (около 20 %), хотя связаны с меньшими вычислительными затратами.

На первый взгляд кажется очевидным, что различные граничные условия на боковой поверхности должны давать очень близкие результаты, так как рассматривается случай слабой конвекции с тепловым полем, мало отличающимся от теплового поля в случае теплопроводности без конвекции. В случае чистой теплопроводности в полости распределение температуры на границах должно быть линейным, а тепловой поток через границы должен быть равен нулю. Дальше будет показано, что случай линейного профиля температуры на боковой границе дает меньшие значения разности температур на термopарах, чем адиабатический случай. Если же усложнить модель и рассматривать еще и задачу о теплопроводности в боковых стенках, то должны получаться значения, лежащие между случаем адиабатических боковых границ и идеально проводящих тепло боковых границ. Однако такое усложнение модели не должно дать принципиально новых результатов, поэтому оно в данной работе не рассматривалось.

Физические параметры рабочей среды считались не зависящими от температуры. В расчетах для воздуха использовались постоянная кинематическая вязкость $\nu=0.174 \text{ см}^2/\text{с}$, число Прандтля $Pr=0.705$ и коэффициент температурно-

го объемного расширения $\beta_t=3.14 \cdot 10^{-3}$; для углекислого газа - $\nu=0.0849 \text{ см}^2/\text{с}$, $\text{Pr}=0.708$, $\beta_t=3.14 \cdot 10^{-3}$. Для расчета физических параметров при повышенном давлении использовалась полуэмпирическая формула:

$$\frac{\beta}{\alpha \nu} \sim \left(\frac{P}{P_0} \right)^2, \quad (4.1)$$

где P_0 – нормальное атмосферное давление (см., например, [58]).

Численное решение задачи проводилось конечно-разностным методом на сетке $32 \times 16 \times 32$ по координатам r , φ и z соответственно со сгущением по координате r к боковой поверхности (см. рис. 4.3).

4.4. Калибровка датчиков ДАКОН и ДАКОН-М при подогреве сбоку: результаты численного моделирования

Для приборов ДАКОН и ДАКОН-М по данным наземных экспериментов была построена калибровочная кривая зависимости отклика датчика от числа Ra (см., например [58; 117]). Такая калибровка была необходима, во-первых, для проверки гипотезы, что отклик датчика при невысоких числах Ra является линейной функцией от него. Таким образом, предполагалось, что в условиях космического полета отклик датчика будет линейной функцией квазистатической компоненты остаточных ускорений. Во-вторых, необходимо было найти коэффициент для пересчета температурного отклика датчика в амплитуду остаточных ускорений.

На рис. 4.4 показан калибровочный график для прибора ДАКОН. Видно, что при числах Ra , меньших, чем 10^3 , отклик датчика конвекции является линейной функцией числа Ra . График на рис. 4.4 построен в логарифмических координатах. Для адиабатических условий температурный отклик прибора больше, при этом отличие от отклика для линейного профиля температуры на боковой стенке значительно (около 65%) и остается с большой точностью постоянным на отрезке от 1 до 10^3 по Ra . Этот факт подчеркивает важность правильного выбора материала боковой поверхности конвективного датчика.

На рис. 4.5 показан калибровочный график для прибора ДАКОН-М. Он мало отличается по своему характеру от графика для ДАКОН, поэтому все сказанное выше о калибровочном графике для ДАКОН верно и для ДАКОН-М.

В датчике конвекции ДАКОН боковая цилиндрическая поверхность была выполнена из капролона (теплоизолятор), а в ДАКОН-М – из дюралюминия. Таким образом, в ДАКОН тепловые условия на боковой поверхности были ближе к адиабатическим, а в ДАКОН-М – к линейному профилю температуры. Следовательно, этим фактом можно объяснить более слабую чувствительность прибора ДАКОН-М по сравнению с ДАКОН, выявленную в [117].

Исследована зависимость теплового потока через торцы цилиндра от числа Ra в задаче подогрева сбоку для прибора ДАКОН-М. При значениях чисел $Ra < 10^3$, характерных для условий космического полета, средние и локальные числа Nu мало отличаются от 1, что свидетельствует о том, что в эксперименте температура холодного и горячего торцов рабочей полости прибора будет с хорошей степенью точности постоянной по всей площади этих торцов (см. рис. 4.6).

Для $Ra = 10^3$ построены поля локальных чисел Nu на холодном торце цилиндра (см. рис. 4.7). Рис. 4.7 иллюстрирует влияние тепловых граничных условий на боковой поверхности цилиндра на теплопередачу через торцы цилиндра. Видно, что для адиабатических граничных условий на боковой поверхности цилиндра точка максимального локального теплового потока лежит ближе к границе торца, чем в случае линейного профиля температуры на боковой границе. В обоих случаях на торце существуют области, в которых локальный тепловой поток меньше единицы.

Для исследования характера течения, возникающего в датчике при воздействии силы тяжести, перпендикулярной оси прибора, и влияния тепловых граничных условий на боковой поверхности был исследован случай $Ra = 1$. В таблице 4.1 представлены значения максимальной скорости и ее проекции на координату Z цилиндрической области для двух различных тепловых граничных условий на боковой поверхности цилиндра. Видно, что эти скорости прак-

тически не отличаются. На рис. 4.8 представлены поля скорости, которые также практически не отличаются, а на рис. 4.9 поля отклонения температуры от линейного профиля, которые отличаются только по абсолютным значениям, а не по характеру. Из рис. 4.8 видно, что ускорения, направленные перпендикулярно оси области, не вызывают заметных движений в плоскости, параллельной оси прибора и перпендикулярной направлению ускорения. То есть течение, вызываемое небольшими ускорениями, не имеет сложного трехмерного характера. Такой характер течения сохраняется вплоть до $Ra=10^3$.

Таблица 4.1. Максимальная скорость V_{\max} и ее проекция на ось Z .

	V_{\max} , см/с	проекция V_{\max} на ось Z , см/с
адиабатические условия	$1.9603474 \cdot 10^{-4}$	$1.5799986 \cdot 10^{-4}$
линейный профиль температуры	$1.9603416 \cdot 10^{-4}$	$1.5800117 \cdot 10^{-4}$

4.5. Анализ эксперимента по поиску критического числа Ra в задаче подогрева снизу для прибора ДАКОН-М

Для прибора ДАКОН-М экспериментально было найдено критическое число Ra в задаче подогрева снизу, которое составило 10500 [117]. В данной работе были проведены численные расчеты для проверки точности эксперимента и адекватности используемых математических моделей. Следует заметить, что в эксперименте критическое число определялось по зависимости $Q_{\text{ср}}/\Delta T$ от давления, изменение которого в условиях эксперимента приводит к изменению числа Ra . При последовательном уменьшения давления существует участок, где $Q_{\text{ср}}/\Delta T$ линейно зависит от давления. Таким образом, аппроксимируя эту зависимость линейно, можно найти точку пересечения графика с осью абсцисс, что даст искомое критическое давление, а следовательно, и критическое число Ra .

Результаты численного счета показаны на рис. 4.10. Из графика можно определить критическое число Ra , которое составило $\sim 9 \cdot 10^3$. Небольшое отличие от экспериментального результата может быть связано с тем, что в расчетах

использовалось приближение Буссинеска, то есть, пренебрегалось изменением физических параметров среды от температуры.

В работе [117] выявлен интересный факт: в эксперименте наблюдались докритические течения, которые вызывают поперечную температурную неоднородность, зафиксированную датчиком ниже критической точки. Этому факту не было уделено внимания и не было дано объяснение, хотя, скорее всего, это явление может быть связано с тем, что ось прибора имела небольшое отклонение от вертикали. Для проверки этой гипотезы была проведена серия расчетов для цилиндрического объема геометрии ДАКОНА-М при слабом отклонении оси цилиндра от вертикали. Число $Ra=8500$ было взято несколько ниже критического, так, чтобы в строго вертикальном случае конвекция полностью отсутствовала. На рис. 4.11 приведена зависимость $Q_{ср}/\Delta T$ от отклонения оси цилиндра от вертикали, которая подтверждает выдвинутую выше гипотезу. При отклонении оси цилиндра от вертикали всего на 1 градус возникает поперечная температурная неоднородность $\sim 5\%$.

4.6. Расчет отклика датчика при микроускорениях от 1 до 10 μg во время маневров станции «Мир»

Во время маневров станции «Мир» микроускорения доходили до 10 μg в пиках, хотя и в среднем их уровень был достаточно высок. Изменение во времени абсолютной величины и компонент микроускорения для точки с координатами $R = (-416.0 \text{ см}, 86.0 \text{ см}, -807.0 \text{ см})$ при ориентации оси z цилиндрического объема параллельно оси Z строительной системы координат КА и отклика датчика ДАКОН показано на рис. 4.12 для двух различных отрезков времени. Результаты расчетов, приведенные на этих графиках, подтверждают принципиальную возможность измерения микроускорений по показаниям термомпар, а также хорошую реактивность датчика, которая была отмечена в работе [15] при использовании этих же данных о микроускорениях.

Решение сопряженной задачи для моделирования конвекции в датчике ДАКОН проводилось в работе [15], на рис. 4.13 приведено сравнение результа-

тов, полученных в [15], с результатами моделирования для адиабатических условий на границе и для линейного распределения температуры, результаты качественно очень похожи. Решение для сопряженной задачи лежит между решениями, полученными для более простых моделей; этот факт говорит о том, что для качественного описания работы датчика конвекции вполне достаточно решать только гидродинамическую задачу.

4.7. Расчет отклика датчика при микроускорениях менее $1 \mu g$ во время стабилизированного полета станции «Мир»

Во время стабилизированного полета станции «Мир» микроускорения находятся в пределах $1 \mu g$. В этом параграфе приводятся данные на период экспериментов на станции «Мир» 10-12 июня 1999 года. Изменение во времени компонент микроускорения для точки с координатами $R = (-705 \text{ см}, -85 \text{ см}, 0 \text{ см})$ и отклика датчика ДАКОН при ориентации оси z цилиндрического объема параллельно оси z строительной системы координат КА показано на рис. 4.14. Исследуемый интервал времени соответствует участку с 20:30 по 23:15 10.06.99, когда прибор ДАКОН был установлен на модуле «Квант». В этот период времени маневров станции, на которые хорошо реагирует прибор, не наблюдалось.

Как показывают результаты компьютерного моделирования, данный уровень микроускорений находится за пределами чувствительности датчика конвекции. Разность температур на термопарах датчика не превышает 0.01 К. Следовательно, прибор не должен фиксировать изменений микроускорения, что можно видеть из приведенных на рис. 4.15 экспериментальных результатов, любезно предоставленных разработчиками прибора.

4.8. Расчет отклика датчика ДАКОН при его установке на Российский сегмент МКС

В будущем планируется повторение экспериментов с прибором ДАКОН-М на Международной космической станции. Ниже приводится результат расче-

та для прежних параметров датчика с учетом микроускорений на Российском сегменте МКС. Изменение во времени компонент микроускорения для точки с координатами $R = (-1500.0 \text{ см}, 106.0 \text{ см}, 106.0 \text{ см})$ и отклика датчика ДАКОН при ориентации оси Z цилиндрического объема параллельно оси Z строительной системы координат КА показано на рис 4.16. По оси x наблюдается постоянный, хотя и не высокий уровень остаточных ускорений, связанный с градиентом гравитационного поля, который приводит к возникновению поперечной температурной неоднородности $\sim 0.002 \text{ К}$, которую данный прибор не сможет зафиксировать.

4.9. Расчет отклика датчика ДАКОН-М при его установке на Российский сегмент МКС для двух различных рабочих давлений

В этом параграфе приводятся результаты расчетов для модифицированного датчика ДАКОН-М и его лабораторной модели, на которой отрабатывалась методика эксперимента, с учетом микроускорений на Российском сегменте МКС. Разность температур между торцами ДАКОН-М увеличена по сравнению с ДАКОН и составляет 70 градусов. Рассматривается четыре случая.

Для уменьшенной лабораторной модели датчика, заполненной воздухом:

- давление в рабочей полости равно нормальному атмосферному давлению,
- давление в рабочей полости в три раза больше нормального атмосферного давления.

Для предполагаемых размеров датчика ДАКОН-М ($H=9 \text{ см}$, $R=4.5 \text{ см}$), заполненного углекислым газом:

- давление в рабочей полости равно нормальному атмосферному давлению,
- давление в рабочей полости в два раза больше нормального атмосферного давления.

Изменение во времени абсолютной величины и компонент микроускорения для точки с координатами $R = (-1500.0 \text{ см}, 106.0 \text{ см}, 106.0 \text{ см})$ при ориентации оси прибора аналогично случаю, рассмотренному в предыдущем параграфе.

фе, и отклика датчика лабораторной модели ДАКОН-М для случая повышенного давления воздуха ($P=3$ атм.) показано на рис 4.17. Для планируемой модификации датчика ДАКОН-М, заполненной углекислым газом при давлении 2 атм., аналогичная зависимость показана на рис 4.18.

Используемая для расчета запись микроускорений соответствует 1 октября 2001 года. В этот период времени на Российском сегменте МКС основным источником микроускорений был градиент гравитационного поля, который в расчетной точке станции давал уровень остаточных ускорений около $2 \mu g$. В таблице 4.2 приведен отклик датчиков конвекции ДАКОН и ДАКОН-М.

Таблица 4.2. Ожидаемый отклик датчиков конвекции ДАКОН и ДАКОН-М в градусах в случае их установки на Российский сегмент МКС (воздействие $\sim 2 \mu g$).

ДАКОН	уменьш. модель ДАКОН-М, заполненная воздухом		датчик ДАКОН-М, заполненный углекислым газом	
	P=1 атм.	P=3 атм.	P=1 атм.	P=2 атм.
$2.4 \cdot 10^{-3}$	$8.2 \cdot 10^{-4}$	$7.6 \cdot 10^{-3}$	$7.7 \cdot 10^{-2}$	$3.0 \cdot 10^{-1}$

Учитывая, что декларируемая точность измерения прибора для лабораторной модели составляет 0.1 градуса, а для ДАКОН-М – 0.01 градуса, можно сделать вывод, что датчика ДАКОН-М при измерении микроускорений на МКС будет работать в диапазоне, близком к своему пределу чувствительности, и только в случае заполнения углекислым газом под давлением две атмосферы можно ожидать успешных экспериментов.

4.10. Моделирование планируемых экспериментов с датчиком конвекции ДАКОН-М на основе двумерных уравнений Навье – Стокса

В этом параграфе приводится расчет отклика датчика ДАКОН-М при его установке на МКС. Рассматривается двумерная область 9×9 см. Между боковыми

границами задана разность температур 70 К, на верхней и нижней границах задан линейный профиль температуры. Углекислый газ при $T=45^{\circ}\text{C}$ и $P=1$ атм. имеет следующие физические свойства: $\nu=0.0849$ см²/с, $a=0.120$ см²/с, $Pr=0.708$, $\beta_t=3.14\cdot 10^{-3}$ К⁻¹. Для оценки физических свойств CO₂ при $P=2$ атм. используем полуэмпирическую зависимость (4.1).

В двумерной модели датчика конвекции возможно определять поперечное температурное расслоение только по одному направлению. В расчетах, приводимых ниже, в качестве отклика датчика берется разность температур между точками с координатами (4.5, 2.25) и (4.5, 6.75), лежащих близко к планируемому месту расположения одной из термопар.

Изменение во времени компонент микроускорения для точки с координатами $R = (-1500.0$ см, 106.0 см, 106.0 см) и отклика двумерной модели датчика ДАКОН-М при двух различных ориентациях относительно строительной системы координат показано на рис. 4.19. Видно, что поперечное температурное расслоение с хорошей степенью точности отслеживает изменение микроускорений.

На рис. 4.20 показано поле температуры и скорости для случая, когда градиент температуры перпендикулярен оси X строительной системы координат. Движение жидкости, вызванное остаточными ускорениями, приводит к заметному поперечному температурному расслоению.

Пример данного параграфа показывает возможность анализа данных космических экспериментов на основе двумерных расчетов. Качественно эти расчеты хорошо согласуются с данными трехмерных моделей, хотя есть количественные различия. Однако, учитывая небольшие вычислительные затраты в двумерном случае по сравнению с 3-D, можно использовать результаты двумерных расчетов для экспресс-анализа космических экспериментов.

Однако, количественное сравнение результатов, полученных в этом параграфе, с результатами трехмерных расчетов по моделированию отклика датчика ДАКОН-М, показывает, что в двумерном случае отклик получается завышен-

ным примерно в три раза, что говорит о недостаточности применения двумерных моделей для точной оценки результатов планируемых экспериментов.

4.11. Выбор рабочей среды для датчика конвекции

В монографии [1] вопросу выбора рабочей среды конвективного датчика уделено особое внимание, из четырех веществ (ацетон, спирт, вода и воздух), принятых к рассмотрению, наиболее подходящими для конвективного датчика оказались спирт и ацетон. Однако использование этих жидкостей в условиях орбитальной станции столкнулось с трудностями технического характера, и в качестве наполнителя конвективного датчика был использован воздух.

Прибор ДАКОН, обладая хорошей реактивностью, тем не менее, имел недостаточную чувствительность. Использование в качестве рабочей среды жидкости, а не газа было предложено в работе [7] (эксперимент JUSTSAP во время семидневного полета корабля Space Shuttle). Прибор, аналогичный ДАКОН, имел несколько большие геометрические размеры: $L=10$ см, $R=2.54$ см. В качестве рабочего вещества использовалась вода, на торцах цилиндрического объема поддерживалась разность температур 40 К.

В экспериментах [7] выявлена хорошая реакция датчика на изменение ориентации корабля и включение/выключение главных двигателей при маневрах КА. Однако из-за больших по сравнению с воздухом времен релаксации для воды задний фронт каждого импульса представлял экспоненту, затухающую в течение нескольких часов, что делало невозможным наблюдение постоянного фона микроускорений невысокой амплитуды.

Результаты, изложенные ниже, впервые представлены в работе [71], а после развиты в [69]. На рис. 4.21 показан отклик термопар в случае, если бы вместо ДАКОН в экспериментах, описанных в параграфе 4.7, использовался прибор из работы [7] (физич. свойства воды: $\nu=0.01$ см²/с, $Pr=7$, $\beta=6 \cdot 10^{-4}$ К⁻¹).

Данный расчет показывает, что вода, несмотря на более высокую чувствительность (выше, чем у воздуха, примерно в 100 раз), в отличие от воздуха не обладает необходимой реактивностью, поэтому изменения температурного по-

ля запаздывают по отношению к изменениям микроускорений примерно на 500 секунд, что недопустимо, если поставлена задача отслеживать изменение квазистатической компоненты микроускорения в режиме реального времени. Но в качестве индикатора уровня микрогравитационного фона такой прибор может быть использован. Различие в реактивности приборов на воздухе и воде связано с различием вязкости воды и воздуха и, следовательно, с различием в характерных временах релаксации движения.

4.12. Численное подтверждение способов увеличения чувствительности датчика конвекции

В работе [57], где обсуждались результаты экспериментов на станции «Мир» в 1999 г., были высказаны предложения по увеличению чувствительности датчика, часть из которых нашла отражение в модификации датчика конвекции ДАКОН-М.

Представленные в этой главе результаты подтверждают выводы работы [57] и отражают масштабы увеличения чувствительности прибора при изменении его параметров:

- 1) теплоизоляция боковой поверхности (может привести к увеличению чувствительности не более чем на 65 %);
- 2) увеличение геометрических размеров (чувствительность увеличивается кубически при линейном увеличении размеров);
- 3) увеличение давления рабочей среды (для воздуха чувствительность возрастает квадратично при увеличении давления [117]);
- 4) выбор другой рабочей среды (может привести к значительному увеличению чувствительности, см. параграф 4.11)

По-видимому, в условиях космической станции наиболее эффективным будет изменение геометрических размеров рабочей полости и более аккуратный выбор рабочей среды датчика конвекции.

4.13. Основные результаты и выводы

Настоящее исследование показывает, что приборам типа ДАКОН, заполненным газовой рабочей средой, присуща хорошая реактивность, что выгодно отличает такие приборы от других разновидностей конвективных датчиков [7]. Если в качестве рабочей жидкости используется вода, реактивные характеристики прибора ухудшаются, возникает запаздывание реакции датчика, составляющее около 500 секунд.

По результатам компьютерного моделирования разность температур, измеряемая термопарами, хорошо отслеживает квазистатическую компоненту микроускорений, отфильтровывая вибрации, что отмечено еще в работе [15]. Однако при анализе экспериментов оказалось, что прибор реагирует только на всплески микроускорений относительно высокой амплитуды по сравнению с постоянным фоном, возникающие при поворотах и маневрах КА. В случае стабилизированного полета показания датчика не отражают микрогравитационной обстановки.

Анализ наземных экспериментов с датчиком ДАКОН-М показал, что условия теплоизоляции на боковой поверхности повышают чувствительность прибора. При анализе экспериментов в задаче подогрева снизу показано, что небольшие отклонения оси прибора от вертикали могут вызвать наличие конвекции при Ra ниже критического.

Моделирование космических экспериментов с прибором ДАКОН-М показало, что приемлемую чувствительность прибора можно получить только при его наполнении углекислым газом под давлением 2 атм. При этом чувствительность будет составлять ~ 0.15 К на $1 \mu g$.

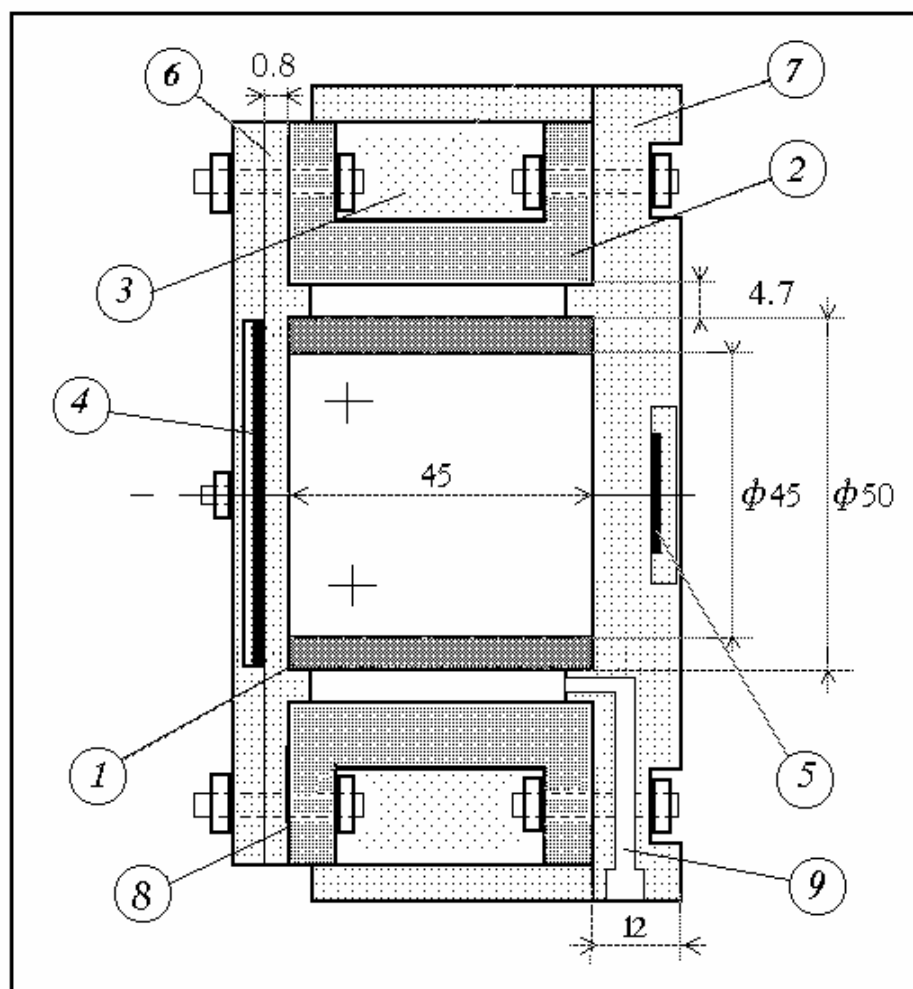


Рис. 4.1. Конструкция конвективного датчика ДАКОН.

- (1) - полая цилиндрическая втулка из капролона длиной 45.5 мм и внутренним диаметром 45.2 мм
- (2) - фторопластовая цилиндрическая втулка
- (3) - вата (теплоизолятор)
- (4) - нагреватель
- (5) - термометр сопротивления из медного провода
- (6) - дюралюминиевая пластина
- (7) - дюралюминиевая пластина
- (8) - резиновые прокладки
- (9) - канал проводов термопар

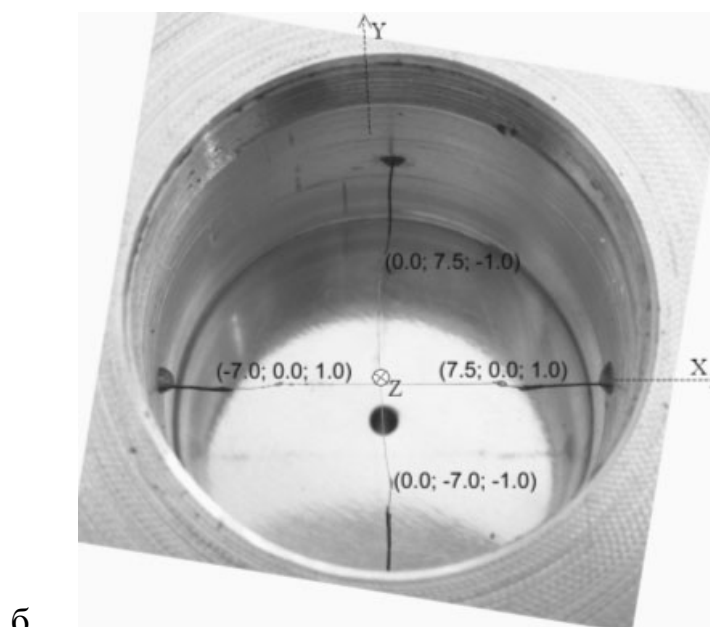
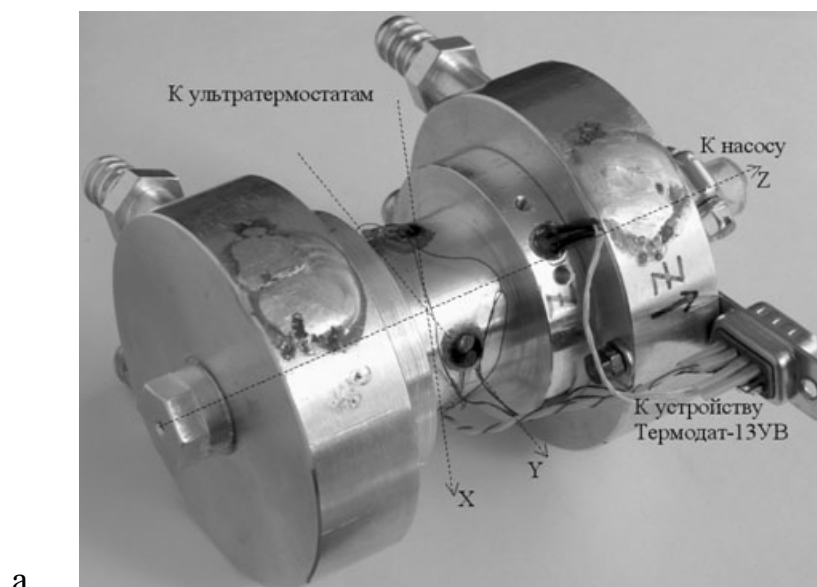


Рис. 4.2. (а) - Конвективный датчик ДАКОН-М.
 (б) - Схема расположения спаев температурных датчиков в рабочей полости прибора ДАКОН-М.

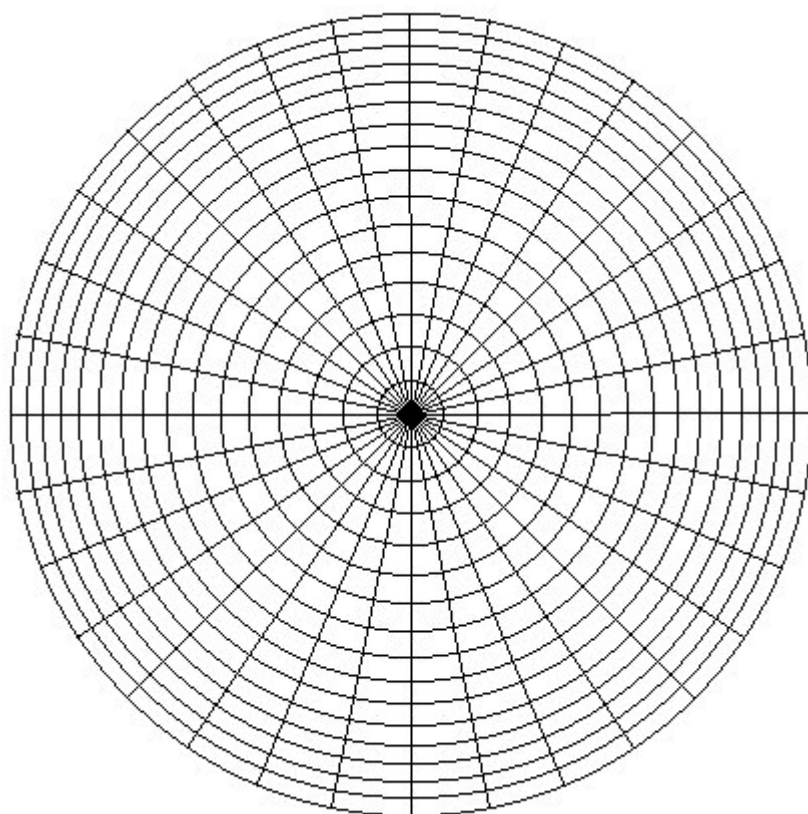


Рис. 4.3. Вид расчетной сетки в поперечном сечении модельного объема.

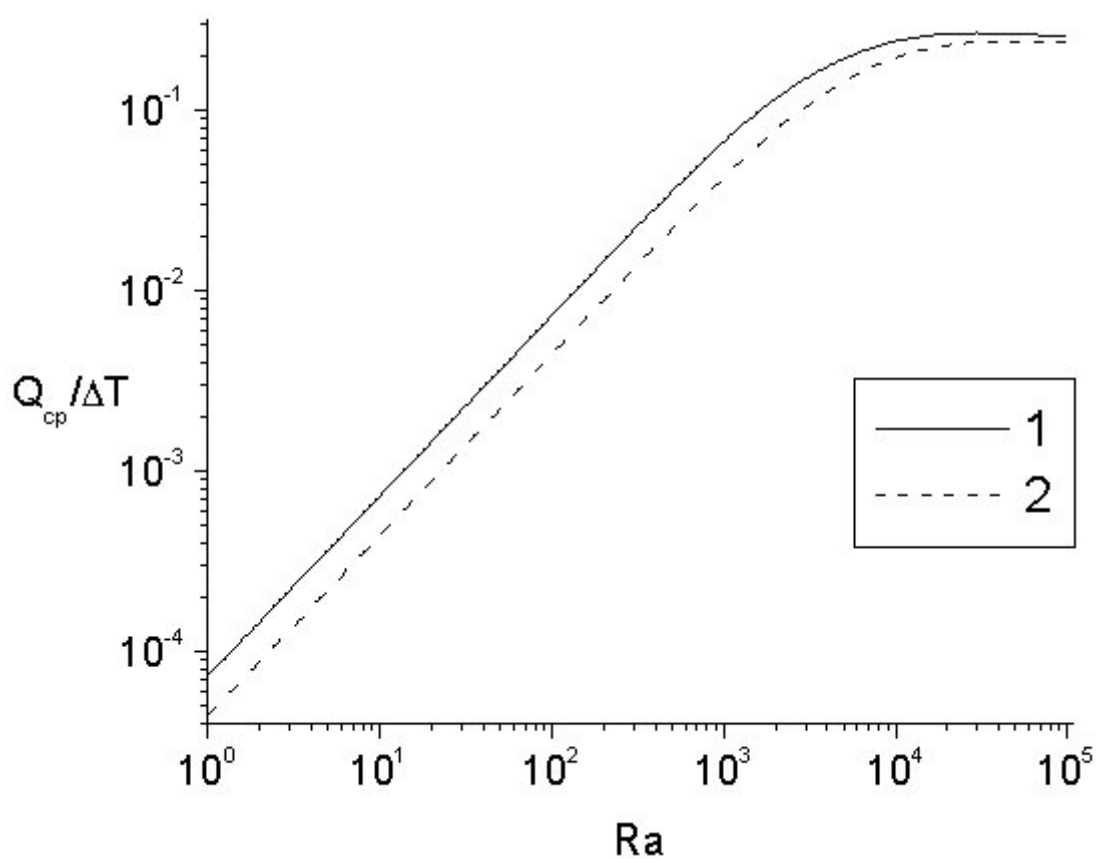


Рис. 4.4. Калибровочный график датчика ДАКОН, вектор силы тяжести перпендикулярен оси прибора (подогрев сбоку). (1) – адиабатические условия для температуры на боковой поверхности, (2) – на боковой поверхности линейный профиль температуры.

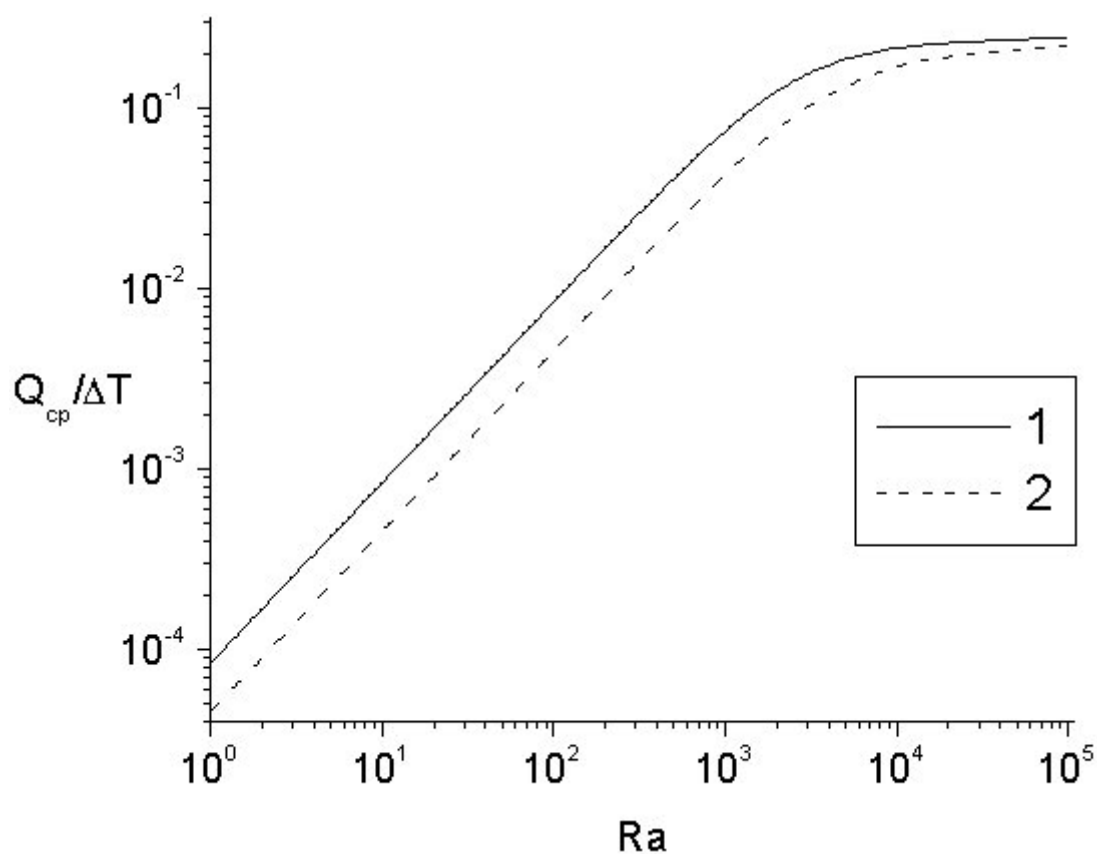


Рис. 4.5. Калибровочный график датчика ДАКОН-М, вектор силы тяжести перпендикулярен оси прибора (подогрев сбоку). (1) – адиабатические условия для температуры, (2) – на боковой поверхности линейный профиль температуры.

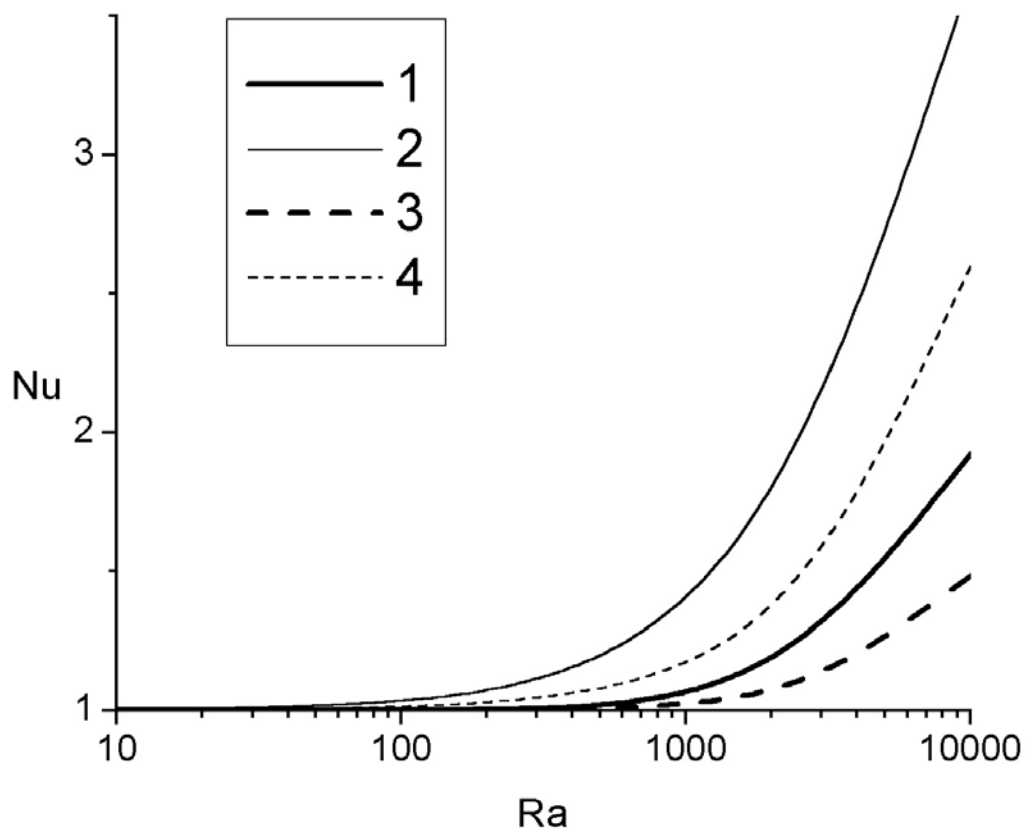


Рис. 4.6. Зависимость среднего интегрального и максимального локального тепловых потоков на торцах датчика конвекции от Ra , вектор силы тяжести перпендикулярен оси прибора (подогрев сбоку). (1) – средний Nu адиабатические условия для температуры, (2) – средний Nu на боковой поверхности линейный профиль температуры, (3) – максимальный локальный Nu адиабатические условия для температуры, (4) – максимальный локальный Nu на боковой поверхности линейный профиль температуры.

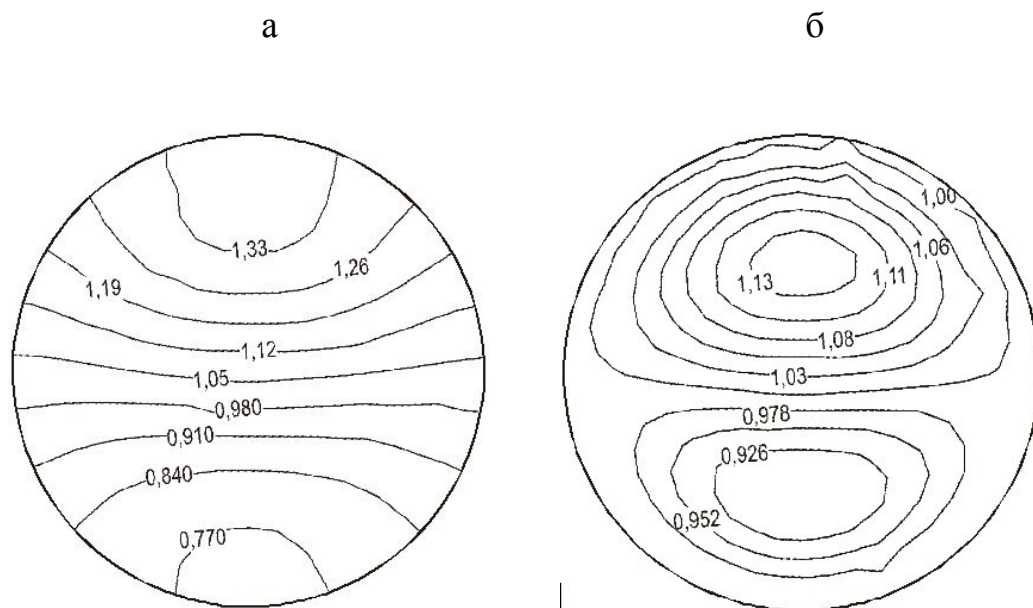


Рис. 4.7. Поле локального числа Nu на холодном торце цилиндрического объема, при $Ra=10^3$. Задача подогрева сбоку, сила тяжести направлена вертикально вниз.

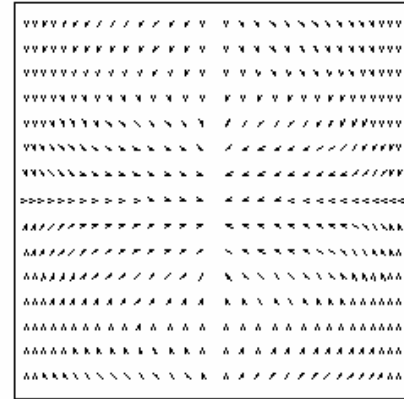
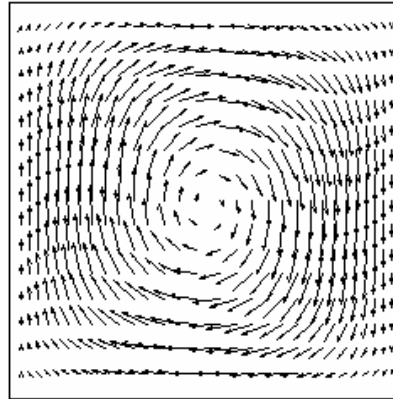
- (а) – боковая поверхность цилиндра теплоизолированная,
 (б) – боковая поверхность цилиндра идеально теплопроводящая.

φ в градусах

0

90

а



б

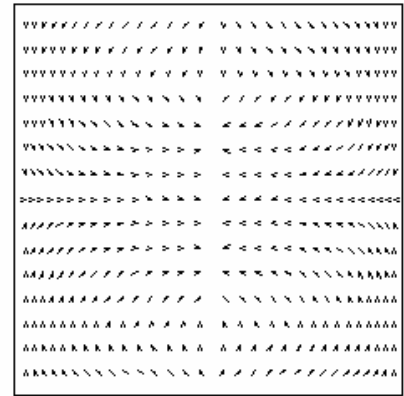
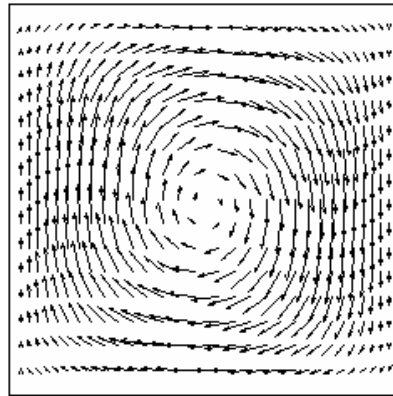


Рис. 4.8. Поля течения в двух различных осевых сечениях расчетной области.
(а) – адиабатические условия, (б) – линейный профиль температуры на боковой поверхности.

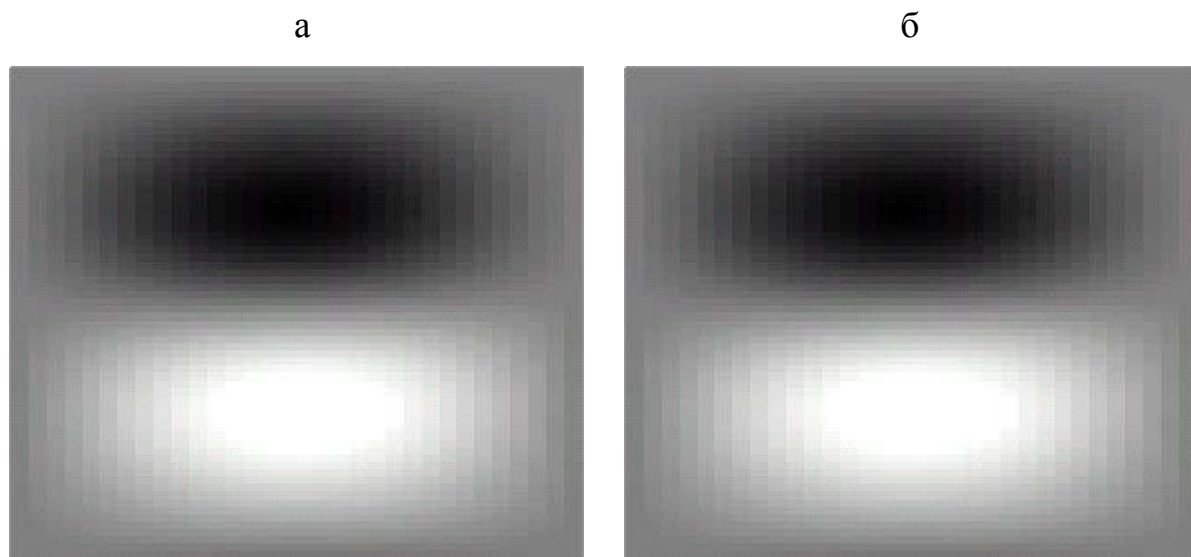


Рис. 4.9. Поле отклонения температуры от линейного профиля. (а) – адиабатические условия, (б) – линейный профиль температуры на боковой поверхности.

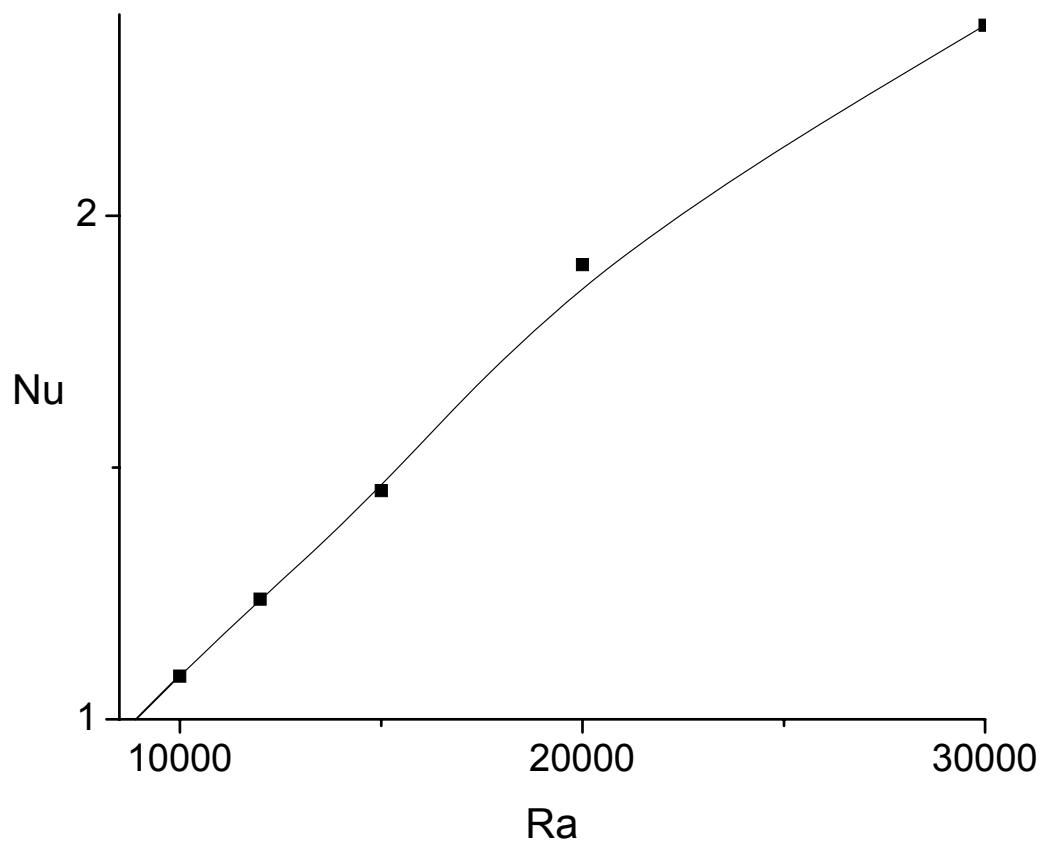


Рис. 4.10. Зависимость числа Нуссельта от числа Рэлея для задачи подгрева снизу в условиях геометрии прибора ДАКОН-М.

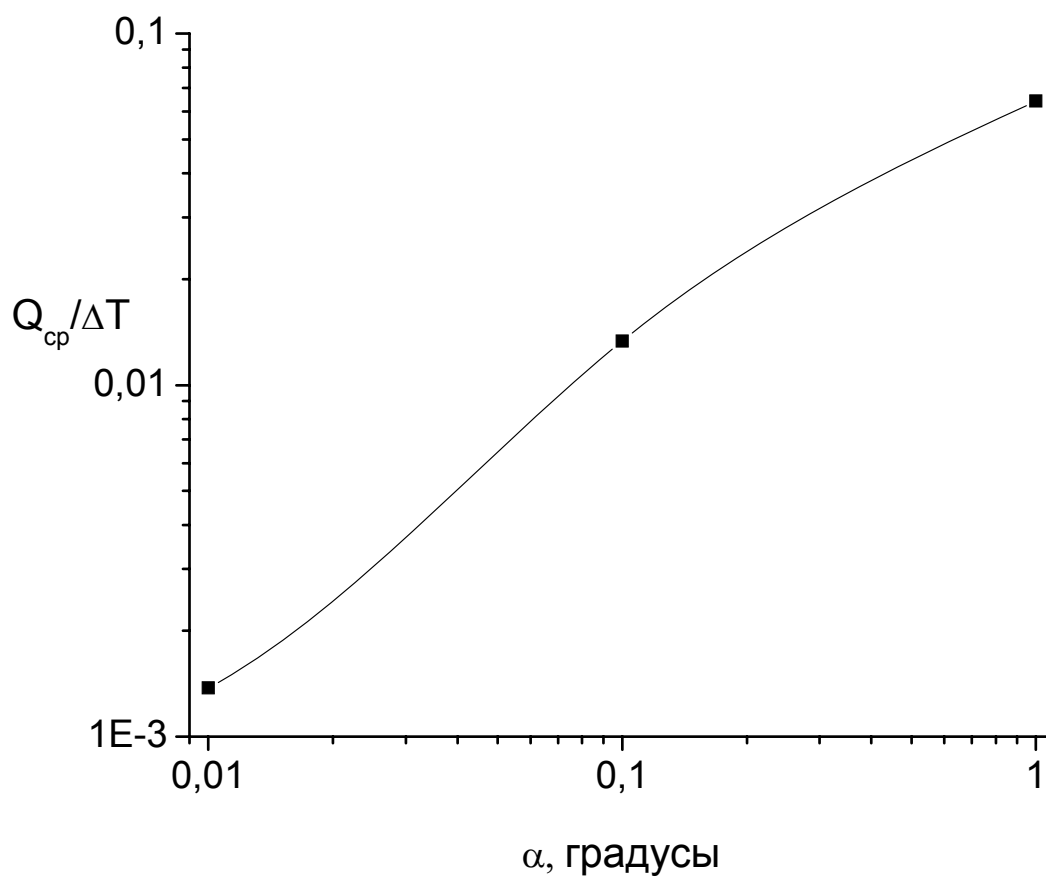


Рис. 4.11. Зависимость $Q_{cp}/\Delta T$ от отклонения оси цилиндра от вертикали для задачи подогрева снизу в условиях геометрии прибора ДАКОН-М.

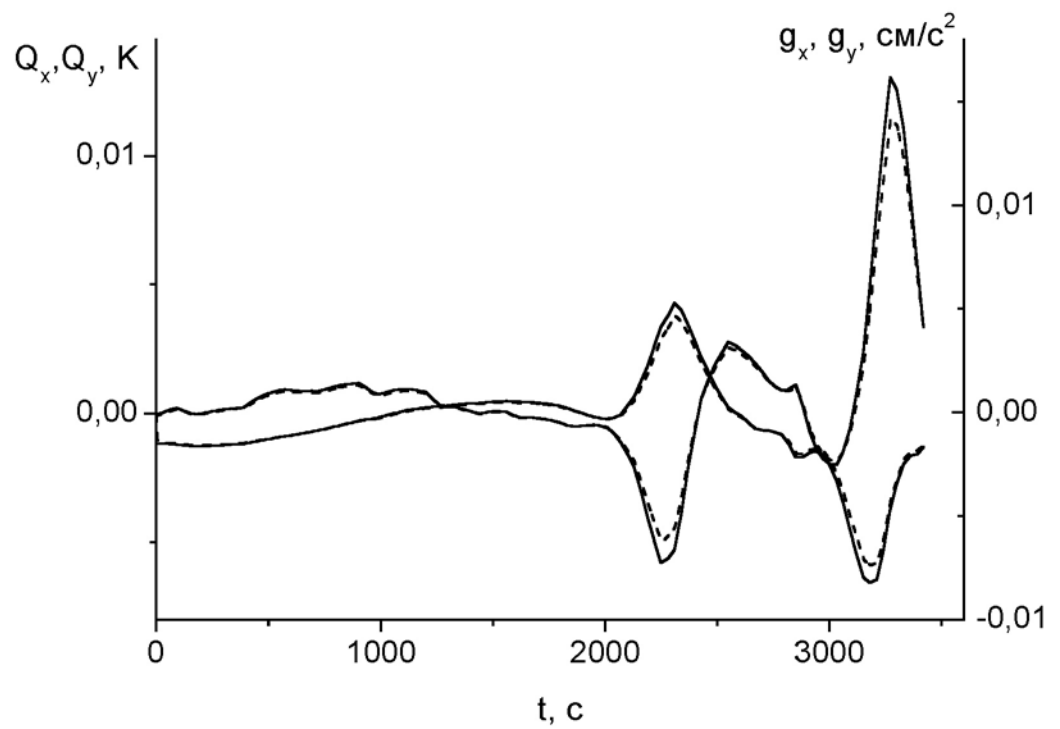
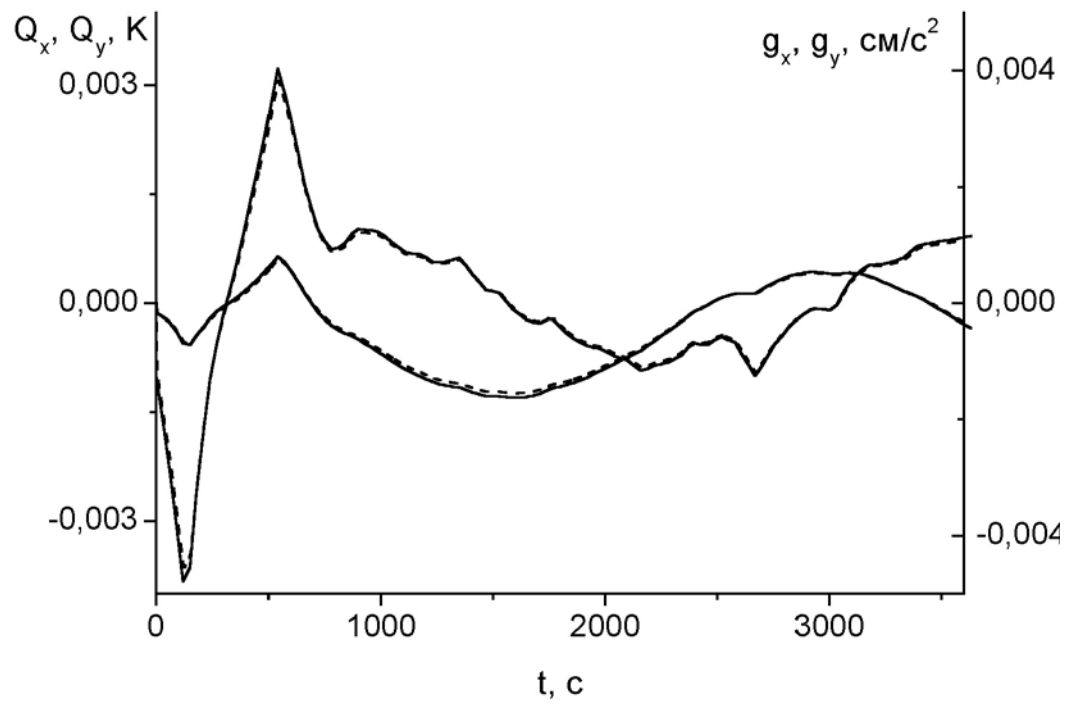


Рис. 4.12. Результаты компьютерного моделирования экспериментов на станции «Мир». Компоненты микроускорения – правая шкала, сплошная линия, регистрируемые перепады температуры – левая шкала, пунктирная линия.

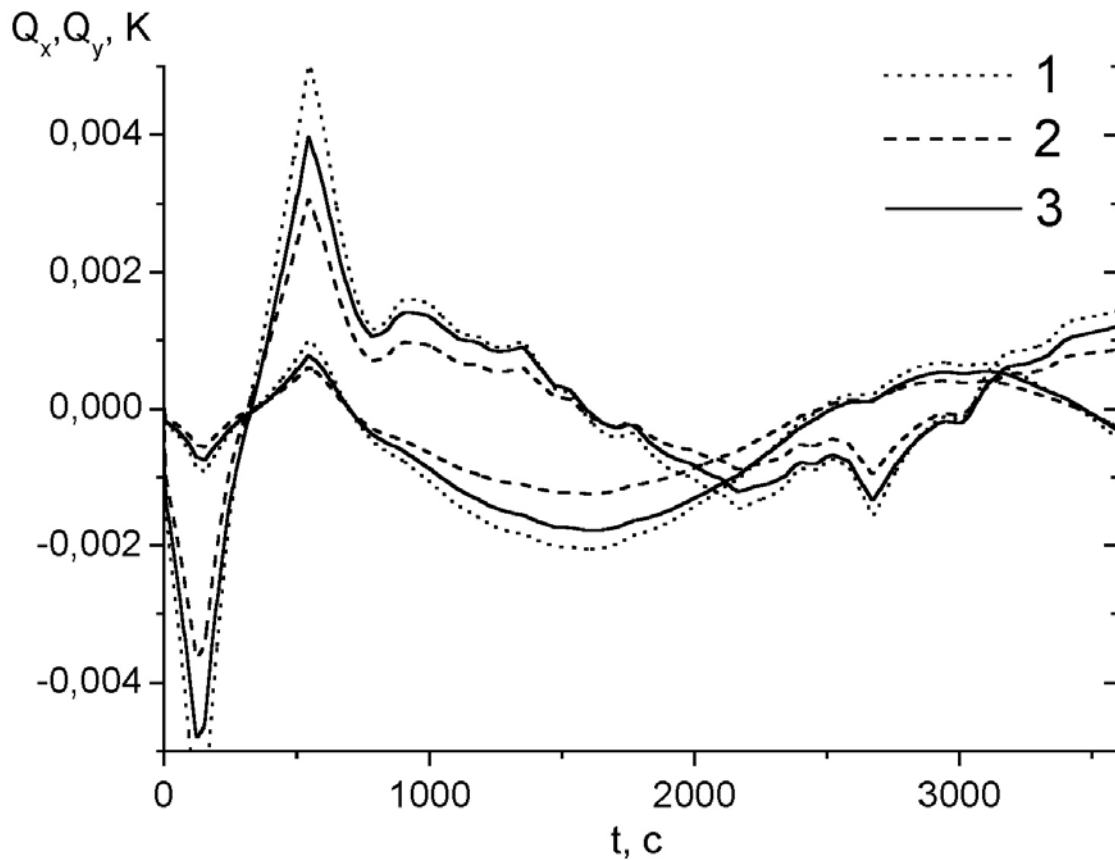


Рис. 4.13. Сопоставление результатов компьютерного моделирования экспериментов на станции «Мир». (1) – перепад температуры между термопарами датчика конвекции ДАКОН для случая адиабатической границы, (2) – для случая линейного профиля температуры на границе, (3) – результаты моделирования из работы [4].

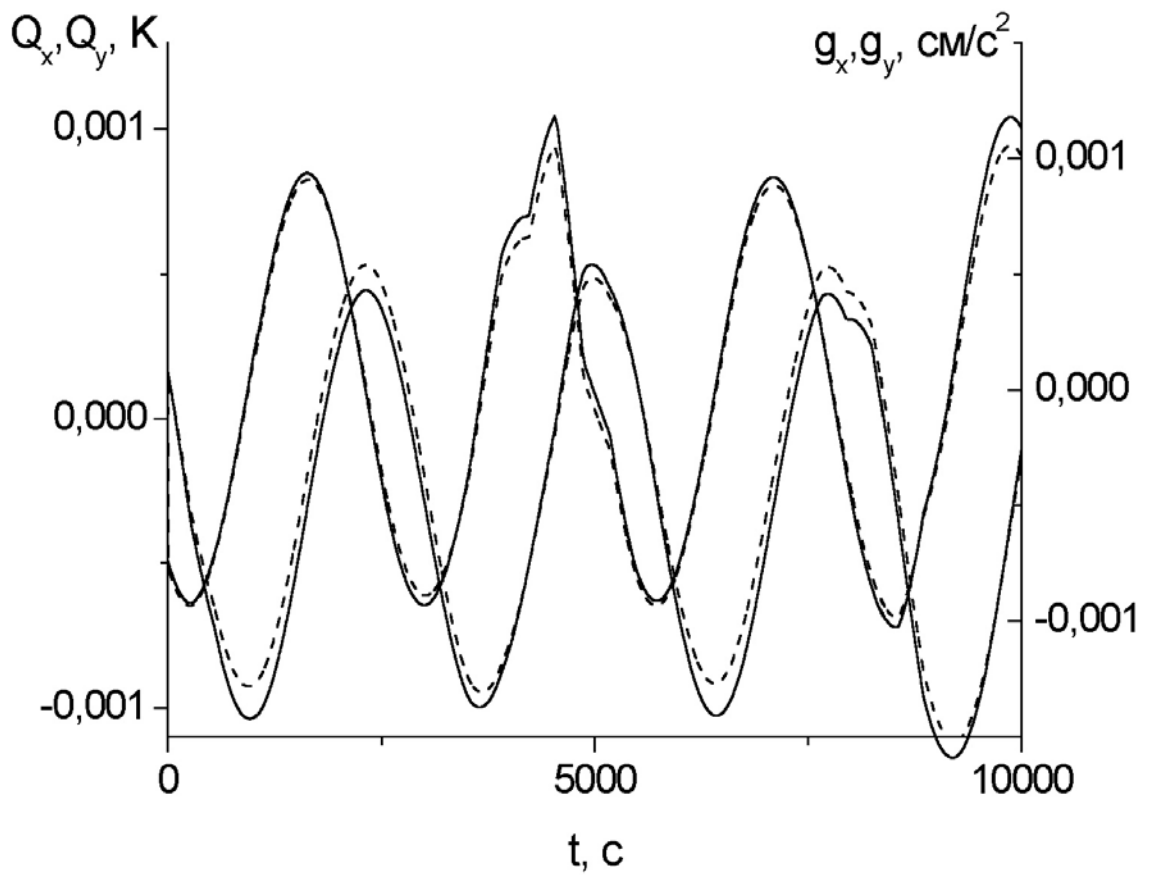


Рис. 4.14. Результаты компьютерного моделирования экспериментов на станции «Мир». Компоненты микроускорения – правая шкала, сплошная линия, регистрируемые перепады температуры – левая шкала, пунктирная линия.

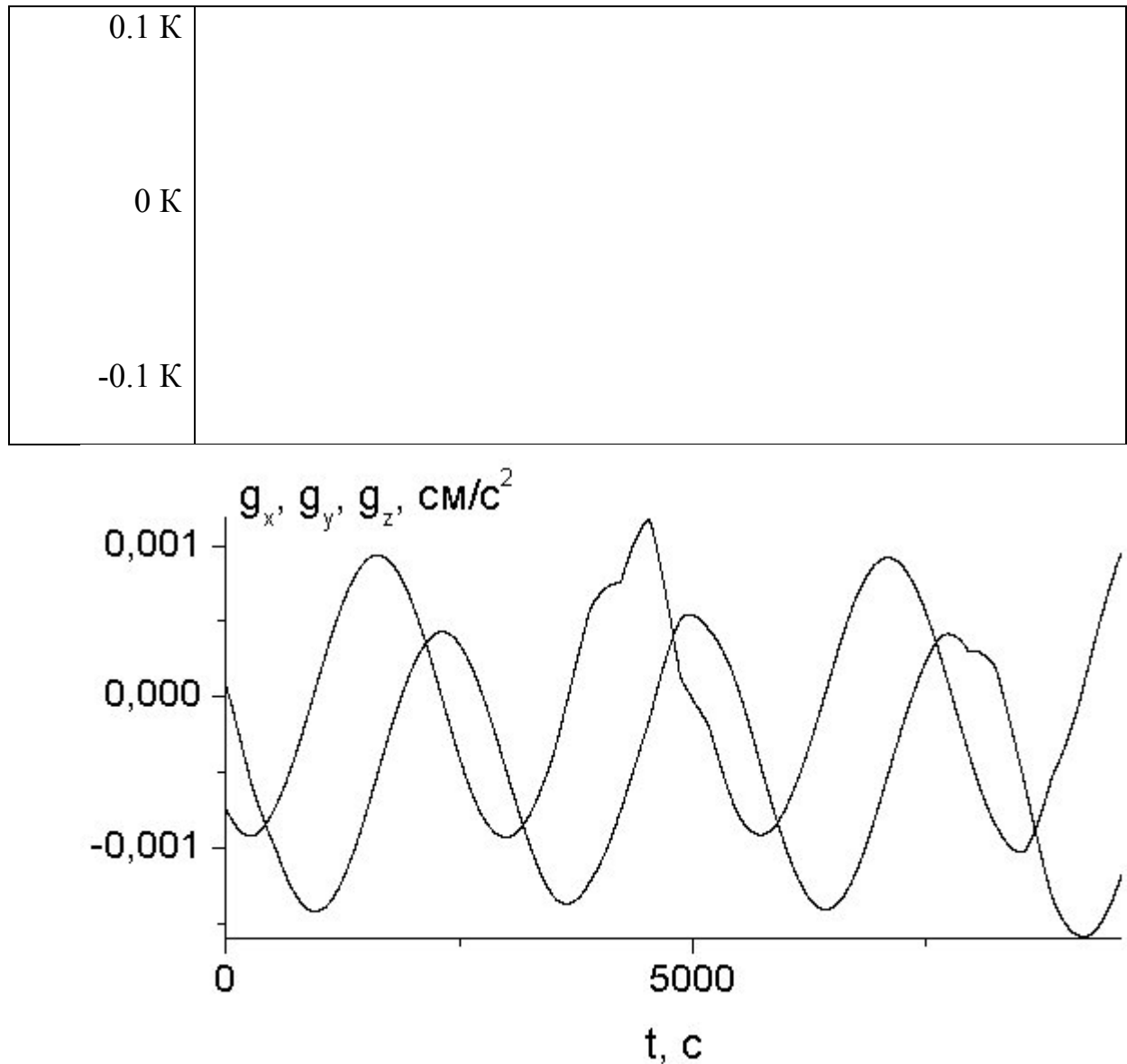


Рис. 4.15. На верхнем графике – результаты эксперимента на станции «Мир» отклик датчика ДАКОН данные (10 июня 1999 года). Нижний график – компоненты микроускорения по осям x и y , которые должен был фиксировать ДАКОН, если его ось направлена параллельно оси z строительной системы координат, отрезок времени соответствует времени эксперимента.

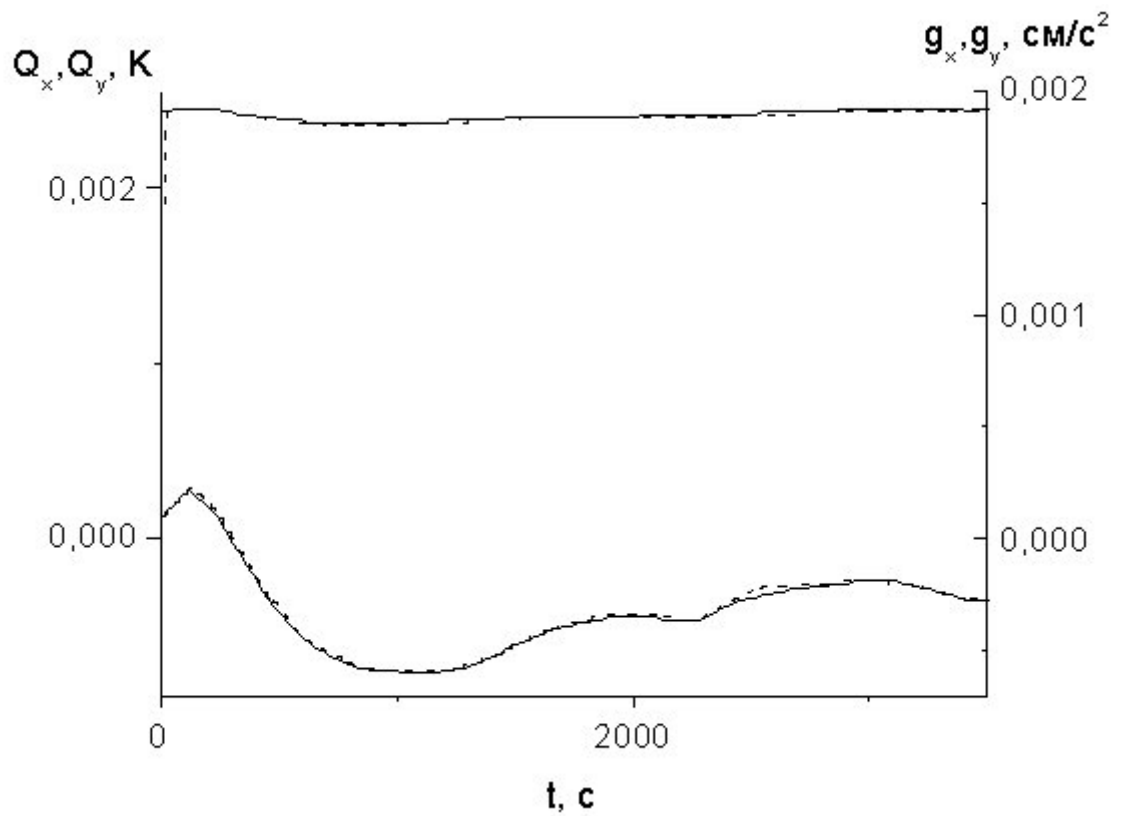


Рис. 4.16. Результаты компьютерного моделирования экспериментов на станции МКС для датчика конвекции ДАКОН. Компоненты микроускорения – правая шкала, сплошная линия, регистрируемые перепады температуры – левая шкала, пунктирная линия.

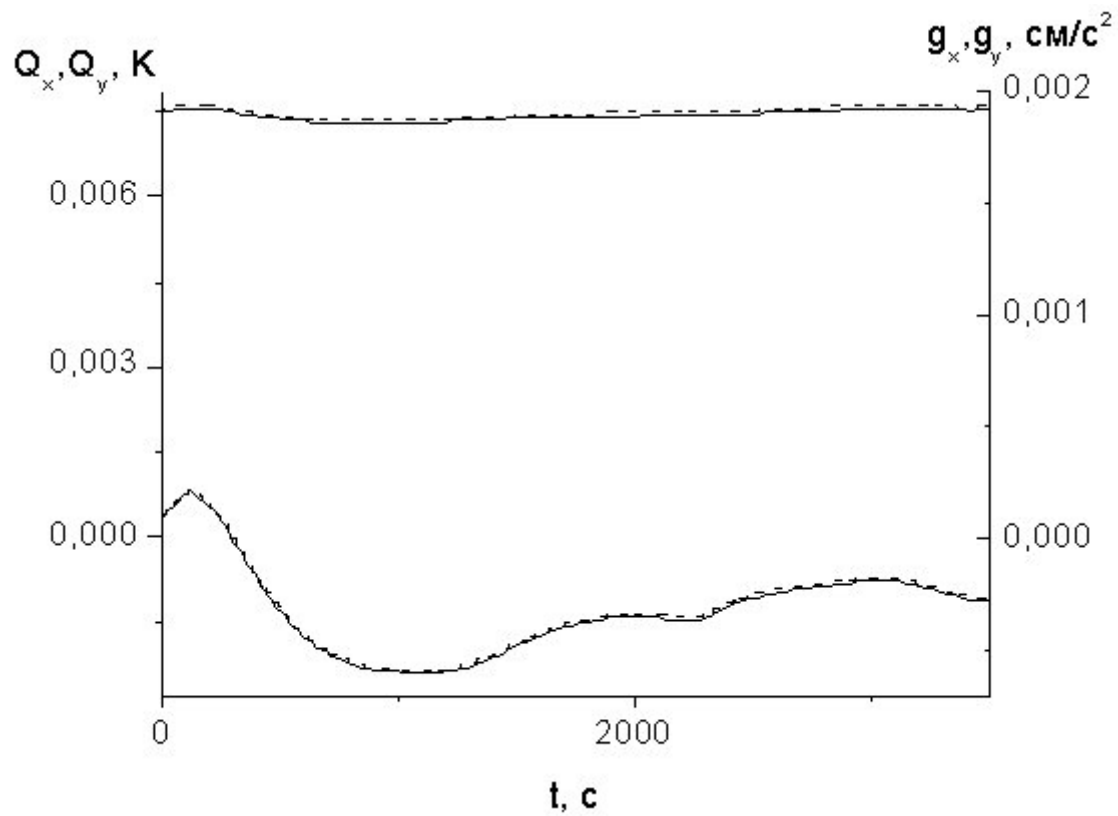


Рис. 4.17. Результаты компьютерного моделирования экспериментов на станции МКС для уменьшенной модели датчика конвекции ДАКОН-М, заполненной воздухом при давлении 3 атм. Компоненты микроускорения – правая шкала, сплошная линия, регистрируемые перепады температуры – левая шкала, пунктирная линия.

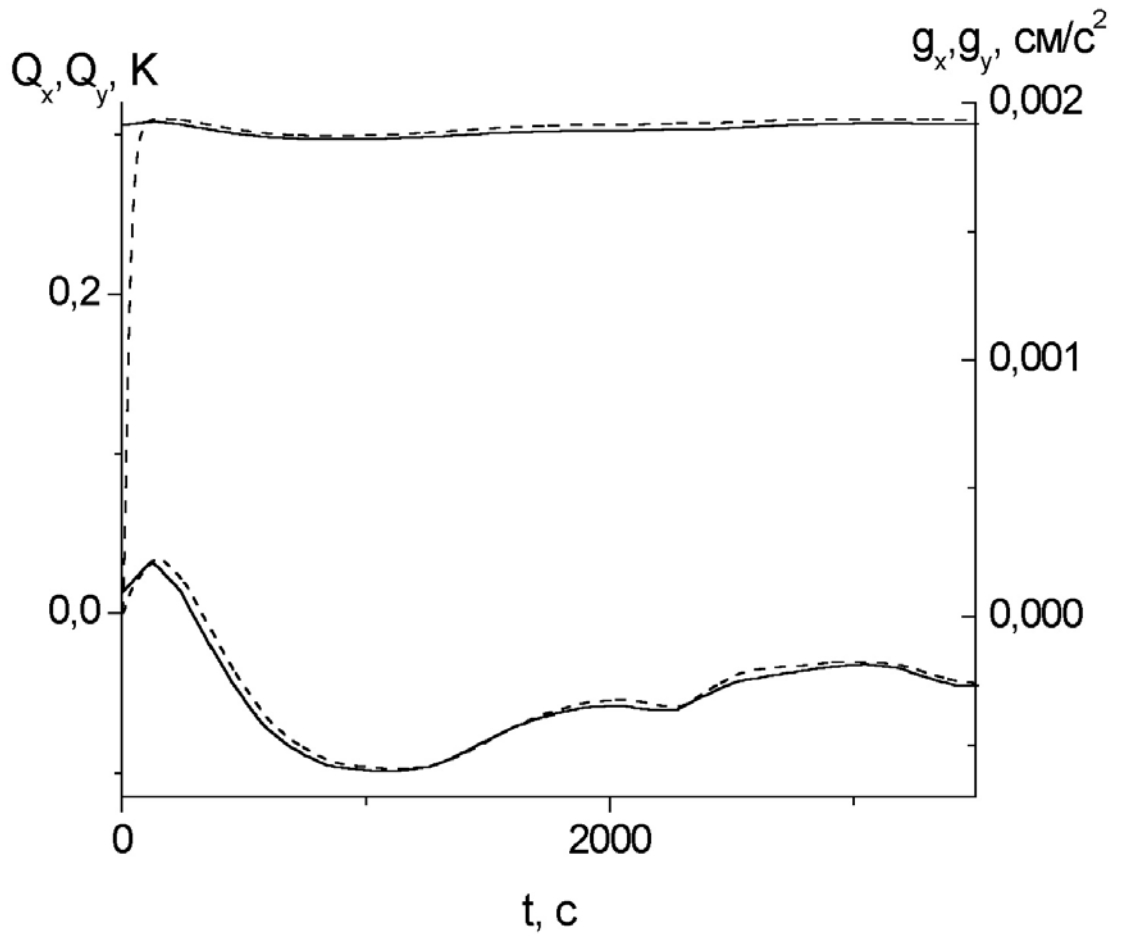


Рис. 4.18. Результаты компьютерного моделирования экспериментов на станции МКС для планируемых размеров датчика конвекции ДАКОН-М, заполненного углекислым газом при давлении 2 атм. Компоненты микроускорения – правая шкала, сплошная линия, регистрируемые перепады температуры – левая шкала, пунктирная линия.

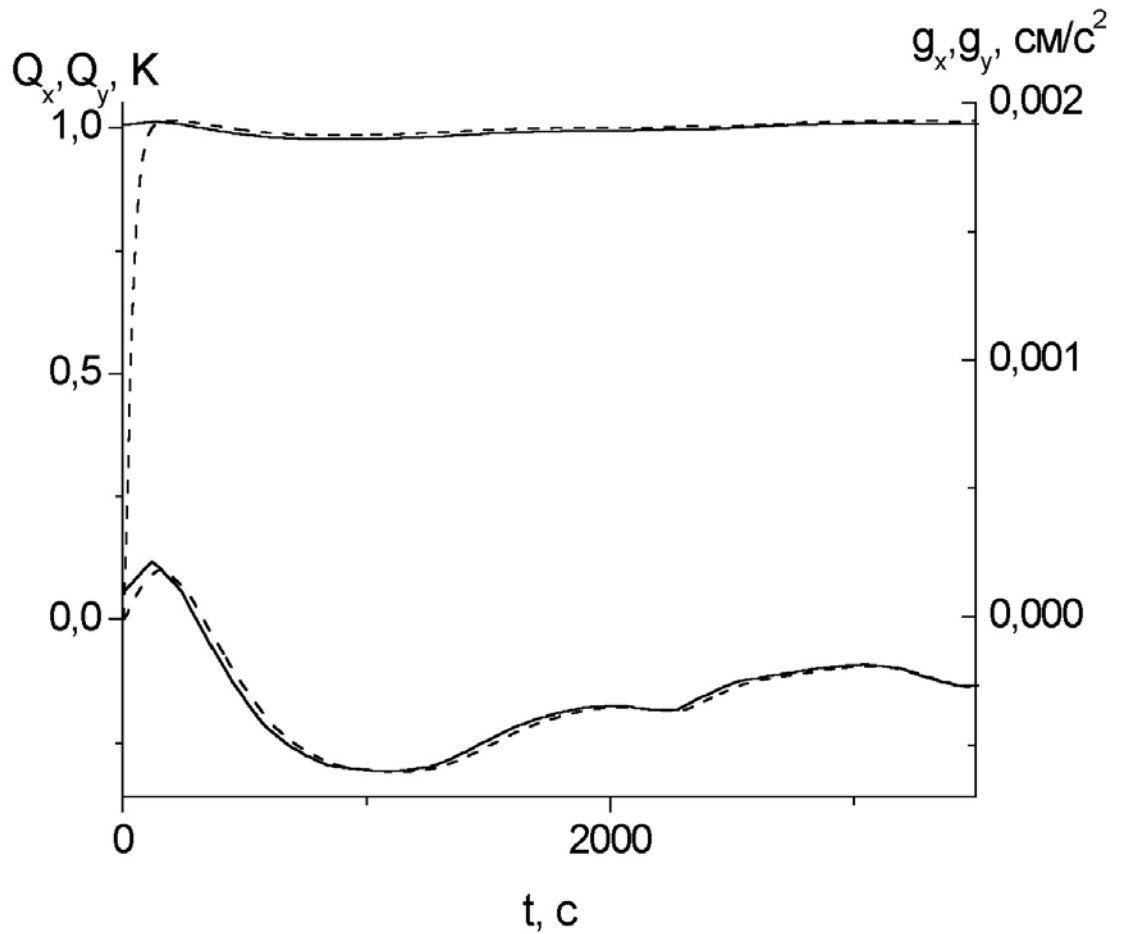


Рис. 4.19. Результаты 2-D компьютерного моделирования экспериментов на станции МКС для планируемых размеров датчика конвекции ДАКОН-М, заполненного углекислым газом при давлении 2 атм. Компоненты микроускорения – правая шкала, сплошная линия, регистрируемые перепады температуры – левая шкала, пунктирная линия.

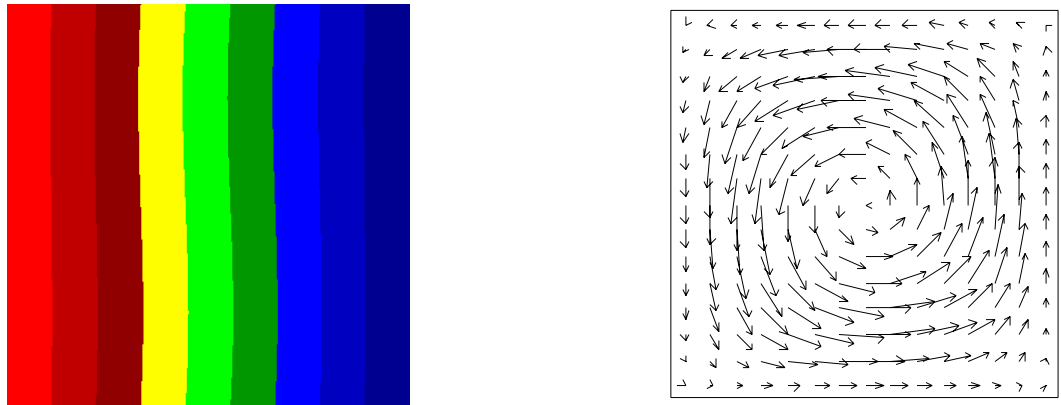


Рис. 4.20. Поле температуры и скорости для двумерной модели ДАКОН-М при ее установке на РС МКС. Ось X строительной системы координат направлена вверх, таким образом остаточные ускорения почти перпендикулярны градиенту температуры.

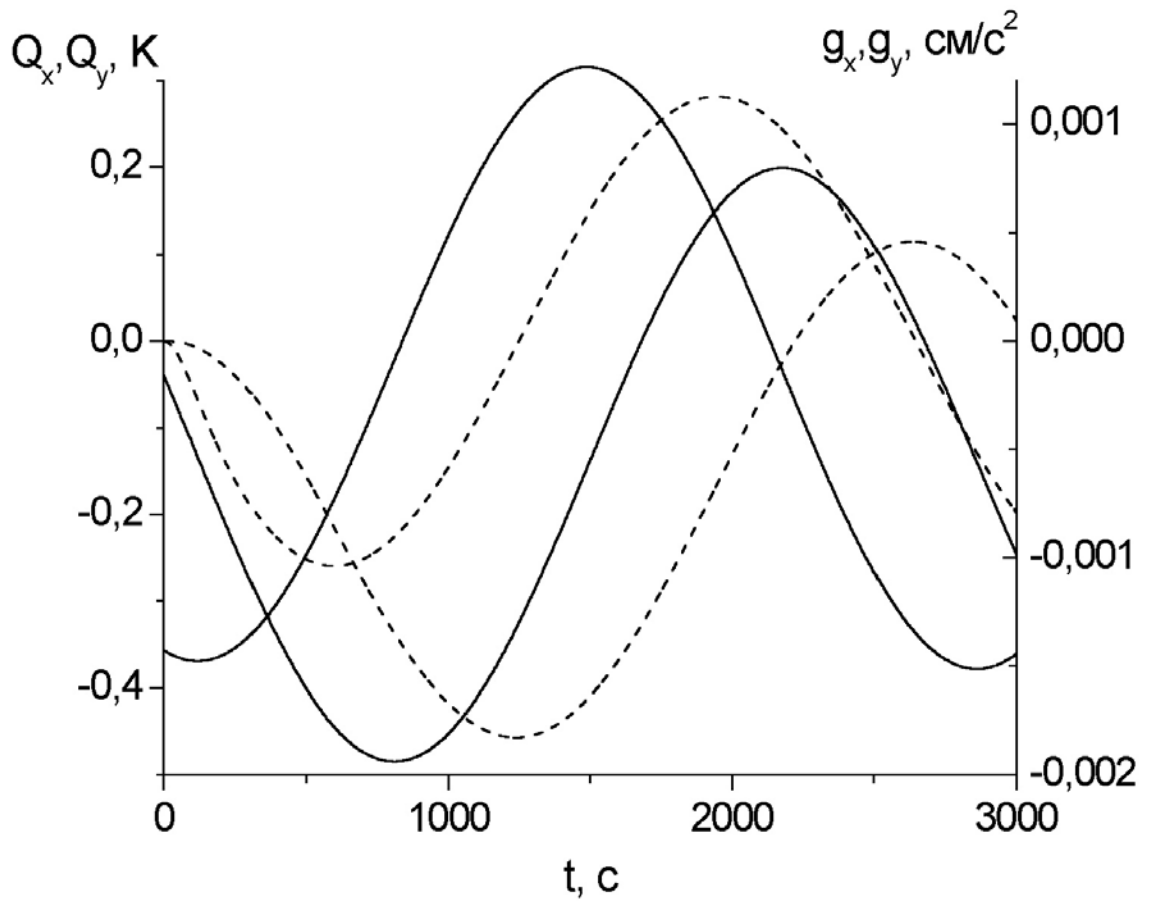


Рис. 4.21. Результаты компьютерного моделирования экспериментов на станции «Мир» для датчика конвекции, наполненного водой. Компоненты микроускорения – правая шкала, сплошная линия, регистрируемые перепады температуры – левая шкала, пунктирная линия.

Глава 5. Моделирование концентрационного расслоения примеси в расплаве полупроводника под воздействием микроускорений

Исследуется трехмерная структура течения и распределение легирующей примеси в расплаве полупроводника в условиях орбитального полета КА «Фотон-11». Отдельно исследуется случай влияния вибраций на величину поперечной неоднородности распределения примеси в расплаве. Результаты, изложенные в данной главе, ранее были опубликованы в работах [67; 68].

5.1. Свойства расплава, граничные условия и начальные условия

В качестве модельного объема рассматривается цилиндр диаметром 1 см и длиной 4 см ($H/D=4$). Такие размеры являются наиболее характерными для упоминавшихся во введении экспериментов по перекристаллизации германия с примесью кремния [42; 118]. Используются следующие свойства полупроводникового расплава: $\nu=0.0013 \text{ см}^2/\text{с}$, $\text{Pr}=0.016$, $\text{Sc}=10$, $\beta_t=2.5 \cdot 10^{-4} \text{ К}^{-1}$.

На всей поверхности цилиндрического объема для скорости ставится условие прилипания.

Для температуры и концентрации на боковой поверхности цилиндра ставятся условия: $dT/dr(r=0.5, \varphi, z)=0$, $dC/dr(r=0.5, \varphi, z)=0$.

Торцы цилиндра изотермические: $T(r, \varphi, z=0)=0$ градусов, $T(r, \varphi, z=4)=50$ градусов.

Так как сегрегация примеси в рамках данной постановки не приводит к появлению Архимедовых сил, задание продольного концентрационного расслоения произвольно. В данной работе исследуется относительная поперечная неоднородность, поэтому концентрация задана в безразмерном виде.

Рассматривается два типа граничных условий для концентрации. В первом случае концентрация на торцах цилиндра задана постоянной: $C(r, \varphi, z=0)=0$, $C(r, \varphi, z=4)=1$.

Во втором случае на холодном торце задано условие массопереноса: $dC/dz(r, \varphi, z=0)=v_f (1-k) \cdot C$, где k – равновесный коэффициент распределения

примеси, v_f – безразмерная скорость движения фронта кристаллизации. Были проведены вычисления для типичных значений $k=2.5$, $v_f=0.5$ [1]. На горячей поверхности, как и в первом случае, концентрация задавалась постоянной: $C(r, \varphi, z=4)=1$.

В качестве начальных условий была задана неподвижная среда с линейным распределением температуры и концентрации примеси вдоль оси цилиндрического объема.

5.2. Массовые силы

Данные о микроускорениях соответствуют данным, использовавшимся для КА «Фотон-11» в работе [78]. Фрагмент записи проекций микроускорения в точке с координатами $R_0 = (126 \text{ см}, 5 \text{ см}, 3 \text{ см})$ относительно центра масс КА, где предполагалось размещение экспериментального объема, представлен на рис. 5.1.

На рис. 5.2 показана строительная система координат КА «Фотон». Характер ускорений на КА «Фотон-11» (см. рис. 5.1) связан с характером его движения (см., например, [119; 120]). На рис. 5.3 показан график проекций угловой скорости на оси строительной системы координат, из которого легко сделать вывод, что основным является близкое к равномерному вращение КА вокруг оси X строительной системы координат с частотой $\Omega=0.01496 \text{ с}^{-1}$. Следовательно, период обращения КА вокруг своей оси составляет примерно 67 секунд, что чуть больше одной минуты. Однако, такое равномерное вращение вызывает лишь незначительные остаточные ускорения, которые теряются на фоне остаточных ускорений, связанных с угловыми ускорениями (см. рис. 5.4).

Движение КА «Фотон» носит сложный характер, анализ этого движения и некоторые упрощенные модели были изложены в [121], однако их подробное изложение выходит за рамки данной работы.

Согласно этим моделям КА вращается вокруг оси X, которая совершает прецессию вокруг вектора кинетического момента, который в свою очередь совершает небольшие несимметричные движения.

В первом приближении квазистатические ускорения КА «Фотон-11» в точке с координатами $R_0 = (126 \text{ см}, 5 \text{ см}, 3 \text{ см})$ можно представить в виде $A+B\cdot\sin(2\pi\cdot f\cdot t)$. Это можно сделать, так как одна мода (с частотой $\sim 0.002 \text{ Гц}$) превалирует над остальными, константа A представляет постоянное ускорение примерно равное $1.5 \text{ }\mu\text{g}$, амплитуда переменной составляющей B порядка $1 \text{ }\mu\text{g}$. Данное приближение не используется в расчетах, а предложено для удобства сопоставления уровня ускорений на КА «Фотон» с принятым уровнем предельных остаточных ускорений на МКС [127] (см. рис. 5.5). Хотя остаточные ускорения на «Фотон-11» лежат ниже кривой предельных требований для остаточных ускорений, однако, как будет показано ниже, конвективные движения в расплаве полупроводника, вызванные этими остаточными ускорениями вызывают заметную поперечную концентрационную неоднородность в распределении примеси.

5.3. Эволюция течения и концентрационной неоднородности

Скорость конвективных движений, возникающих под действием остаточных ускорений, тем больше, чем больше по величине проекция вектора суммарных остаточных ускорений на плоскость, перпендикулярную градиенту температуры. Так, для случая ориентации цилиндрического объема параллельно оси X строительной системы координат возникают конвективные движения большей интенсивности, чем в случае Y и Z ориентации (см. рис. 5.6). Максимальное значение скорости течения составляет $7\cdot 10^{-4} \text{ см/с}$. Из рис. 5.6 видно, что изменения скорости течения происходят практически мгновенно вслед за меняющейся микрогравитационной обстановкой (см. рис. 5.1).

Изменение среднего концентрационного расслоения (рис. 5.7), определяемого в виде:

$$\langle \Delta C \rangle = \frac{1}{H} \int_0^H (C(0.5, \varphi, z) - C(0.5, \pi + \varphi, z)) dz$$

отстает от изменения максимума модуля скорости (рис. 5.6).

Отметим также важное обстоятельство, отсутствующее в двумерной модели: $\langle \Delta C \rangle$ является функцией координаты φ . Поэтому для различных продольных сечений оно отличается (см. рис. 5.7).

5.4. Пространственная картина распределения примеси.

Под действием микроускорений в исследуемой области формируется подъемно-опускное течение (см. рис. 5.8).

В случае, когда ось цилиндрического объема параллельна оси X или Y осредненное поле скорости мало отличается от мгновенного, направление течения в пространстве сохраняется, а меняется только скорость. В случае, когда ось цилиндра параллельна оси Z строительной системы координат, мгновенное поле скорости отличается от среднего.

Чтобы объяснить характер движений возникающих в расплаве, следует изучить вызывающие их ускорения. На рис. 5.9 показан годограф микроускорения (см. формулу (1.5) из Главы 1) на плоскость, перпендикулярную оси цилиндра для трех этих случаев. Видно, что в случае X ориентации изменение проекции вектора носит выраженный периодический характер, в случае Y движение близко к периодическому, а в случае Z в изменении проекции вектора остаточных ускорений не видно никакой периодичности.

В случае X и Y ориентации цилиндрического объема средняя по времени концентрационная неоднородность оказывается значительной (см. рис. 5.10) и мало отличается от мгновенной, что в случае Z ориентации оказывается не так. В этом случае среднее по времени концентрационное расслоение не велико. О эволюции мгновенного поля концентрации можно судить по годографу максимального поперечного концентрационного расслоения примеси для трех упомянутых случаев (см. рис. 5.11).

Видно, что для случая (в) рис. 5.11 направление средней неоднородности изменяется по азимуту достаточно сильно, что в реальных космических экспериментах при кристаллизации полупроводника из расплава может приводить к эффекту грани рис. 5.12 (см., например, [8]). Но следует обратить внимание на то, что по рис 5.9 нельзя предсказать поведение средней концентрационной неоднородности (см. рис. 5.11). В формулу (1.5) из Главы 1 входят не все массовые силы, вызываемые микроускорениями. Существует еще член, вызывающий, так называемую изотермическую конвекцию (см. уравнение (1.1) из Главы 1), зависящий от $d\Omega/dt$. По-видимому, в случае ориентации полости вдоль оси Z строительной системы координат, влияние изотермической конвекции усиливается. Во-первых, проекция углового ускорения на ось Z строительной системы координат испытывает самые большие по амплитуде колебания (см. рис. 5.4). Во-вторых, координаты точки расположения экспериментального объема $R_0 = (126 \text{ см}, 5 \text{ см}, 3 \text{ см})$, следовательно экспериментальная установка лежит около оси X строительной системы координат. Ось вращения близка к оси X строительной системы координат, таким образом, возможны случаи, когда мгновенная ось вращения пересекает исследуемый объем, в этом случае изотермическая конвекция оказывает большее влияние.

Следует отметить, что в случаях X и Y ориентации модельного объема большого изменения азимутального направления средней поперечной концентрационной неоднородности не наблюдалось, в отличие от случая Z . На рис. 5.13 показан фрагмент эволюции полей осевой компоненты скорости, температурной неоднородности и концентрационной неоднородности в центральном поперечном сечении цилиндрического объема. Направление средней концентрационной неоднородности вращается по азимуту с периодом ~ 550 секунд (на рис. 5.13 показана только $\frac{1}{2}$ периода). Следовательно, частота этого вращения составляет $\sim 1.8 \cdot 10^{-3}$ Гц, что не связано с угловой скоростью вращения КА вокруг своей оси $\sim 1.5 \cdot 10^{-2}$ Гц (см. рис. 5.3). Но она совпадает с одной из основных частот, выявленных в кристалле InSb:Te и частотой в спектре остаточных ускорений КА «Фотон-11» (см. Табл. 1 в [8]). Таким образом, расчеты, представленные

ные в этой главе могут объяснить «эффект грани» и другие неоднородности, возникающие в кристалле, выращенном в условиях КА «Фотон-3». Однако, следует заметить, что пространственный эффект микроускорений был наиболее заметным только в случае ориентации экспериментального объема вдоль оси Z строительной системы КА, этот факт показывает, что при интерпретации результатов космических экспериментов моделирование течений для различных расположений и ориентаций исследуемого объема оказывается существенным, что отличает подход примененный в данной работе от более простого подхода, примененного в работе [53] без учета особенностей конвективных течений. Дискуссия по поводу того, насколько важен учет тех или иных факторов продолжается до настоящего момента (см. например, [122; 123; 124]), однако необходимость учета остаточных ускорений при развитой капиллярной конвекции пока еще не достаточно обоснована. Хотя, по-видимому, такой учет делать необходимо, так как непосредственно вблизи фронта кристаллизации капиллярные течения могут быть сравнительно слабыми (см. параграф 2.5 данной работы).

Модель, рассмотренная в данной главе, более точно описывает эксперименты по выращиванию кристаллов методом направленной кристаллизации [125; 126], однако, для численного анализа этих экспериментов необходимы данные об остаточных ускорениях во время проведения этих экспериментов, которыми автор на момент написания работы не располагал.

В заключение этого параграфа следует заметить, что в случае условий третьего рода для концентрации на холодном торце цилиндра, которые моделируют процессы, происходящие на фронте кристаллизации, эволюция среднего концентрационного расслоения имеет такой же характер, а значения полученных поперечных неоднородностей отличаются не более чем на 5 %.

5.5. Исследование влияния вибраций

В этом параграфе изложены результаты моделирования воздействия поступательных вибраций на модельный объем, заполненный расплавом полу-

проводника. Данные исследования близки по тематике к работе [33], в которой большее внимание было уделено обсуждению характера возникающих течений и неоднородностей и отсутствовало параметрическое исследование. В данной работе, как и в [33], направление вибраций было перпендикулярно оси цилиндра. Направление максимального поперечного расслоения, возникающего под влиянием вибраций, совпадает с направлением вибраций.

В таблице 5.1 представлены максимальные значения среднего концентрационного расслоения, возникающего под воздействием вибраций различной амплитуды и частоты. Все случаи, приведенные в таблице, показаны на рис. 5.5 кружками, лежащими над и под кривой требований по предельным микроускорениям для МКС. Однако в этих случаях концентрационное расслоение оказывается незначительным.

Таблица 5.1. Максимальное поперечное концентрационное расслоение $\langle \Delta C \rangle$ для различных значений частоты и амплитуды вибраций.

	$g=0.01 \text{ см/с}^2$	$g=0.1 \text{ см/с}^2$	$g=1 \text{ см/с}^2$	$g=10 \text{ см/с}^2$
1 Гц	$5.5 \cdot 10^{-6}$	$5.5 \cdot 10^{-5}$	$5.5 \cdot 10^{-4}$	$5.5 \cdot 10^{-3}$
10 Гц	$5.4 \cdot 10^{-7}$	$5.9 \cdot 10^{-6}$	$5.4 \cdot 10^{-5}$	$5.4 \cdot 10^{-4}$

Для подтверждения эффекта максимума поперечной концентрационной неоднородности, который был представлен в монографии [1] для двухмерного случая, была проведена серия расчетов. На рис. 5.14 представлено влияние вибраций различной амплитуды с фиксированной частотой 1 Гц.

Для данной постановки задачи максимальная концентрационная неоднородность составила примерно 5% при амплитуде вибраций $0.1 g_0$.

5.6. Обсуждение предельных требований по остаточным ускорениям для данного типа реальных космических экспериментов

Амплитуды вибраций, представленных в таблице 5.1, не превышают $10^4 \mu g$, или $10^{-2} g_0$, большие амплитуды вибраций, по-видимому, в космическом эксперименте наблюдаться не могут [127]. Полученные результаты делают возможным обсуждение предельных требований для остаточных ускорений на МКС [127].

Результаты моделирования в условиях космического эксперимента для КА «Фотон-11», для которого уровень квазистатических остаточных ускорений был около $1.5 \mu g$ (см. параграф 5.2), показывают, что хорошо известные требования для остаточных ускорений МКС [127] (рис. 5.5) для низкочастотной части микроускорений по отношению с процессам роста кристаллов не являются достаточным условием для проведения успешного эксперимента. Так для микроускорений КА «Фотон-11», на котором уровень остаточных ускорений ниже требований для МКС, при моделировании получаются поперечные концентрационные расслоения примеси до 7 %, что сравнимо с поперечными неоднородностями, получаемыми в наземных экспериментах (10-15 %) [42].

Однако вибрации, амплитуда которых превышает требования по остаточным ускорениям на МКС (см. рис. 5.5), не вызывают заметного концентрационного расслоения.

Изложенные в этой главе результаты говорят о том, что для каждого типа космических экспериментов необходима выработка индивидуальных требований по предельно допустимому уровню микроускорений.

5.7. Основные результаты и выводы

Выполнено численное моделирование эволюции концентрационного расслоения в расплаве полупроводника в условиях трехмерной цилиндрической геометрии под воздействием квазистатической составляющей остаточных ускорений на КА «Фотон-11». Результаты моделирования показывают, что поперечная концентрационная неоднородность зависит от угловой координаты в

цилиндрической геометрии и от ориентации цилиндрического объема относительно строительной системы координат КА. В рассмотренных случаях поперечное концентрационное расслоение достигало максимального значения примерно 7% при ориентации цилиндрического объема параллельно оси X строительной системы координат.

Представлен вариант интерпретации экспериментальных данных по выращиванию кристаллов на борту КА «Фотон-3», выявленная частота возникновения неоднородностей совпадает с одной из частот, определенных из эксперимента [8].

Исследовано влияние вибраций, подтвержден эффект максимума концентрационной неоднородности в зависимости от амплитуды вибраций (см. [1]) для трехмерной цилиндрической области.

Показано, что для данного класса космических экспериментов необходима выработка дополнительных требований к предельному уровню остаточных ускорений.

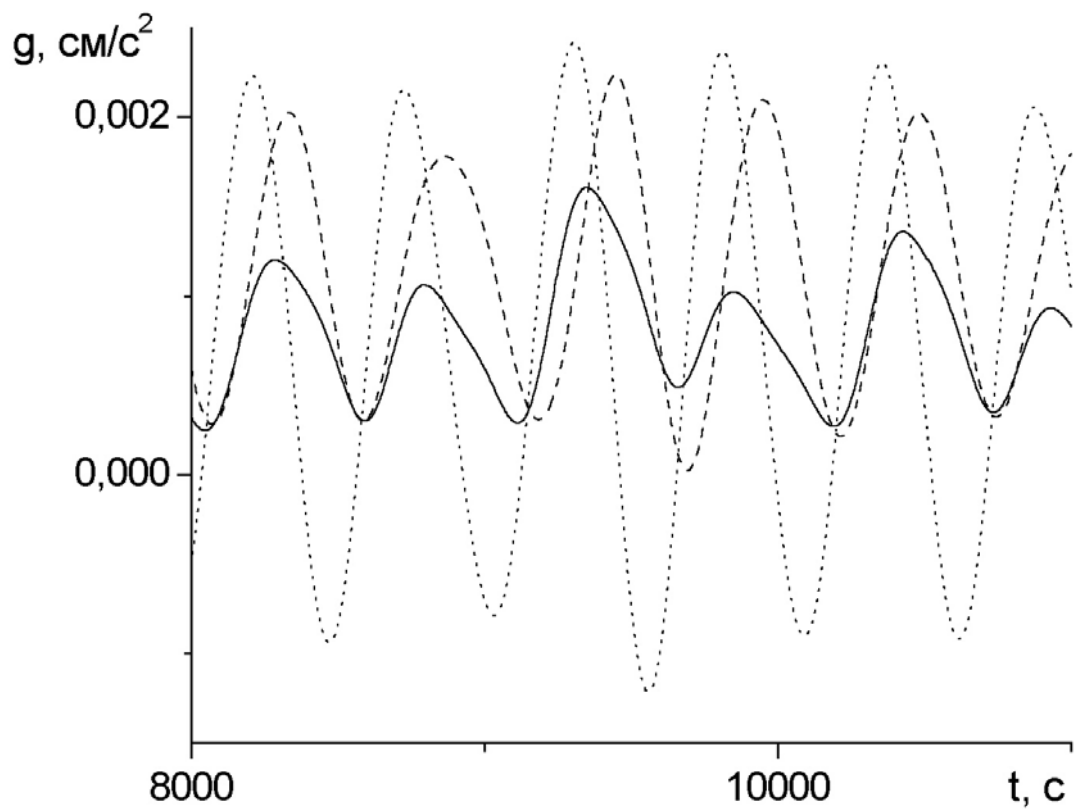


Рис. 5.1. Эволюция проекций суммарного вектора микроускорения на оси строительной системы координат в точке размещения исследуемого объема с координатами $R = (126 \text{ см}, 5 \text{ см}, 3 \text{ см})$. Сплошная линия – проекция на ось X, крупный пунктир – на ось Y, мелкий пунктир на ось Z.

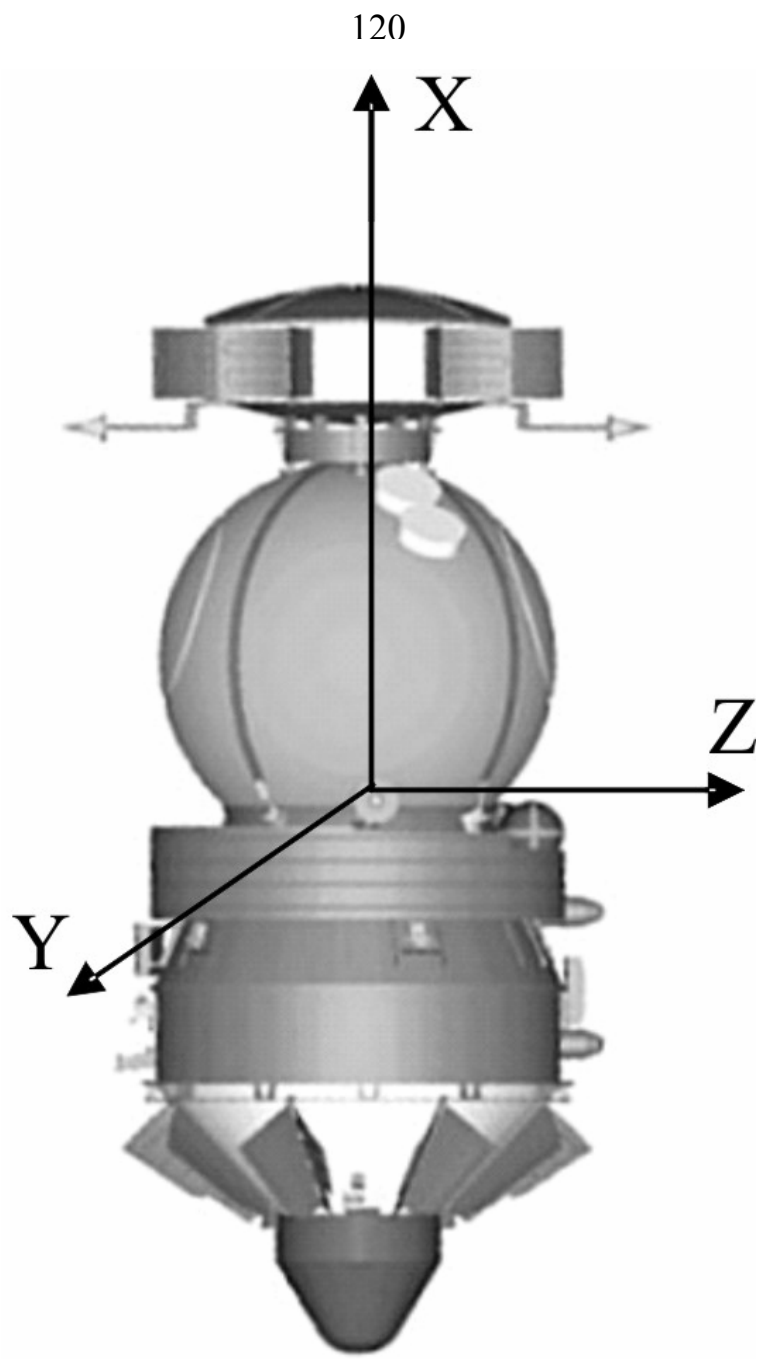


Рис. 5.2. Строительная система координат КА «Фотон».

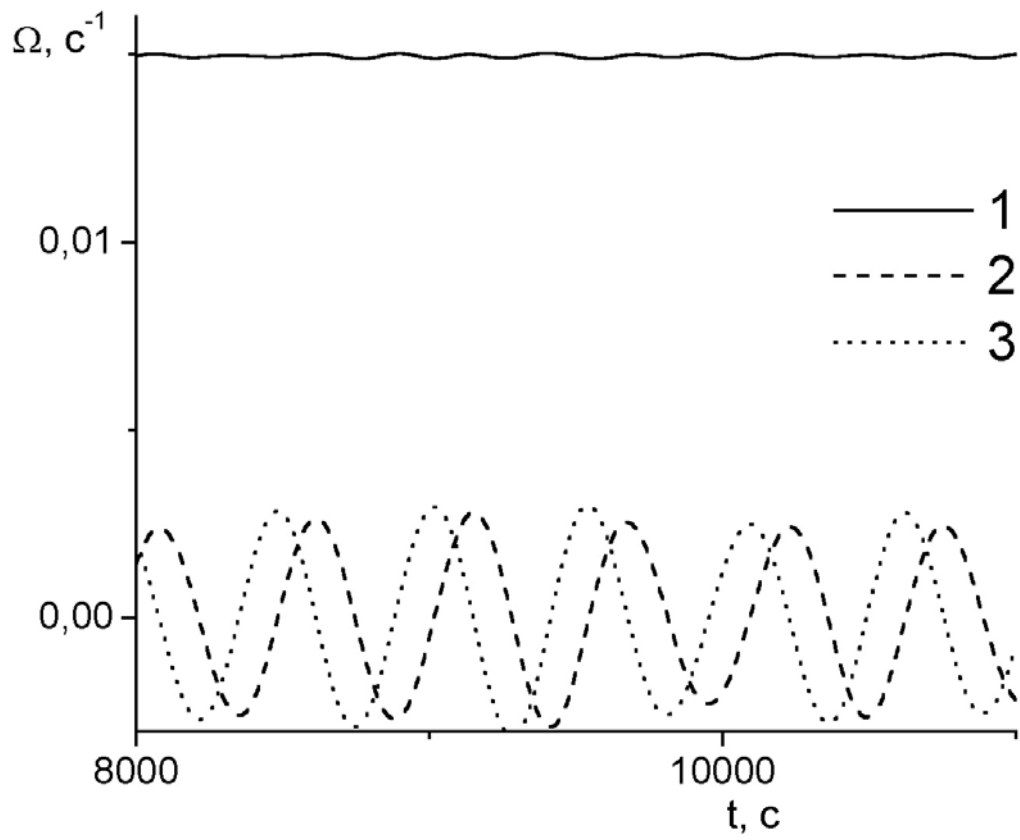


Рис. 5.3. Эволюция проекций угловой скорости вращения КА «Фотон» на оси строительной системы координат.

(1) – проекция на ось X, (2) – на ось Y, (3) – на ось Z.

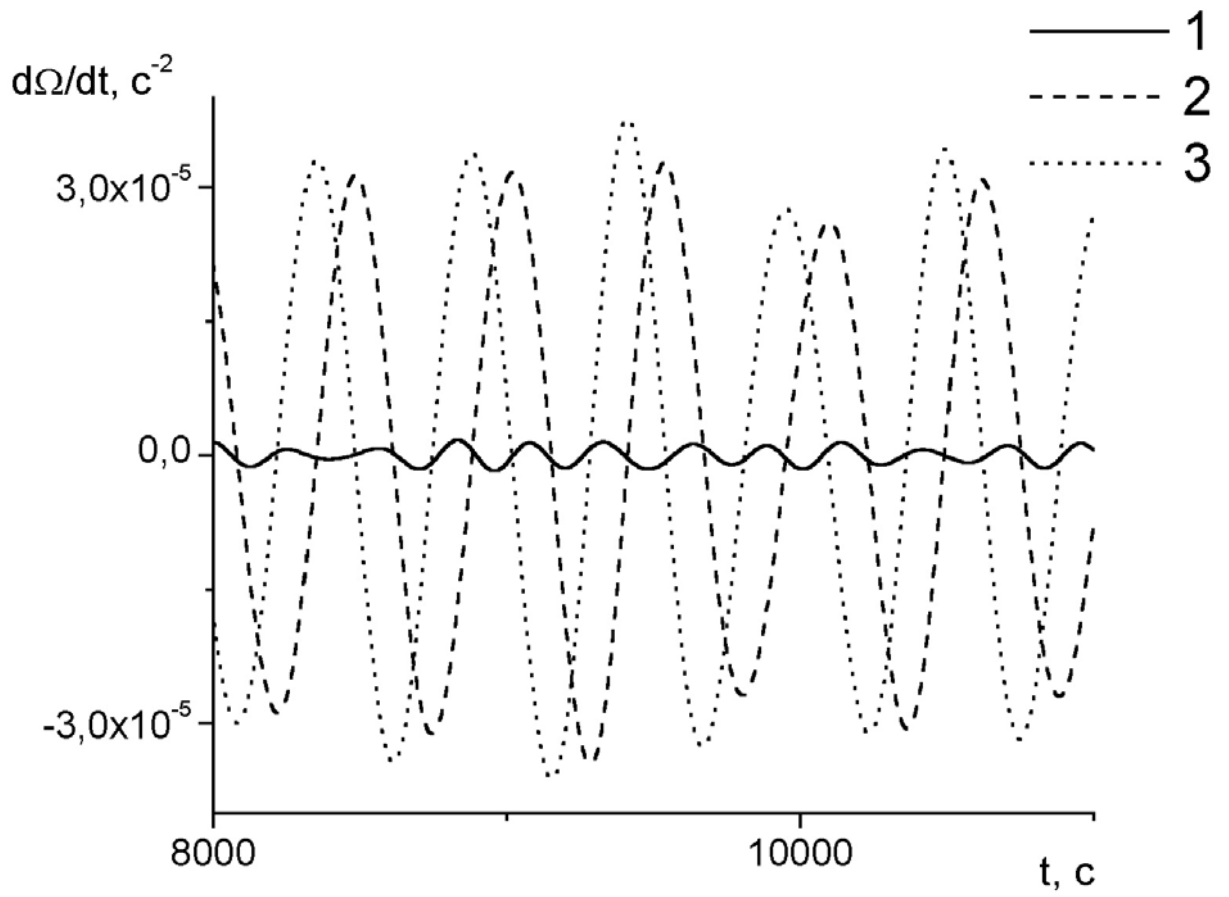


Рис. 5.4. Эволюция проекций углового ускорения вращения КА «Фотон» на оси строительной системы координат.

(1) – проекция на ось X, (2) – на ось Y, (3) – на ось Z.

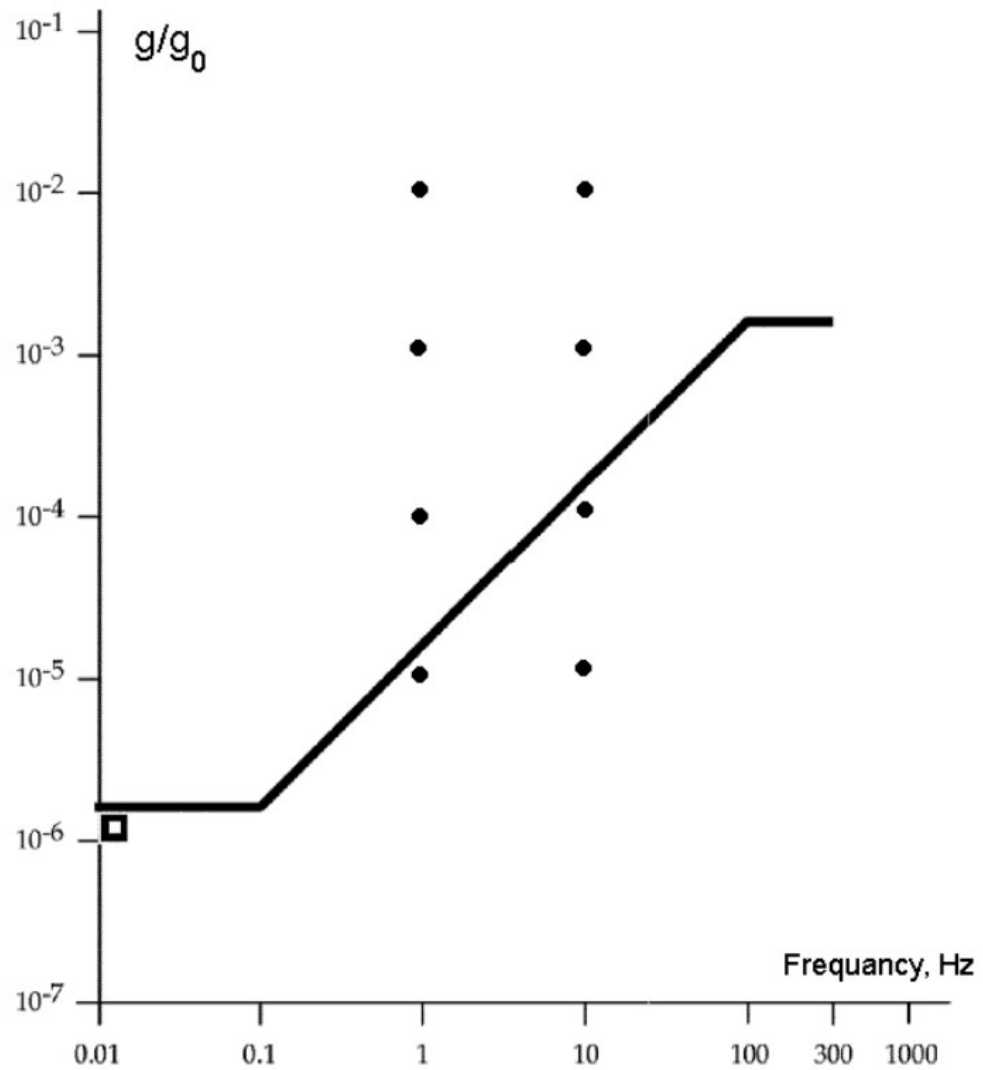


Рис. 5.5. Кривая предельных требований по остаточным ускорениям на МКС. Квадратиком обозначена основная составляющая микроускорений на КА «Фотон-11». Кругжками обозначены вибрационные воздействия, которым подвергался исследуемый объем при отсутствии квазистатических микроускорений для изучения влияния поступательных вибраций на распределение примеси в расплаве полупроводника.

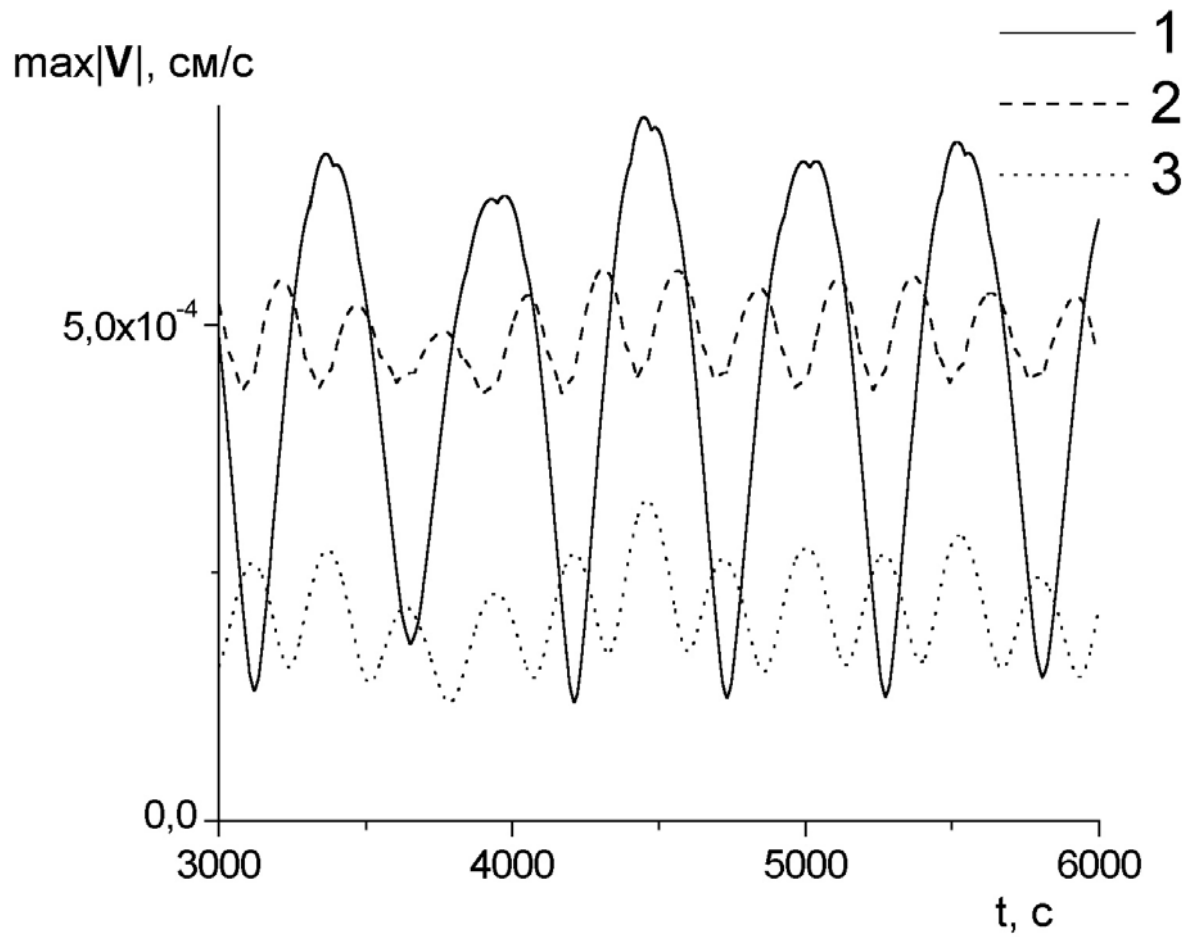


Рис. 5.6. Эволюция максимума модуля скорости конвективного движения при трех различных направлениях ориентации экспериментального объема в пространстве: (1) – вдоль оси X строительной системы координат, (2) – вдоль оси Y, (3) – вдоль оси Z.

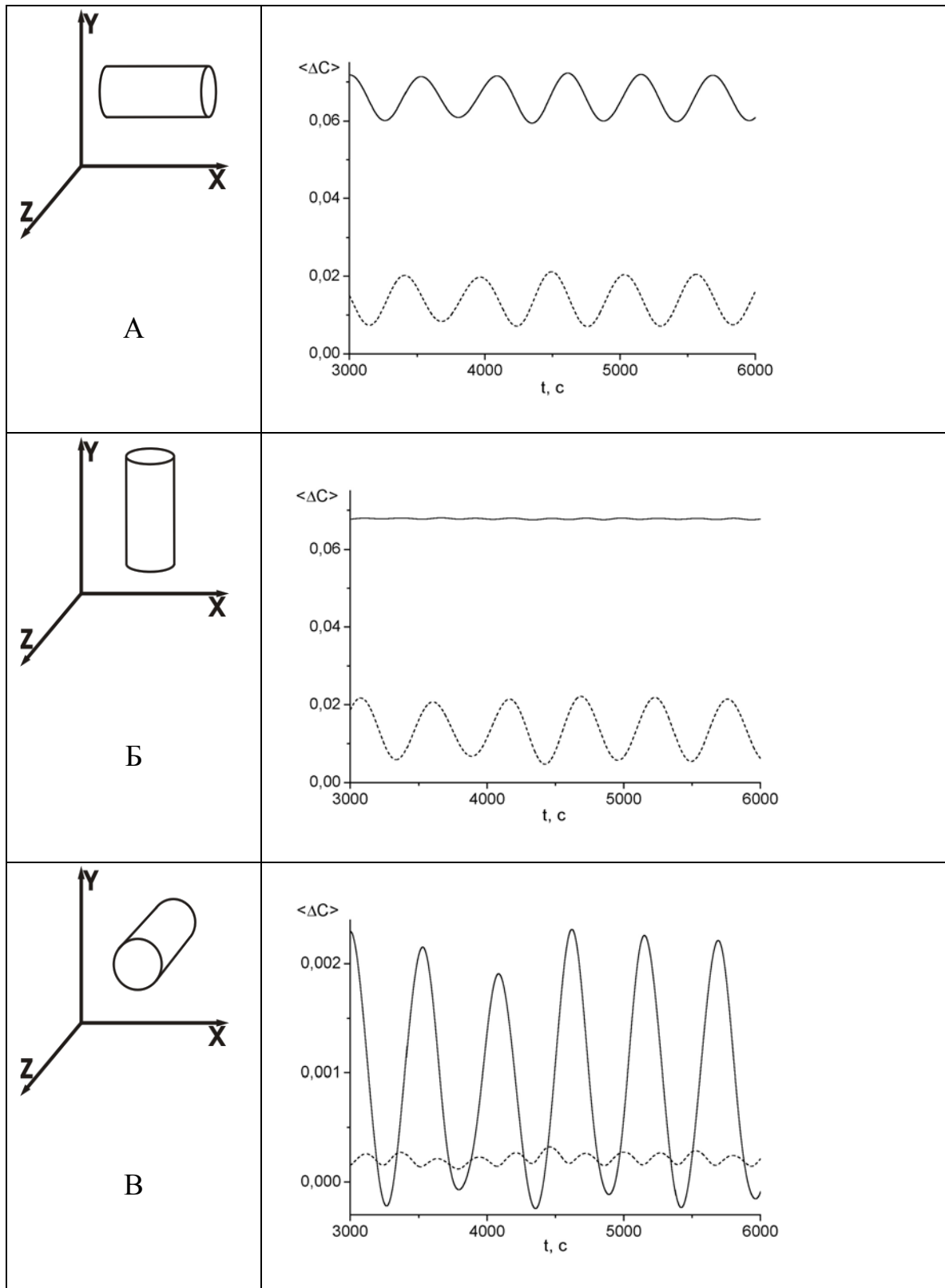


Рис. 5.7. Эволюция среднего концентрационного расслоения в двух взаимно перпендикулярных плоскостях для случая (А) – ориентации цилиндра вдоль оси X строительной системы координат, (Б) – вдоль оси Y, (В) – вдоль оси Z.

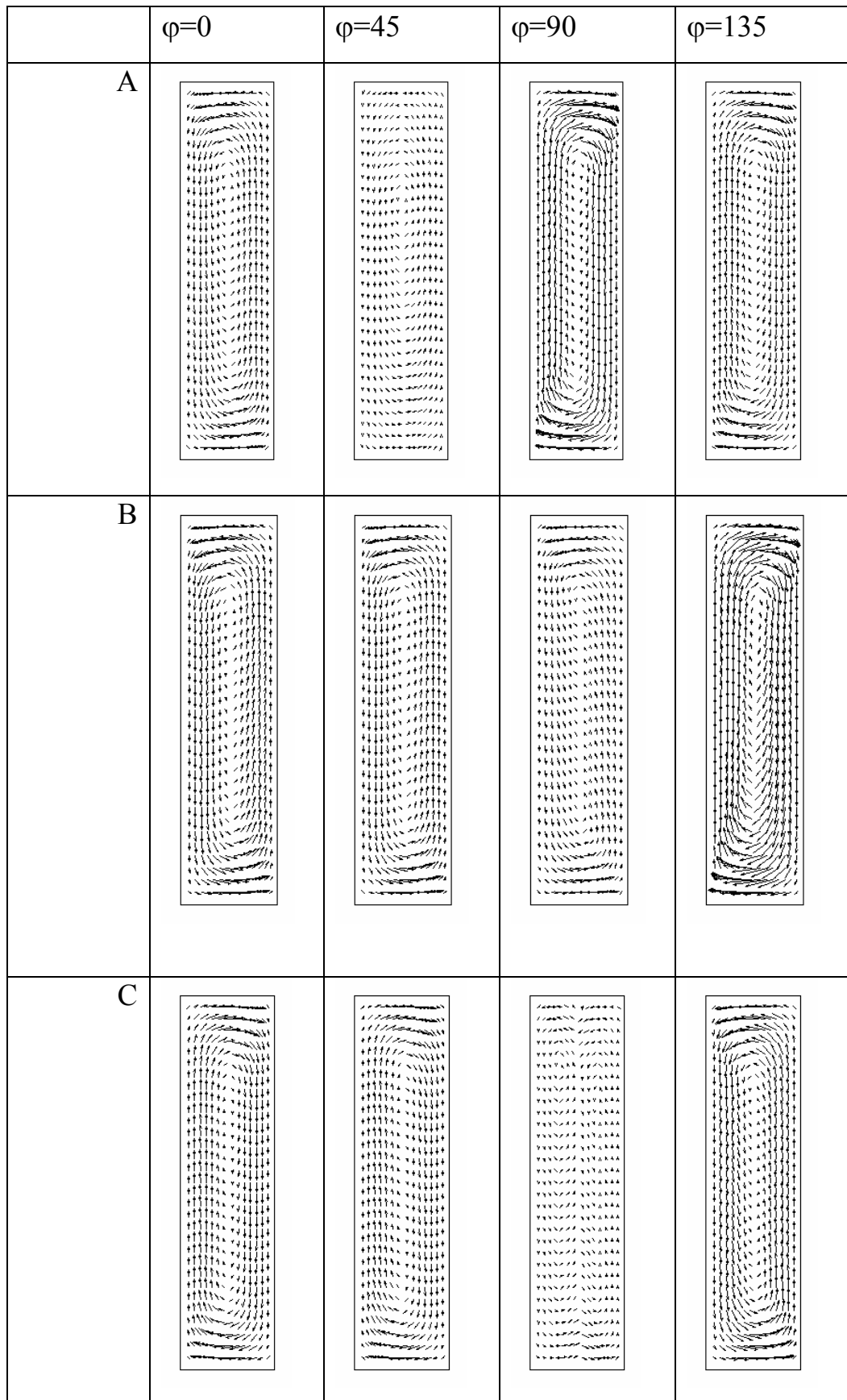
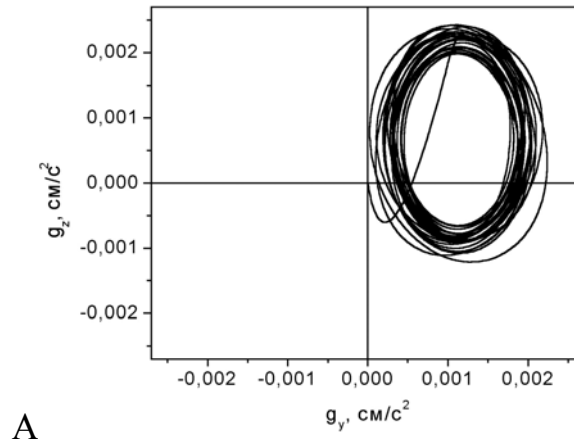
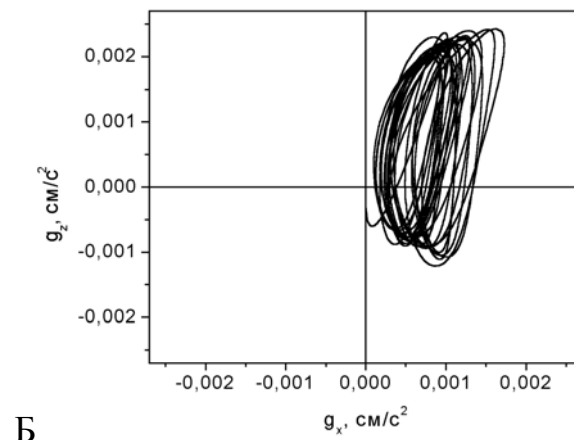


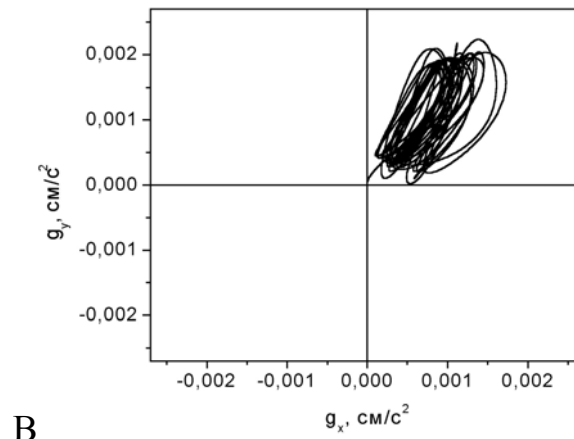
Рис. 5.8. Мгновенная картинка поля скорости в различных продольных сечениях цилиндрического объема в момент времени $t=10000$ с. А – ось цилиндра параллельна оси X строительной системы координат, В – оси Y, С – оси Z.



А



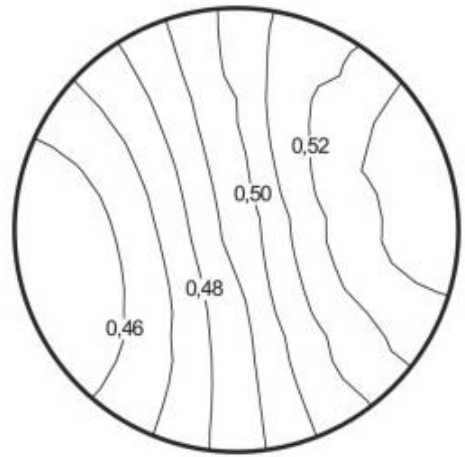
Б



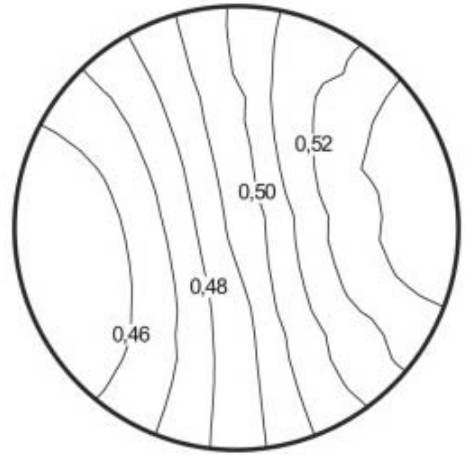
В

Рис. 5.9. Годограф микроускорения для плоскости, перпендикулярной оси цилиндра. (А) – ось цилиндра параллельна оси X строительной системы координат, (Б) – оси Y, (В) – оси Z.

А



Б



В

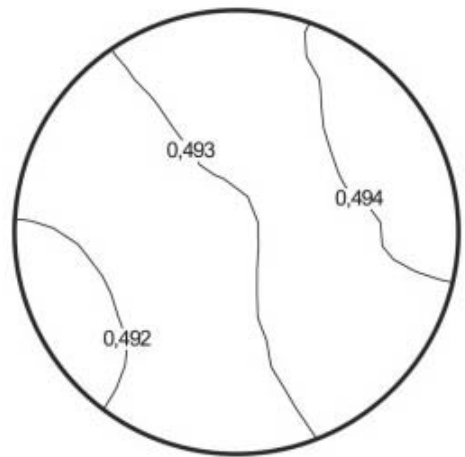


Рис. 5.10. Среднее по времени поле распределения пассивной примеси в центральном поперечном сечении цилиндрического объема для случая постоянной концентрации на холодной границе. А – ось цилиндра направлена вдоль оси X строительной системы координат, В – вдоль оси Y , С – вдоль оси Z .

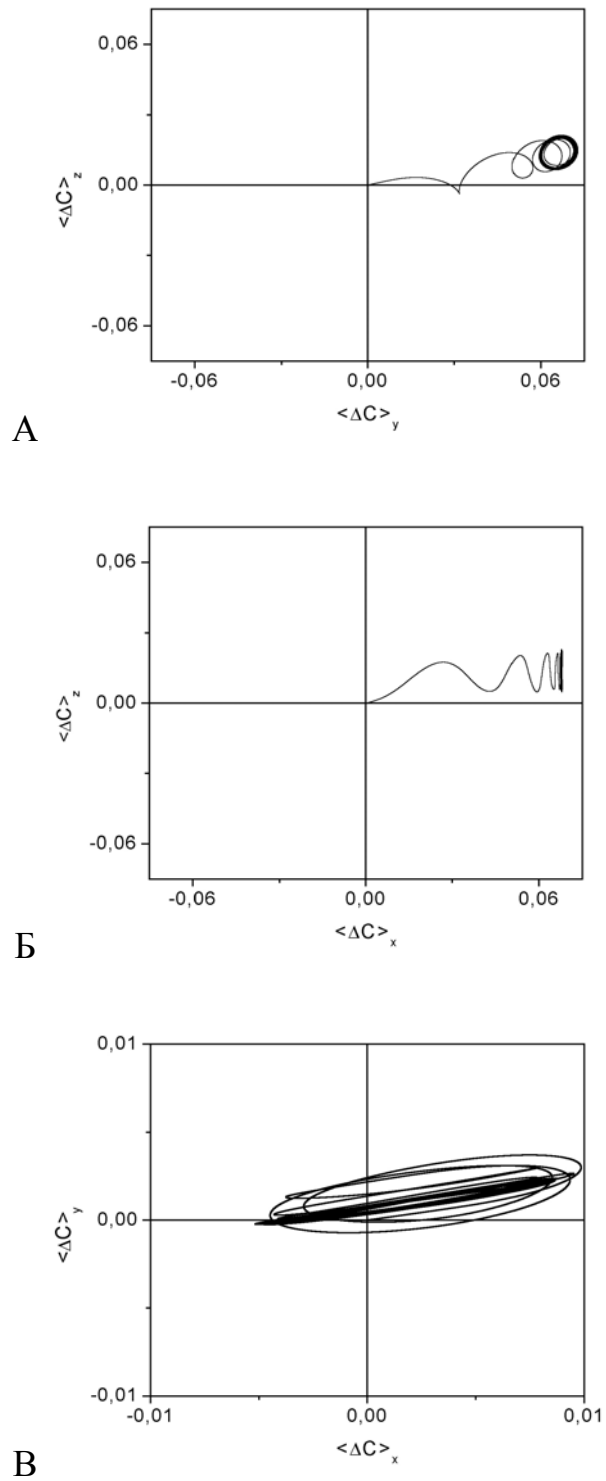


Рис. 5.11. Годограф максимального поперечного концентрационного расслоения для плоскости, перпендикулярной оси цилиндра. А – ось цилиндра параллельна оси X строительной системы координат, Б – оси Y, В – оси Z.

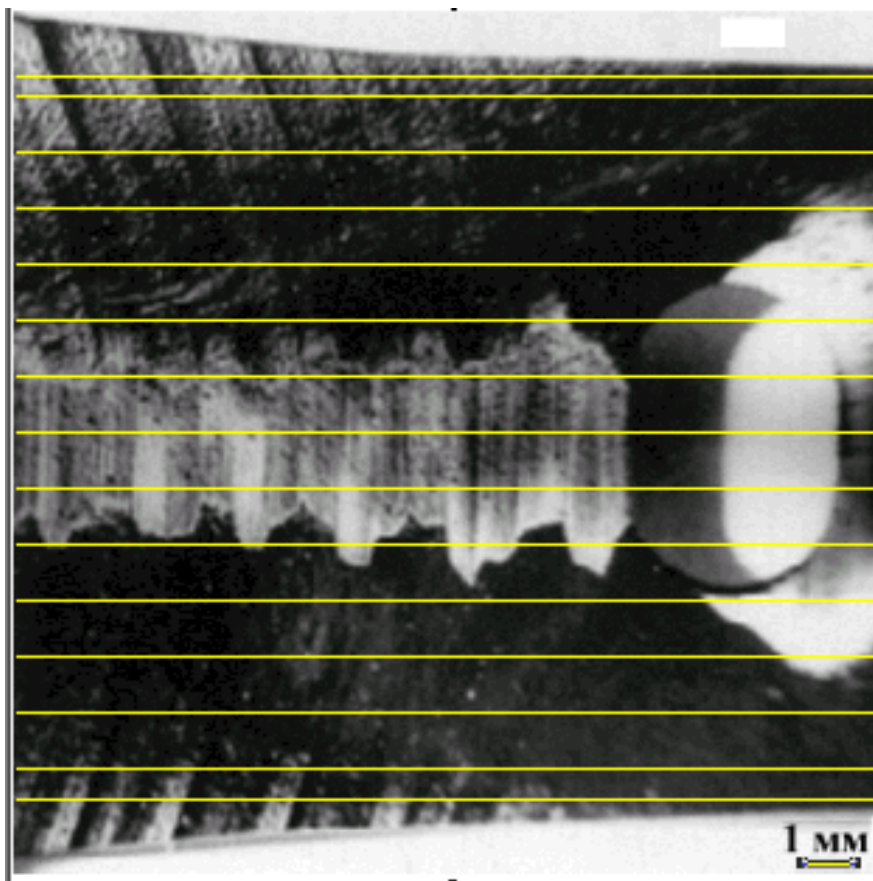


Рис. 5.12. Фрагмент шлифа продольного сечения по оси монокристалла InSb:Te, выращенного методом бестигельной зонной плавки на КА «Фотон-3» (1987 г.).

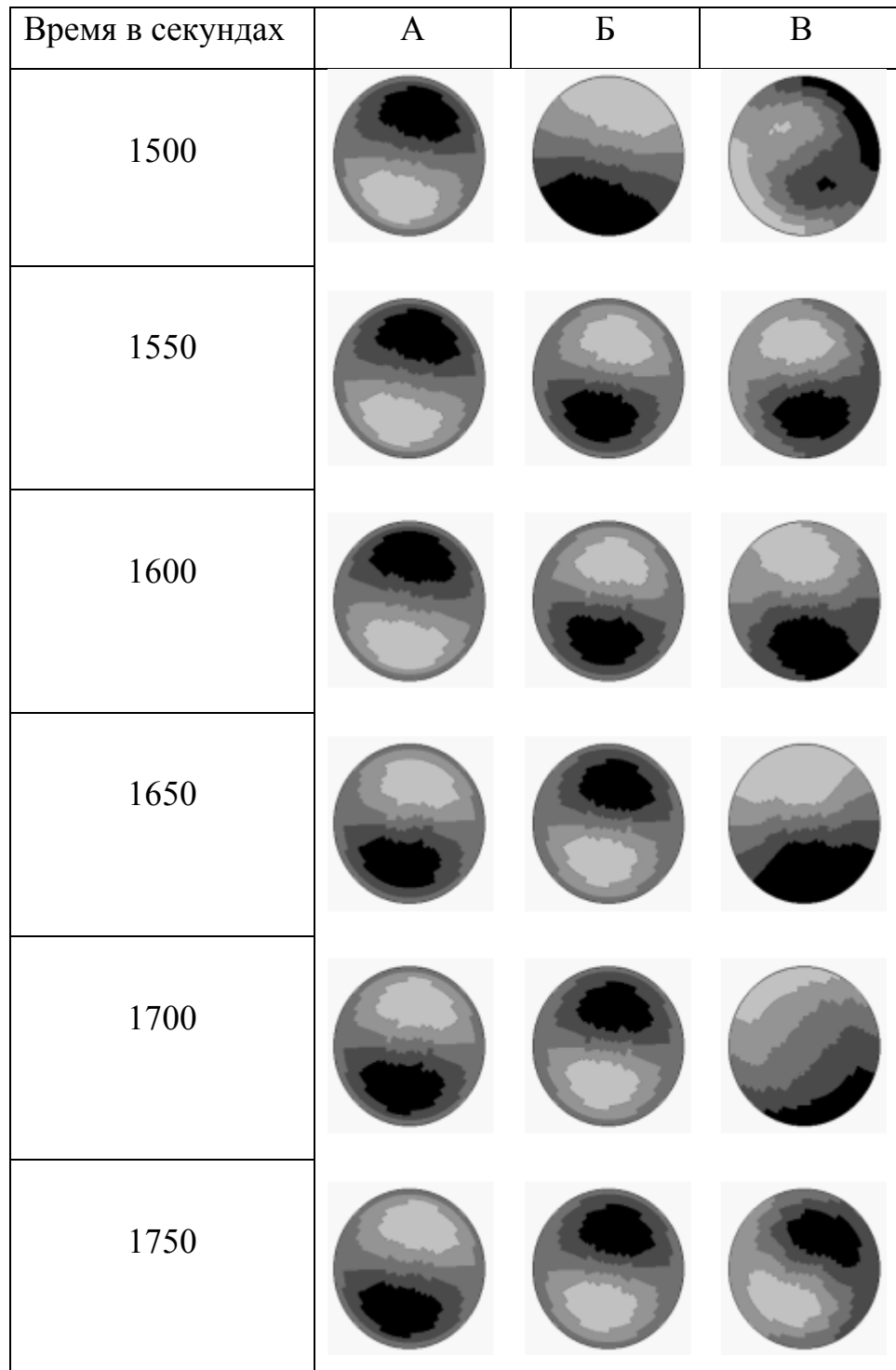


Рис. 5.13. Воздействие микроускорений на расплав полупроводника, при ориентации ампулы вдоль оси Z системы координат КА. Эволюция по времени полей: (А) – скорости вдоль оси объема, (Б) – температуры, (В) – концентрации примеси в центральном поперечном сечении расчетной области.

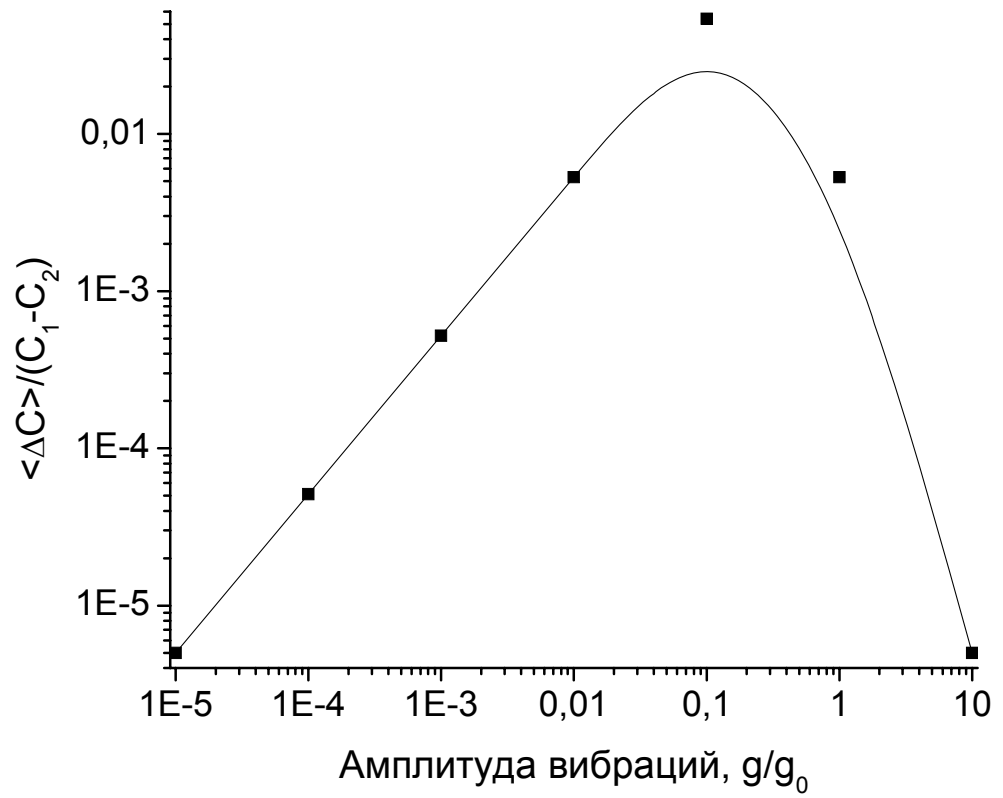


Рис. 5.14. Эффект максимума концентрационной неоднородности: зависимость относительного среднего поперечного расслоения примеси от амплитуды вибраций частотой 1 Гц.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Исследована нестационарная конвекция Рэлея – Бенара и Марангони в задаче подогрева снизу, определены границы режимов теплопередачи. Получены зависимости времени начала влияния конвекции на теплопередачу от чисел Рэлея и Марангони. Показано, что в задаче при внезапном подогреве снизу существует начальный отрезок времени, продолжительность которого зависит от Ra и Ma , когда влиянием конвекции на теплопередачу можно пренебречь. Этот факт открывает путь для развития наземных методов моделирования условий невесомости.
2. Проведены исследования ряда двумерных задач с учетом реальных микроускорений:
 - оценен уровень интенсивности термокапиллярной конвекции, при котором она может испытывать влияние остаточных ускорений, показано, что при числах $Ma > 10^2$ микроускорения не оказывают влияния на структуру течения в целом;
 - исследовано влияние ориентации вектора остаточных ускорений на процессы тепло- и массопереноса, показана принципиальная возможность уменьшения воздействия на экспериментальную установку остаточных ускорений за счет правильной ориентации этой установки относительно вектора остаточных ускорений, что достигается путем уменьшения угла между градиентом температуры в установке и мгновенным вектором остаточных ускорений;
 - проведены расчеты и показана принципиальная возможность создания прибора по синхронному моделированию конвекции в расплаве полупроводника и модельной прозрачной жидкости. Показано, что интенсивность течений, возникающих в расплаве полупроводника (Ge с примесью Si) близка к интенсивности течений в силиконовом масле (ПМС-1), хотя распределение температуры под действием течений в этих веществах оказывается различным.

3. Проведено детальное тестирование применяемого трехмерного кода для задач с постоянной и переменной по времени массовой силой. Данные этих расчетов подтверждают достоверность новых результатов и могут быть использованы для тестирования новых численных методик.
4. Проведены расчеты и дано сопоставление данных с результатами наземных экспериментов для лабораторной модели ДАКОН-М. Показано, что путем теплоизоляции боковой границы цилиндрического объема возможно достичь увеличения чувствительности прибора более чем на 50 %.
5. Из анализа космических экспериментов, выполненных с датчиком ДАКОН на станции «Мир» 10 июня 1999 г., сделан вывод о недостаточной чувствительности датчика ДАКОН.
6. Определена чувствительность планируемой модификации ДАКОН-М к микрогравитационной среде на РС МКС, которая составила 0.15 градуса на 1 μg в случае заполнения прибора углекислым газом под давлением 2 атм.
7. Проведено моделирование распределения примеси в расплаве полупроводника в условиях КА «Фотон-11». Выявлено существенное влияние ориентации экспериментального объема на среднее поперечное концентрационное расслоение примеси в расплаве, которое составляло от 2 до 8 % в зависимости от ориентации экспериментального объема.
8. Проведен анализ требований к остаточным микроускорениям для экспериментов с расплавом полупроводника. Показано, что требования к максимальным остаточным ускорениям для МКС по отношению к этим экспериментам для квазистатической компоненты микроускорений являются недостаточными, а для вибрационных составляющей – завышенными.
9. Обнаружены эффекты максимумов для поперечного концентрационного расслоения при воздействии термокапиллярной конвекции и поступательных вибраций высокой частоты. Показано, что для расплава полупроводника максимум концентрационной неоднородности, вызванной термокапиллярной конвекцией соответствует числам $Ma \sim 1$.

В заключение автор выражает благодарность

своему научному руководителю проф., д.ф.-м.н. В.И. Полежаеву за внимательное и заботливое отношение в процессе обучения в бакалавратуре, магистратуре и аспирантуре и неоценимую помощь во время подготовки диссертации,

своему научному консультанту д.ф.-м.н. Н.В. Никитину за предоставленную методику решения трехмерных задач и помощь в освоении этой методики,

разработчикам различных версий системы и компьютерной лаборатории с.н.с С.А. Никитину и с.н.с., к.ф.-м.н М.К. Ермакову, принимавшим активное участие в обсуждении отдельных этапов этой работы,

проф., д.ф.-м.н. В.В. Сазонову за предоставленные данные по квазистатической компоненте микроускорений для различных КА,

проф., д.ф.-м.н. В.И. Юдовичу и коллективу его кафедры, в особенности доц., к.ф.-м.н. С.М. Зеньковской за обсуждения и полезные замечания

к.ф.-м.н. А.Ф. Глухову за плодотворное сотрудничество и предоставленные экспериментальные данные для приборов ДАКОН и ДАКОН-М,

сотруднику ИПМех РАН О.А. Бессонову за данные, использованные при тестировании кода, и обсуждение результатов тестирования,

а также всем сотрудникам лаборатории математического и физического моделирования в гидродинамике ИПМех РАН за сотрудничество во время обучения и подготовки диссертационной работы.

Работа поддержана РФФИ (гранты № 03-01-00682, № 03-01-06190), грантом Президента РФ «Ведущие научные школы» № 2239.2003.8, проектом «Интеграция» министерства образования РФ под руководством Ростовского Государственного Университета № 74 и программой № 17 Президиума Российской Академии Наук «Параллельные вычисления с использованием многопроцессорных компьютерных систем».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Полежаев В.И., Белло М.С., Вerezуб Н.А. и др.** Конвективные процессы в невесомости. М.: Наука. 1991. 240 с.
2. **Полежаев В.И.** Режимы микроускорений, гравитационная чувствительность и методы анализа технологических экспериментов в условиях невесомости // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 1994. № 5. С. 22-36.
3. **Бабушкин И.А., Богатырев Г.П., Глухов А.Ф., Путин Г.Ф. и др.** Измерение низкочастотных ускорений на борту ИСЗ с помощью датчика конвекции // Сб. трудов VII Российского симпозиума «Механика невесомости. Итоги и перспективы фундаментальных исследований гравитационно-чувствительных систем». Москва. 2000. С. 123-136.
4. **Сазонов В.В., Комаров М.М., Полежаев В.И. и др.** Микроускорения на орбитальной станции «Мир» и оперативный анализ гравитационной чувствительности конвективных процессов тепло-массопереноса // Космические исследования. 1999. Т. 37. № 1. С. 86-101.
5. **Сазонов В.В., Чебуков С.Ю., Абрашкин В.И. и др.** Анализ низкочастотных микроускорений на брту ИСЗ "Фотон-11": Препринт №33. ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, 1999. 36 с.
6. **Ветлов В.И., Новичкова С.М., Сазонов В.В и др.** Режим гравитационной ориентации Международной космической станции: Препринт № 24. ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, 2000. 27 с.
7. **Nauman R.J., Haulenbeek G., Kawamura H., Matsunaga K.** A New Concept for Measuring Quasi-steady Microgravity Accelerations // Proceedings of First International Symposium on Microgravity Research and Applications in Physical Sciences and Biotechnology. Sorrento. 2000. V. 2. P. 835 – 843.
8. **Земсков В.С., Раухман М.Р., Шалимов В.П. и др.** Влияние расположения ростовых установок на борту космического аппарата на микрогравитационные условия проведения экспериментов (на примере БЗП InSb:Te на ИСЗ Фотон-3) // Космические исследования. 2004. Т. 42. № 2. С. 144-154.

9. **Полежаев В.И.** О влиянии «градиента гравитации» на температурное расслоение жидкости в цилиндрическом сосуде // Космические исследования. 1974. Т. 12. № 6. С. 924-929.
10. **Zeng Z., Mizuseki H., Simamura K. et al.** Three-dimensional oscillatory thermocapillary convection in liquid bridge under Microgravity // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2001. V. 44. P. 3765-3774.
11. **Maekawa T., Hiraoka Y., Ikegami K., Matsumoto S.** Numerical modeling and analysis of binary compound semiconductor growth under Microgravity conditions // Journal of Crystal Growth. 2001. V. 229. P. 605-609.
12. **Timchenko V., Chen P.Y.P., Leonardi E. et al.** A computational study of binary alloy solidification in the MEPHISTO experiment // International Journal of Heat and Fluid Flow. 2002. V. 23. P. 258-268.
13. **Gerrits J., Veldman A.E.P.** Dynamics of liquid-filled spacecraft // Journal of Engineering Mathematics. 2003. V. 45. P. 21–38.
14. **Лебедев А.П., Полежаев В.И.** Механика невесомости: микроускорения и гравитационная чувствительность процессов массообмена при получении материалов в космосе // Успехи механики. 1990. Т. 13. № 1. С. 3-51.
15. **Бессонов О.А., Полежаев В.И.** Математическое моделирование конвекции в датчике «Дакон» в условиях реального космического полета // Космические исследования. 2001. Т. 39. № 2. С. 170–178.
16. **Polezhaev V.I., Nikitin N.V., and Yaremchuk V.P.** Three dimensional convection in realistic microgravity environment and analysis of microgravity requirements // AIAA – 2004 – 1371. Reno, NV. 2004. 7 p.
17. **Juel A., Mullin T., Ben Hadid H., Henry D.** Three-dimensional free convection in molten gallium // J. Fluid Mech. 2001. V. 436. P. 267-281.
18. **Бессонов О.А., Брайловская В.А., Полежаев В.И.** Пространственные эффекты конвекции в расплавах: концентрационные неоднородности, возникновение несимметрии и колебаний // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 1997. № 3. С. 74-82.
19. **Xu J., Zebib A.** Oscillatory two- and three-dimensional thermocapillary con-

- vection // J. Fluid Mech. 1998. V. 364. P. 187-209.
20. **Polezhaev V.I., Bessonov O.A., Nikitin S.A.** Dopant inhomogeneities due to convection in Microgravity: spatial effects // Adv. Space Res. 1998. V. 22. No. 8. P. 1217-1221.
 21. **Le Cunff C., Zebib A.** Thermocapillary-coriolis instabilities in liquid bridges // Physics of Fluids. 1999. V. 11. No. 9. P. 2539-2545.
 22. **Fujiwara S., Watanabe Y., Namikawa Y. et al.** Numerical simulation on dumping of convection by rotating a horizontal cylinder during crystal growth from vapor // Journal of Crystal Growth. 1998. V. 192. P. 328-334.
 23. **Bardan G., Knobloch E., Mojtabi A., Khallouf H.** Natural doubly diffusive convection with vibration // Fluid Dynamics Research. 2001. V. 28. P. 159-187.
 24. **Zhao Y., Alexander J.I.D.** Effects of g-jitter on experiments conducted in low-earth orbit: a review // AIAA – 2003 – 0994. Reno, NV. 2003. 11 p.
 25. **Бирих Р.В., Брискман В.А., Зуев А.Л., Чернатынский В.И., Якушин В.И.** О взаимодействии термовибрационного и термокапиллярного механизмов конвекции // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 1994. № 5. С. 107-121.
 26. **Savino R., Monti R., Piccirillo M.** Thermovibrational convection in a fluid cell // Computers & Fluids. 1998. V. 27. No. 8. P. 923-939.
 27. **Kamotani Y., Prasad A., Ostrach S.** Thermal convection in an enclosure due to vibrations aboard spacecraft // AIAA Journal. 1981. V. 19. No. 4. P. 511-516.
 28. **Hirata K., Sasaki T., Tanigawa H.** Vibrational effects on convection in a square cavity at zero gravity // J. Fluid Mech. 2001. V. 445. P. 327-344.
 29. **Doi T., Prakash A., Azuma H., Yoshihara S., Kawahara H.** Oscillatory convection induced by g-jitter in a horizontal Liquid Layer // AIAA – 95 – 0269. Reno, NV. 1995. 10 p.
 30. **Zebib A.** Low-gravity sideways double-diffusive instabilities // Physics of fluids. 2001. V. 13. No. 7. P. 1829-1832.

31. **Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М., Непомнящий А.А.** Устойчивость конвективных течений. М.: Наука. 1989. 320 с.
32. **Любимов Д.В.** Нелинейные проблемы теории быстроосциллирующих конвективных течений. Дис. ... доктора ф.-м. наук. Пермь. 1994. – 415 с.
33. **Savino R., Monti R.** Convection induced by residual-g and g-jitters in diffusion experiments // International Journal of Heat and Mass Transfer. 1999. V. 42. P. 111-126.
34. **Savino R., Monti R.** Fluid-dynamics experiment sensitivity to accelerations prevailing on Microgravity platforms // R. Monti. Physics of Fluids in Microgravity. London and New York: Taylor and Francis. 2001. P. 515-559.
35. **Naumann R.J.** An analytical model for transport from quasi-steady and periodic accelerations on spacecraft // International Journal of Heat and Mass Transfer 2000. V. 43. P. 2917-2930.
36. **Dust J.C., Ma N.** Macrosegregation during directional solidification of alloyed semiconductor crystals with a transverse magnetic field // AIAA – 2003 – 1310. Reno, NV. 2003. 11 p.
37. **Yao Y.L., Hu W.R., Hirata A. et al.** Transition on oscillatory features of thermocapillary convection from one-g to micro-g environment // AIAA – 95 – 0816. Reno, NV. 1995. 9 p.
38. **Rosenberger F.** Short-duration Low-gravity Experiments – Time Scales, Challenges and Results // Microgravity Sci. technol. 1993. VI/3. P. 142-148.
39. **Яремчук В.П.** Нестационарная конвекция Рэлея-Бенара. Альтернативный метод моделирования невесомости // Тезисы докладов VII Российского симпозиума «Механика невесомости. Итоги и перспективы фундаментальных исследований гравитационно-чувствительных систем». Москва. 2000. С. 53-54.
40. **Voloshin A.E., Nishinaga T., Ge P., Huo C.** Te distribution in space growth GaSb // Journal of Crystal Growth. 2002. V. 234. P. 12-24.
41. **Ostrogorsky A., Marin C., Churilov A. et al.** Solidification using the baffle in sealed ampoules // AIAA – 2003 – 1309. Reno, NV. 2003. 7 p.

42. **Земсков В.С., Белокурова И.Н., Раухман М.Р., Шалимов В.П.** Неоднородность распределения компонентов в поперечных сечениях кристаллов, выращенных методом Бриджмена в космическом полете, - результат гравитационной чувствительности расплава (обзор работ ИМЕТ РАН) // Сб. трудов VII Российского симпозиума «Механика невесомости. Итоги и перспективы фундаментальных исследований гравитационно-чувствительных систем». Москва. 2000. С. 425–443.
43. **Jing C.J., Imaishi N., Yasuhiro S., Miyazawa Y.** Three-dimensional numerical simulation of spoke pattern in oxide melt // *Journal of Crystal Growth*. 1999. V. 200. P. 204-212.
44. **Labrie D., George A.E., Simpson A.M. et al.** Characterization of CdGeAs₂ grown by the float zone technique under microgravity // *Journal of Crystal Growth*. 2000. V. 208. P. 379-388.
45. **Otalora F., Garcia-Ruiz J.M.** Crystal growth studies in microgravity with the APCF. I. Computer simulation of transport dynamics // *Journal of Crystal Growth*. 1997. V. 182. P. 141-154.
46. **Garcia-Ruiz J.M., Otalora F.** Crystal growth studies in microgravity with the APCF. II. Image analysis studies // *Journal of Crystal Growth*. 1997. V. 182. P. 155-167.
47. **Zhao J.F., Xie J.C., Lin H. et al.** Experimental studies on two-phase flow patterns aboard the Mir space station // *International Journal of Multiphase Flow*. 2001. V. 27. 1931-1944.
48. **Hung R.J., Pan H.L.** Effects of baffles on orbital accelerations – induced bubble oscillations in microgravity // *Int. J. Mech. Sci.* 1997. V. 39. No. 3. P. 269-288.
49. **Polezhaev V.I., Gorbunov A.A., Emelianov V.M. et al.** Convection and heat transfer in near-critical fluid: study on Mir and project of the experiment CRIT on ISS // *AIAA – 2003 – 1305*. Reno, NV. 2003. 11 p.

50. **Polezhaev V.I., Gorbunov A.A., Soboleva E.B.** Classical problems of convection near critical point. Ground-based and microgravity applications // *Adv. Space Res.* 2002. V. 29. No. 4. P. 581-588.
51. **Зюзгин А.В., Иванов А.И., Полежаев В.И. и др.** Конвективные движения околокритических жидкостей в условиях реальной невесомости // *Космические исследования.* 2001. Т. 39. № 2. С. 188–200.
52. **Полежаев В.И., Емельянов В.М., Иванов А.И. и др.** Экспериментальное исследование влияния вибраций на процессы переноса в сверхкритической жидкости в условиях микрогравитации // *Космические исследования.* 2001. Т. 39. № 2. С. 201–206.
53. **Богуславский А.А. Сазонов В.В., Соколов С.М. и др.** О влиянии микроускорений на распределение примеси в кристаллах InSb:Te, выращенных в орбитальном полете методом бестигельной зонной плавки // *Космические исследования.* 2004. Т. 42. № 2. С. 155-161.
54. **Zemskov V.S., Raikhman M.R., Shalimov V.P., Goncharov V.A.** Peculiarities of inhomogeneities and heat/mass transfer during directional crystallization under low and normal gravity conditions // *Proceedings of First International Conference “Single crystal growth and heat & mass transfer”.* Obninsk. 2003. V.2. P. 717-726.
55. **Gati F.G., Hill M.E.** The FCF fluids integrated rack: microgravity fluid physics experimentation on board the ISS // *AIAA – 2001 – 4926.* Reno, NV. 2001. 10 p.
56. **Богатырев Г.П., Ермаков М.К., Иванов А.И., Никитин С.А. и др.** Экспериментальное и теоретическое исследование тепловой конвекции в наземной модели конвективного датчика // *Известия РАН. Механика жидкости и газа.* 1994. № 5. С. 67-75.
57. **Бабушкин И.А., Богатырев Г.П., Глухов А.Ф., Путин Г.Ф. и др.** Экспериментальное исследование тепловой конвекции на орбитальном комплексе «Мир» с помощью прибора «ДАКОН» // *Сб. трудов VII Российского симпозиума «Механика невесомости. Итоги и перспективы*

- фундаментальных исследований гравитационно-чувствительных систем». Москва. 2000. С. 99-122.
58. **Бабушкин И.А.** Экспериментальное исследование гравитационно-инерционной тепловой конвекции на орбитальной станции «Мир»: Дис. ... канд. ф.-м. наук. Пермь. 2002. – 111 с.
 59. **Полежаев В.И., Яремчук В.П.** Численное моделирование двумерной нестационарной конвекции в горизонтальном слое конечной длины, подогреваемом снизу // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2001. № 4. С. 34-45.
 60. **Ermakov M.K., Nikitin S.A., Polezhaev V.I. and Yaremchuk V.P.** Education and Tutorial in Modeling of Elementary Flows, Heat and Mass Transfer During Crystal Growth in Ground-based and Microgravity Environment // Journal of Crystal Growth. 2004. V. 266. P. 388-395.
 61. **Ермаков М.К., Мякшина М.Н., Никитин С.А., Полежаев В.И., Яремчук В.П.** Компьютерная лаборатория и компьютерный практикум по тепло- и массообмену в условиях невесомости // Тезисы докладов VII Российского симпозиума «Механика невесомости. Итоги и перспективы фундаментальных исследований гравитационно-чувствительных систем». Москва. 2000. С. 32-34.
 62. **Yaremchuk V.P., Ermakov M.K., Nikitin S.A., Polezhaev V.I.** Education in microgravity fluid dynamics using computer laboratory // Proceedings of Second Pan Pacific Basin Workshop on Microgravity Science. Pasadena. 2001. Paper FT-106 (CD-ROM). 9 p.
 63. **Ермаков М.К., Полежаев В.И., Яремчук В.П.** Компьютерная лаборатория и практикум по конвективному тепло и массообмену в условиях микрогравитации // Тезисы докладов Международной космической конференции – 2001: «Космос без оружия – арена мирного сотрудничества в XXI веке». Москва. 2001. С. 63.
 64. **Ермаков М.К., Мякшина М.Н., Никитин С.А., Полежаев В.И., Яремчук В.П.** Компьютерная лаборатория и компьютерный практикум по теп-

- ло- и массообмену // Труды Третьей Российской национальной конференции по теплообмену. Т. 3. Свободная конвекция. Теплообмен при химических превращениях. М.: Издательство МЭИ. 2002. С. 72-75.
65. **Yaremchuk V.P., Ermakov M.K., Nikitin S.A., Polezhaev V.I.** Education and Tutorial on Fluid Mechanics on the Basis of Computer Laboratory // Abstracts of 21th International Congress of Theoretical and Applied Mechanics. Warsaw. 2004. P. 418.
66. **Yaremchuk V.P., Ermakov M.K., Polezhaev V.I.** Modeling the impact of vibration on Marangoni convection in a layer with side heating // Abstracts of First Conference of the International Marangoni Association. Justus-Liebig-University of Giessen. Germany. 2001. P. 107-108.
67. **Никитин Н.В., Полежаев В.И., Яремчук В.П.** Трехмерные конвективные течения, тепло и массообмен в цилиндрической области в условиях микрогравитации // Труды Третьей Российской национальной конференции по теплообмену. Т. 3. Свободная конвекция. Теплообмен при химических превращениях. М.: Издательство МЭИ. 2002. С. 124-127.
68. **Никитин Н.В., Полежаев В.И., Яремчук В.П.** Численное исследование концентрационной неоднородности в цилиндрической области в условиях микрогравитации на КА "Фотон": Препринт ИПМ РАН. № 708, 2002. С. 23-26.
69. **Яремчук В.П.** Трехмерные конвективные течения, тепло- и массообмен в цилиндрической области в условиях микрогравитации: Препринт ИПМ РАН. № 751, 2004. С. 25-28.
70. **Yaremchuk V.P., Nikitin N.V., Polezhaev V.I.** Modeling of Convective Heat and Mass Transfer During Crystal Growth in Realistic Microgravity Environment // Abstracts of 4th Int. Workshop on Modeling in Crystal Growth. Fukuoka. 2003. P. 188-189.
71. **Yaremchuk V.P.** 3-D Convective Flows, Heat and Mass Transfer in Cylindrical Volume under Microgravity Conditions // Abstracts of International Conference "Advanced Problems in Thermal Convection". Perm. 2003. P. 254 –

- 255.
72. **Monti R., Savino R.** g-Sensitivity of Microgravity Experimentation-Fundamentals of Disturbance Response // *Microgravity Sci. technol.* 1998. XI/2. P. 53-58.
 73. **Козлов В.Г.** О вибрационной тепловой конвекции в полости, совершающей высокочастотные качания // *Известия АН СССР. Механика жидкости и газа.* 1988. № 3. С. 138-144.
 74. **Hamacher H.** Mechanical transfer functions of the International Space Station // *Microgravity Sci. technol.* 1998. XI/2. P. 47-52.
 75. **Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.** Гидродинамика. М.: Наука. 1986. 736 с.
 76. **Сазонов В.В., Юферев В.С.** Тепловая конвекция, вызванная квазистатической компонентой поля микроускорений орбитальной станции «Мир» // *Изв. РАН. МЖГ.* 2000. № 3. С. 39–45.
 77. **Никитин С.А., Полежаев В.И., Сазонов В.В.** О влиянии микроускорений на распределение примеси в расплаве полупроводника в космическом полете // *Космические исследования.* 2003. Т. 41. № 5. С. 533-548.
 78. **Мякшина М.Н., Никитин С.А. и др.** О влиянии квазистатической компоненты микроускорений на распределение примеси в расплавах полупроводников в космическом полете // *Сб. трудов VII Российского симпозиума «Механика невесомости. Итоги и перспективы фундаментальных исследований гравитационно-чувствительных систем».* Москва. 2000. С. 149–165.
 79. **Крайнов В.П.** Качественные методы в физической кинетике и гидрогазодинамике. М.: «Высшая школа». 1989. 224 с.
 80. **Suslov S.A., Paolucci S.** Nonlinear analysis of convection flow in a tall vertical enclosure under non-Boussinesq conditions // *J. Fluid Mech.* 1997. V. 344, P. 1-41.
 81. **Suslov S.A., Paolucci S.** Nonlinear stability of mixed convection flow under non-Boussinesq conditions. Part 2. Mean flow characteristics // *J. Fluid Mech.* 1999. V. 398, P. 87-108.

82. **Пухначёв В.В.** Микроконвекция в вертикальном слое // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 1994. №5. С. 76-84.
83. **Гончарова О.Н.** Точные решения линеаризованных уравнений микроконвекции в бесконечной полосе // Сб. трудов VII Российского симпозиума «Механика невесомости. Итоги и перспективы фундаментальных исследований гравитационно-чувствительных систем». Москва. 2000. С. 234-247.
84. **Шлейкель А.Л.** Влияние вибраций на возникновение конвекции в горизонтальном слое жидкости: Дис. ... канд. ф.-м. наук. Ростов-на-Дону. 2003. – 135 с.
85. **Пасконов В.М., Полежаев В.И., Чудов Л.А.** Численное моделирование процессов тепло- и массообмена. М.: Наука. 1984. 285 с.
86. **Тарунин Е.Л.** Вычислительный эксперимент в задачах свободной конвекции. Иркутский государственный университет. Иркутск. 1990. 228 с.
87. **Ши Д.** Численные методы в задачах теплообмена. М.: Мир. 1988. 544 с.
88. **Самарский А.А., Вабищевич П.Н.** Численные методы решения задач конвекции-диффузии. М.: Эдиториал УРСС. 248 с.
89. **Ferziger J.H., Peric M.** Computational methods for fluid dynamics // Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag. 1996. 357 p.
90. **Полежаев В.И., Бунэ А.В., Вerezуб Н.А. и др.** Математическое моделирование конвективного теплообмена на основе уравнений Навье – Стокса. М.: Наука. 1987. 271 с.
91. **Ермаков М.К., Никитин С.А., Полежаев В.И.** Система и компьютерная лаборатория для моделирования процессов конвективного тепло- и массообмена // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 1997. № 3. С. 22-38.
92. **Брацун Д.А., Глухов А.Ф., Зюзгин А.В., Никитин С.А., Полежаев В.И., Путин Г.Ф.** Комплексный подход к задачам конвективного практикума // Вестник Пермского Университета. Выпуск 5. Пермь. ПермГУ. 1999. С. 183-186.

93. **Ermakov M.K., Ermakova M.S., Ruiz X.** Numerical modeling in crystal growth processes // Proceedings of First International Conference “Single crystal growth and heat & mass transfer”. Obninsk. 2003. V.2. P. 537-544.
94. **Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М.** Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука. 1972. 392 с.
95. **Гетлинг А.В.** Конвекция Рэлея – Бенара. Структуры и динамика. М.: Эдиториал УРСС. 1999. 248 с.
96. **Гетлинг А.В.** Формирование пространственных структур конвекции Рэлея – Бенара // Успехи физических наук. 1991. Т. 161. № 9. С. 1-80.
97. **Колмычков В.В., Мажорова О.С., Попов Ю.П.** Математическое моделирование конвективного массопереноса в пространственном случае. Часть 1. Подкритическая конвекция: Препринт №92. ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, 2003. 28 с.
98. **Колмычков В.В., Мажорова О.С., Попов Ю.П.** Математическое моделирование конвективного массопереноса в пространственном случае. Часть 2. Надкритическая конвекция: Препринт №98. ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, 2003. 34 с.
99. **Denisov I.A., Lakeenkov V.M., Mazhorova O.S., Popov Yu.P.** Numerical study for liquid phase epitaxy of $\text{Cd}_x\text{Hg}_{1-x}\text{Te}$ solid solution // Journal of Crystal Growth. 2002. V. 245. P. 21-30.
100. **Полежаев В.И.** Течения и теплообмен при естественной конвекции газа в замкнутой области после потери устойчивости гидростатического равновесия // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1968. № 5. С. 124-129.
101. **Бердников В.С.** Структура течений и теплообмен у поверхностей различной ориентации в режимах свободной и смешанной поверхности. Дис. ... доктора ф.-м. наук. Новосибирск. 2000. – 590 с.
102. **Кирдяшкин А.Г.** Термокапиллярные периодические течения: Препринт № 8. Институт геологии и геофизики АН СССР, Сибирское отделение. Новосибирск, 1985. 36 с.

103. **Полежаев В.И.** Исследование естественной конвекции жидкостей и газов в условиях нормальной и пониженной гравитации. Дис. ... доктора ф.-м. наук. М. НИИТП. 1972. – 212 с.
104. **Гончаров В.А., Макаров Е.В.** Термоконвекция и механизмы переноса примеси в процессе роста кристаллов полупроводниковых соединений из расплава // Известия РАН. Неорганические материалы. 1993. Т. 29. № 3. С. 339-343.
105. **Гончаров В.А.** Моделирование роста кристаллов в условиях микрогравитации // Дисс. ... доктора ф.-м. наук. М. МИЭТ(ТУ). 2002. – 326 с.
106. **Зеньковская С.М., Шлейкель А.Л.** Конвекция в горизонтальном слое жидкости при действии высокочастотных вибраций // Известия вузов. Северо-кавказский регион. Естественные науки. 2001. Спец. Выпуск «Математическое моделирование». С. 78-81.
107. **Любимов Д.В., Любимова Т.П., Черепанов А.А.** Динамика поверхностей раздела в вибрационных полях. М.: ФИЗМАТЛИТ. 2003. 216 с.
108. **Lyubimov D.V., Lyubimova T.P., Skuridin R.V., et al.** Numerical investigation of meniscus deformation and flow in an isothermal liquid bridge subject to high-frequency vibrations under zero gravity conditions // Computers & Fluids. 2002. V. 31. P. 663 –682.
109. **Wakashima S., Saitoh T.S.** Benchmark solutions for natural convection in a cubic cavity using the high-order time–space method // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2004. V. 47. P. 853 –864.
110. **Никитин Н.В.** Статистические характеристики пристенной турбулентности // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 1996. № 3. С. 32-43.
111. **Smirnov E.M., Abramov A.G., Ivanov N.G., et al.** DNS and RANS/LES-computations of complex geometry flows using a parallel multiblock finite-volume code // Proceedings 14th Int. Conf. Parallel CFD. 2003. Moscow. Russia. 4 p.
112. **Smutek C., Bontoux P., Roux B. et al.** Three-dimensional convection

- in horizontal cylinders: numerical solutions and comparison with experimental and analytical results // Numerical Heat Transfer. 1985. V. 8, P. 613-631.
113. **Bessonov O.A., Brailovskaya V.A., Feoktistova L.V., Zilberberg V.V.** Numerical simulation of 2D and 3D convection in water-soluble crystal growth processes // Abstracts of International Conference "Advanced Problems in Thermal Convection". Perm. 2003. P. 41 – 42.
 114. **Crecpo del Arco E., Bontoux P., Sani R.L. et al.** Steady and Oscillatory Convection in Vertical Cylinders Heated From Below. Numerical Simulation of Asymmetric Flow Regimes // Adv. Space Res. 1988. V. 8, No. 12, P. 281-292.
 115. **Бабушкин И.А., Богатырев Г.П., Глухов А.Ф., Путин Г.Ф. и др.** Изучение тепловой конвекции и низкочастотной микрогравитации на Орбитальном комплексе «Мир» при помощи датчика «Дакон» // Космические исследования. 2001. Т. 39. № 2. С. 161-169.
 116. **Никитин С.А., Полежаев В.И., Сазонов В.В.** Об измерении квазистатической компоненты микроускорения на борту ИСЗ с помощью датчика конвекции // Космические исследования. 2001. Т.39. №2. С.179-187.
 117. **Глухов А.Ф., Порошин Д.В.** Отчет по экспериментам с моделью датчика конвекции «Дакон-М» с целью отработки технологии и идеологии управления свойствани газовой среды в конвективной камере датчика при помощи изменения давления // ПГУ. Кафедра общей физики. Пермь. 2004. 9 с.
 118. **Senchenkov A.S., Egorov A.V., Barmin I.V.** Some results and prospects of experiments on material sciences on Russian retrievable Foton satellite // Proceedings of the International Conference “Scientific and Technological Experiments on Russian Foton/Bion Recoverable Satellites: Results, Problems and Outlooks”. Samara. 2000. P. 47-58.
 119. **Сазонов В.В., Чебуков С.Ю., Абрашкин В.И. и др.** Анализ низкочастотных микроускорений на борту ИСЗ «Фотон-11» // Космические исследования. 2001. Т. 39. № 4. С. 419-435.

120. **Abrashkin V.I., Kazakova A.E., Zaitsev A.S. et al.** Low frequency microgravity environment on board the Foton-11 // Proceedings of the International Conference “Scientific and Technological Experiments on Russian Foton/Bion Recoverable Satellites: Results, Problems and Outlooks”. Samara. 2000. P. 246-255.
121. **Бармин И.В., Волков М.В., Егоров А.В. и др.** Результаты измерения ускорений технологических установок на борту космических аппаратов ФОТОН // Космические исследования. 2004. Т. 42. № 2. С. 144-154.
122. **Zemskov V.S., Raukhan M.R., Shalimov V.P., et al.** Gravity sensitivity of the facet effect during InSb:Te single crystals growth by FZM in space flight // Proc. Joint X European and VI Russian Symposium “Physical Science in Microgravity” Moscow. 1997. V. 2. P. 95-104.
123. **Руис К., Ермаков М.К.** Образцы сегрегации в полупроводниках, выращенных на борту космического аппарата в режиме инерциальной ориентации // Космические исследования. 2004. Т. 42. № 2. С. 136-143.
124. **Ginkin V., Kartavykh A., Zabudko M.** A melt clusterization within the interfacial boundary layer and its hydrodynamics modeling at the microgravity semiconductor single crystal growth // Journal of Crystal Growth. 2004. V. 270. P. 329-339.
125. **Ching-Hua Su, Yi-Gao Sha, Lehoczky S.L., et al.** Crystal growth of HgZnTe alloy by directional solidification in low gravity environment // Journal of Crystal Growth. 2002. V. 234. P. 487-497.
126. **Gillies D.C., Lehoczky S.L., Szofran F.R., et al.** Effect of residual accelerations during Microgravity directional solidification of mercury cadmium telluride on the USMP-2 mission // Journal of Crystal Growth. 1997. V. 174. P. 101-107.
127. **Karchmer A., Schafer C.P.** International Space Stations, Microgravity Research Requirements // AIAA – 99 – 0571. Reno, NV. 1999. 10 p.

Приложение 1: Компьютерная лаборатория. Построение общих и специализированных практикумов

В настоящее время произошел скачок в развитии вычислительной техники, а вместе с ним – скачок в развитии численных методов и программных средств моделирования гидродинамических процессов. Новые программные средства, которые уже сейчас внедряются в систему высшего технического образования, требуют выработки новых методик обучения построенных на сочетании теоретических и практических курсов.

В течение 20 лет в Институте проблем механики РАН был решен ряд фундаментальных и технологических задач конвекции, тепло- и массообмена в замкнутых областях на основе нестационарных уравнений Навье-Стокса [1-2], что сопровождалось созданием семейства компьютерных систем типа COMGA (CONvection in MicroGravity and Applications) и компьютерной лаборатории, позволяющей существенно повысить эффективность решения конкретных задач.

Однако компьютерная лаборатория оказалась так же эффективным инструментом передачи знаний, накопленных за годы изучения конвективных процессов, новому поколению молодых исследователей. Работа в этом направлении привела к развитию концепции образования и практикумов по конвективному тепло- и массообмену на основе компьютерной лаборатории [3-4, 6]. К настоящему времени имеется некоторый опыт применения упомянутой системы для подготовки курсовых и дипломных работ в МФТИ, на физическом факультете ПГУ в комплексном экспериментальном и компьютерном практикуме [5] и на механико-математическом факультете РГУ с уклоном в прикладную математику и информатику. Для поэтапного обучения основам конвективного тепло- и массопереноса разработаны как общие, так и специализированные практикумы, содержание которых в сжатой форме изложено в [6].

Отметим, что компьютерная лаборатория не может заменить теоретических основ гидродинамики и конвективного тепло- и массообмена, являясь

лишь средством численной реализации примеров, имеющихся в известных учебниках и монографиях. Вместе с тем при умелом применении она дает возможность более полного описания режимов течения и теплообмена и нахождения их характеристик, представляющих практический интерес, но не доступных аналитическому аппарату.

Также применение компьютерной лаборатории кажется эффективным при освоении промышленных пакетов типа Fluent и StarCD, как подготовительного этапа обучения работе с расчетными кодами. Дело в том, что для эффективного использования промышленных пакетов пользователю необходимо иметь представление о численных схемах, устойчивости и сходимости численных методов, а также базовые теоретические знания по гидромеханике. Поэтому перед использованием промышленных пакетов молодым исследователям необходимо пройти базовый практикум с использованием компьютерной лаборатории параллельно с теоретическими основами гидродинамики и теории подобия.

Более подробно с планом практикумов читатель может ознакомиться в Интернет по адресу: <http://ipmnet.ru/~yarem/ictam>

Примеры некоторых специализированных практикумов можно найти по адресам: <http://ipmnet.ru/~polezh/paper1>, <http://ipmnet.ru/~yarem/paper2>,
<http://ipmnet.ru/~yarem/paper3>

Демо-версию системы COMGA под Windows можно найти на странице:

<http://ipmnet.ru/~ermakov>

Литература к Приложению 1

1. **Полежаев В.И., Бунэ А.В., Вerezуб Н.А. и др.** Математическое моделирование конвективного теплообмена на основе уравнений Навье – Стокса. М.: Наука. 1987. 271 с.
2. **Полежаев В.И., Белло М.С., Вerezуб Н.А. и др.** Конвективные процессы в невесомости. М.: Наука. 1991. 240 с.
3. **Ермаков М.К., Никитин С.А., Полежаев В.И.** Система и компьютерная лаборатория для моделирования процессов конвективного тепло- и массообмена // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 1997. № 3. С. 22-38.
4. **Ермаков М.К., Мякшина М.Н., Никитин С.А., Полежаев В.И., Яремчук В.П.** Компьютерная лаборатория и компьютерный практикум по тепло- и массообмену // Труды Третьей Российской национальной конференции по теплообмену. Т. 3. Свободная конвекция. Теплообмен при химических превращениях. М.: Издательство МЭИ. 2002. С. 72-75.
5. **Брацун Д.А., Глухов А.Ф., Зюзгин А.В., Никитин С.А., Полежаев В.И., Путин Г.Ф.** Комплексный подход к задачам конвективного практикума // Вестник Пермского университета. Выпуск 5. Пермь. ПермГУ. 1999. С. 183-186.
6. **Ermakov M.K., Nikitin S.A., Polezhaev V.I. and Yaremchuk V.P.** Education and Tutorial in Modeling of Elementary Flows, Heat and Mass Transfer During Crystal Growth in Ground-based and Microgravity Environment // Journal of Crystal Growth. 2004. V. 266. P. 388-395.

Приложение 2: Методика решения уравнений Навье – Стокса

В данном приложении излагается методика решения уравнений Навье – Стокса в приближении Буссинеска, которая применялась при создании трехмерного цилиндрического кода. Эта методика была разработана Н.В. Никитиным для решения различных задач о вынужденных течениях и свободной конвекции в условиях различных двух- и трехмерных геометрий.

Рассмотрим запись уравнения Навье – Стокса в совокупности с уравнением неразрывности для случая несжимаемой среды:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = F(t, \mathbf{v}) = G - \nabla p, \quad (1)$$

$$\nabla \mathbf{v} = 0. \quad (2)$$

В (1) давление нормировано на плотность среды.

Так как явный метод решения уравнений (1)-(2) накладывает существенные ограничения на шаг по времени, будет использована неявная схема.

Основой интегрирования по времени является метод Рунге – Кутты третьего порядка:

$$\frac{x_1 - x_0}{\tau} = aF_0, \quad (3)$$

$$\frac{x_2 - x_0}{\tau} = bF_0 + cF_1, \quad (4)$$

$$\frac{x_3 - x_0}{\tau} = dF_0 + eF_1 + fF_2, \quad (5)$$

где x_0 – вектор данных на предыдущем временном слое, x_1, x_2 – промежуточные приближения, x_3 – искомое решение на новом временном слое, a, b, c, d, e, f – произвольные коэффициенты, три из них связаны соотношением $d+e+f=1$. В уравнениях (3)-(5) введены обозначения $F_0=F(t_0, x_0)$, $F_1=F(t_0+a\tau, x_1)$, $F_2=F(t_0+(b+c)\tau, x_2)$.

Можно показать, что

$$x_3 = x(t_0 + \tau) + o(\tau^3). \quad (6)$$

Из многопараметрического семейства (3)-(5) выбирается следующий метод:

$$\frac{x_1 - x_0}{\tau} = F_0, \quad (7)$$

$$\frac{x_2 - x_0}{\tau} = \frac{1}{4}F_0 + \frac{1}{4}F_1, \quad (8)$$

$$\frac{x_3 - x_0}{\tau} = \frac{1}{6}F_0 + \frac{1}{6}F_1 + \frac{2}{3}F_2. \quad (9)$$

Такой выбор удобен тем, что коэффициенты при F_0 и F_1 в уравнениях (8) и (9) пропорциональны друг другу. Систему (7)-(9) можно упростить, таким образом, чтобы число необходимых массивов данных, которые будут использоваться при численном расчете, было бы минимальным:

$$\frac{x_1 - x_0}{\tau} = F_0, \quad (10)$$

$$\frac{x_2 - \frac{1}{4}x_1 - \frac{3}{4}x_0}{\tau} = \frac{1}{4}F_1, \quad (11)$$

$$\frac{x_3 - \frac{2}{3}x_2 - \frac{1}{3}x_0}{\tau} = \frac{2}{3}F_2. \quad (12)$$

Алгоритм оценки погрешности и измерения шага интегрирования по времени:

Пусть по аналогии с (6) существует решение второго порядка точности

$$x'_2 = x(t_0 + \tau) + o(\tau^2). \quad (13)$$

“ ‘ ” в данном контексте обозначает то, что x'_2 не эквивалентно x_2 из уравнения (8). Таким образом, $x_3 - x'_2 = o(\tau^2)$, т.е. $\|x_3 - x'_2\| = C\tau^3 = \text{err}$ – ошибка получаемого решения. Пусть tol – заданная точность, тогда условие, из которого выбирается шаг интегрирования, $\text{err} = \text{tol}$ дает следующее выражение

$$\tau_{\text{new}} = \tau \cdot \text{fac}, \quad (14)$$

$$\text{где } \text{fac} = \sqrt[3]{\frac{\text{tol}}{\text{err}}}.$$

В случае численного счета используется следующий алгоритм:

Если $\text{fac} < 0.5$, то $\tau := \tau_{\text{new}}$ и последний шаг пересчитывается с новым τ , так как был рассчитан с недостаточной точностью.

Если $\text{fac} > 1.5$, то $\tau := 1.5 \cdot \tau$. Увеличение шага больше, чем в полтора раза не производится.

Если $0.5 \leq \text{fac} \leq 1.5$, то $\tau := \tau_{\text{new}}$, последний шаг не пересчитывается.

Но откуда можно взять приближение второго порядка точности, не строя новой схемы Рунге-Кутты для второго порядка точности? Оказывается, что из схемы (7)-(9) можно получить такое приближение $x'_2 = 2 \cdot x_2 - x_0$. Можно показать, что $x'_2 = x_0 + \tau(F_0 + F_1)/2 = x_0 + \tau \cdot dx(\xi)/dt$, ξ принадлежит $(t, t + \tau)$. Это выражение для x'_2 с точностью до $o(\tau)$ соответствует разложению в ряд Тейлора.

Неявная схема:

Выделим из оператора правой части «простой» линейный оператор:

$$F(x) = H(x) + A \cdot x, \quad (15)$$

Таким образом:

$$\frac{x_1 - x_0}{\tau} = H(x_0) + A \cdot x_1, \quad (16)$$

$$(E - \tau A)x_1 = x_0 + \tau H(x_0), \quad (17)$$

где E – единичный оператор (единичная матрица).

Преобразуем (16), используя определение (15):

$$\frac{x_1 - x_0}{\tau} = H(x_0) + A \cdot x_1 = H(x_0) + A \cdot x_0 + A(x_1 - x_0) = F(x_0) + A(x_1 - x_0) \quad (18)$$

Выражение (18) соответствует случаю, когда A полностью берется на верхнем временном слое. В более общем случае можно записать:

$$\begin{aligned} \frac{x_{n+1} - x_n}{\tau} &= H(x_n) + \gamma A \cdot x_{n+1} + (1 - \gamma) A \cdot x_n = \\ &= H(x_n) + A \cdot x_n + \gamma A(x_{n+1} - x_n) = F(x_n) + \gamma A(x_{n+1} - x_n) \end{aligned}$$

По аналогии, используя определение (15), можно переписать явную схему (7)-(9) в полунявной форме:

$$\frac{x_1 - x_0}{\tau} = F_0 + \gamma A(x_1 - x_0), \quad (19)$$

$$\frac{x_2 - x_0}{\tau} = \frac{1}{4} F_0 + \frac{1}{4} F_1 + \gamma A(x_2 - x_0), \quad (20)$$

$$\frac{x_3 - x_0}{\tau} = \frac{1}{6} F_0 + \frac{1}{6} F_1 + \frac{2}{3} F_2 + \gamma A(x_3 - x_0), \quad (21)$$

где γ – произвольный коэффициент, диктуемый условиями устойчивости численного интегрирования. При построении численного алгоритма использовали $\gamma=1/2$, $\gamma=1/3 \cdot (2+2^{1/3}+2^{-1/3})$.

В уравнения (19)-(21) имеют лишь второй порядок аппроксимации по времени, т.к.

$A(x_1-x_0)$ имеет порядок $o(1)$,

$A(x_2-x_0)$ имеет порядок $o(1)$,

$A(x_3-2 \cdot x_2+x_0)$ имеет порядок $o(\tau)$,

таким образом:

$$x_3=x(t_0+\tau) + o(\tau^2), \quad (22)$$

следовательно, $x_3-x_2=o(\tau^1)$, значит $fac = \sqrt[2]{\frac{tol}{err}}$, если регулировать шаг по времени в этом случае аналогично (14).

Применение схемы (19)-(21) к уравнениям Навье – Стокса для несжимаемой жидкости:

Система уравнений (1)-(2) может быть переписана в виде:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\nabla p + \nu \Delta \mathbf{v}, \quad (23)$$

$$\nabla \mathbf{v} = 0 \quad (24)$$

Последний (вязкий) член уравнения (23) является линейным по \mathbf{v} . Введем обозначение

$$G(\mathbf{v}) = \nu \Delta \mathbf{v} - (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v}$$

В этом случае шаг (19) преобразуется в систему уравнений:

$$\frac{\tilde{\mathbf{v}}_1 - \mathbf{v}_0}{\tau} = G(\mathbf{v}_0) + \gamma A(\tilde{\mathbf{v}}_1 - \mathbf{v}_0) - \nabla p_0, \quad (25)$$

$$\mathbf{v}_1 = \tilde{\mathbf{v}}_1 - \nabla \Phi, \quad (26)$$

$$\nabla \mathbf{v}_1 = 0, \quad (27)$$

где оператор $A = \nu \Delta$. В трехмерном случае:

$$A = \nu \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] \quad (28)$$

Заметим, что давление берется на нижнем временном слое. Получаемое из (25) решение не удовлетворяет уравнению неразрывности, поэтому уравнение (26) корректирует данное решение. Взяв дивергенцию от правой и левой части уравнения (26) и воспользовавшись (27), получим уравнение для определения функции Φ :

$$\Delta \Phi = \nabla \tilde{\mathbf{v}}_1 \quad (29)$$

Из уравнения (26) можно получить граничные условия:

$\tilde{\mathbf{v}}_1|_{\Gamma} = \nabla \Phi|_{\Gamma}$, если для физической скорости (\mathbf{v}_1) на границе задано условие прилипания.

Уравнение системы (25) можно преобразовать к виду:

$$(E - \tau \gamma A)(\tilde{\mathbf{v}}_1 - \mathbf{v}_0) = \tau G(\mathbf{v}_0) + \nabla p_0 \quad (30)$$

Учитывая (28), заметим, что

$$(E - \tau\gamma A) = (E - \tau\gamma\nu \frac{\partial^2}{\partial x^2})(E - \tau\gamma\nu \frac{\partial^2}{\partial y^2})(E - \tau\gamma\nu \frac{\partial^2}{\partial z^2}) + o(\tau),$$

уравнение (29), после дискретизации по пространственным координатам можно разрешить, используя три последовательных прогонки по x , y и z .

После того, как получено решение \mathbf{v}_1 , необходимо провести шаг коррекции давления. Для этого преобразуем (25), используя (26), считая, что Φ уже найдено:

$$\frac{\mathbf{v}_1 + \nabla\Phi - \mathbf{v}_0}{\tau} = G(\mathbf{v}_0) + \gamma\nu\Delta(\mathbf{v}_1 + \nabla\Phi - \mathbf{v}_0) - \nabla p_0, \text{ или}$$

$$\frac{\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_0}{\tau} = G(\mathbf{v}_0) + \gamma\nu\Delta(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_0) - \nabla p_0 - \frac{\nabla\Phi}{\tau} + \gamma\nu\Delta\nabla\Phi \quad (31)$$

В (31) роль давления играет выражение

$$p_1 = p_0 + \frac{\Phi}{\tau} + \gamma\nu\Delta\Phi \quad (32)$$

Заметим, что $\Delta\nabla\Phi = \nabla\Delta\Phi$ (можно легко показать для стационарного решения), что позволяет получить из (31) выражение для давления (32).

Учитывая, что $\Delta\Phi = \nabla\tilde{\mathbf{v}}_1 = o(\tau)$, а следовательно $\Phi = o(\tau)$, опустим последний член выражения (32).

Запишем получившуюся полунявную схему:

1-ый шаг:

$$\frac{\tilde{\mathbf{v}}_1 - \mathbf{v}_0}{\tau} = G_0 + \gamma A(\tilde{\mathbf{v}}_1 - \mathbf{v}_0) - \nabla p_0,$$

$$\mathbf{v}_1 = \tilde{\mathbf{v}}_1 - \nabla \Phi_1,$$

$$\nabla \mathbf{v}_1 = 0,$$

$$p_1 = p_0 + \frac{\Phi_1}{\tau};$$

2-ой шаг:

$$\frac{\tilde{\mathbf{v}}_2 - \mathbf{v}_0}{\tau} = \frac{1}{4}G_0 + \frac{1}{4}G_1 + \gamma A(\tilde{\mathbf{v}}_2 - \mathbf{v}_0) - \frac{1}{2}\nabla p_1,$$

$$\mathbf{v}_2 = \tilde{\mathbf{v}}_2 - \nabla \Phi_2,$$

$$\nabla \mathbf{v}_2 = 0,$$

$$p_2 = p_1 + \frac{2 \cdot \Phi_2}{\tau};$$

3-ий шаг:

$$\frac{\tilde{\mathbf{v}}_3 - \mathbf{v}_0}{\tau} = \frac{1}{6}G_0 + \frac{1}{6}G_1 + \frac{2}{3}G_2 + \gamma A(\tilde{\mathbf{v}}_3 - \mathbf{v}_0) - \nabla p_2,$$

$$\mathbf{v}_3 = \tilde{\mathbf{v}}_3 - \nabla \Phi_3,$$

$$\nabla \mathbf{v}_3 = 0,$$

$$p_3 = p_2 + \frac{\Phi_3}{\tau}.$$

Дискретизация уравнений по пространству на разнесенных сетках (staggered grids):

Рассмотрим решение в прямоугольной области в декартовой системе координат (см. рис. П2.1).

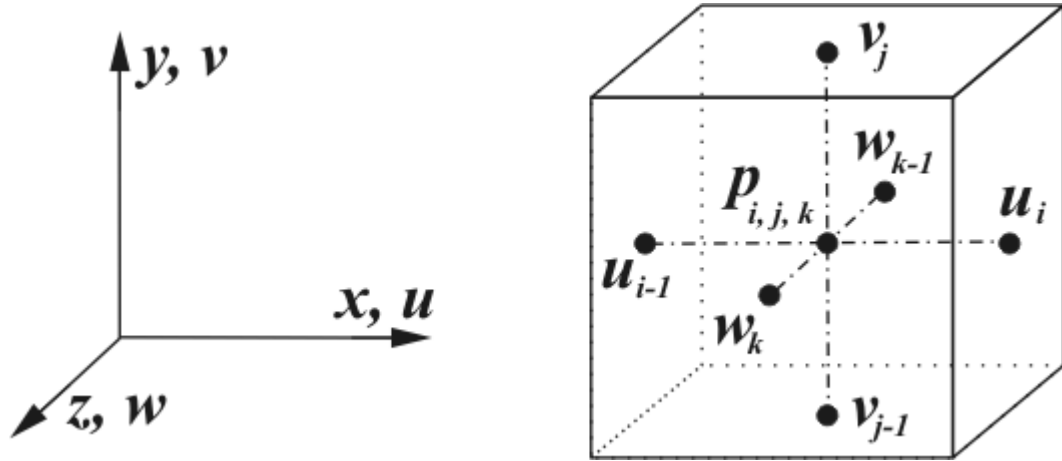


Рис. П2.1. Схема построения разнесенной сетки.

Первую производную можно аппроксимировать выражением:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{u_i - u_{i-1}}{h_x}$$

Вторую производную можно аппроксимировать выражением:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{u_{i-1} - u_i + u_{i+1}}{h_x^2}$$

Нужно построить схему так, чтобы все слагаемые (в том числе производные) определялись в одной точке. Для уравнения неразрывности

$$\frac{u_i - u_{i-1}}{h_x} + \frac{v_i - v_{i-1}}{h_y} + \frac{w_i - w_{i-1}}{h_z} = 0$$

все три слагаемых определены в центральной точке (см. рис. П2.1).

Для уравнения Стокса

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)$$

все три производных из правой части уравнения попадают в точку, где определяется u_i (см. рис. П2.1). Но в полном уравнении Навье – Стокса для несжимаемой среды это не так.

Введем следующие определения:

$$\delta_x f = \frac{f(x + \frac{h_x}{2}) - f(x - \frac{h_x}{2})}{h_x} = \frac{\partial f}{\partial x} + o(h_x)$$

- операция разностного дифференцирования,

$$\bar{f}^x = \frac{f(x - \frac{h_x}{2}) + f(x + \frac{h_x}{2})}{2} = f(x) + o(h_x)$$

- операция разностного среднего.

Если функция задана в целых узлах, то ее производная – в полуцелых.

Если необходима неравномерная сетка, она получается преобразованием координат:

$$x=x(\xi), \text{ тогда } \frac{\partial f}{\partial x} \text{ переходит } \frac{1}{x'(\xi)} \frac{\partial f}{\partial \xi}, \text{ по } \xi \text{ сетка должна быть равно-}$$

мерной.

Для обеспечения выполнения интегральных свойств (диссипация энергии за счет вязкого члена) запишем уравнения Навье – Стокса в эквивалентном представлении:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = \mathbf{v} \times \boldsymbol{\omega} - \nabla \tilde{p} - \nu \text{rot} \boldsymbol{\omega}, \quad (33)$$

где $\boldsymbol{\omega} = \text{rot } \mathbf{v}$, $\tilde{p} = p + \frac{|\mathbf{v}|^2}{2}$, $\boldsymbol{\omega} = (\xi, \eta, \zeta)$. Тогда расписав уравнение (33)

для каждой из компонент скорости отдельно, получим:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = v\zeta - w\eta - \frac{\partial p}{\partial x} - \nu \left(\frac{\partial \zeta}{\partial y} - \frac{\partial \eta}{\partial z} \right), \quad (34)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = w\xi - u\zeta - \frac{\partial p}{\partial y} - \nu \left(\frac{\partial \xi}{\partial z} - \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right), \quad (35)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} = u\eta - v\xi - \frac{\partial p}{\partial z} - \nu \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{\partial \xi}{\partial y} \right). \quad (36)$$

В уравнениях (34)-(36) вязкие члены и градиент давления аппроксимируются обычным образом, т.к. попадают в «нужные» узлы.

Для первых двух членов правой части в каждом уравнении предлагаются следующие разностные аппроксимации (используются введенные выше обозначения):

$$\overline{v^x}^y \zeta - \overline{w^x}^z \eta,$$

$$\overline{w^y}^z \xi - \overline{u^y}^x \zeta,$$

$$\overline{u^z}^x \eta - \overline{v^z}^y \xi$$

Далее уравнения (34)-(36) интегрируются по времени с использованием описанной выше трехшаговой схемы Рунге – Кутты.